ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{\sqrt{17}}$

Пусть $2\alpha = x$ $2\beta = y$. (Пожалуйста, смотрите нумерацию страниц, они перепутаны!!!)

Тогда нам нужно найти $tg\frac{x}{2} - ?$

$$\begin{cases} \sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt{17}} & (1) \\ \sin(x+2y)+\sin x = \frac{-2}{\sqrt{17}} & (2) \end{cases}$$

(2) $\sin(x+2y)+\sin x = 2\sin(x+y)\cdot\cos y =$

$= -\frac{2}{\sqrt{17}}\cos y \Rightarrow \frac{-2}{\sqrt{17}}\cos y = \frac{-2}{17} \Rightarrow \cos y = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin y = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

I) $\sin y = \frac{4}{\sqrt{17}}$ $\cos y = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow y = \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k.$

(1) $\sin x+y = -\frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+y = -\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k, \\ x+y = \pi + \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k \end{array}\right.$

① $x = -\left(\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}\right) + 2\pi k = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{4} + \pi k \Rightarrow tg\left(\frac{x}{2}\right) = -1$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1 (Нумеровать только чистовики)

② $x = \pi - y + \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k.$

$x = \pi - \mathrm{arc}\overset{\cos}{\cancel{\sin}}\frac{1}{\sqrt{17}} + \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + \pi k =$

$= \pi - \left(\underbrace{\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}}_{\frac{\pi}{2}} - 2\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}\right) + 2\pi k =$

$= \pi - \left(\frac{\pi}{2} - 2\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}\right) = \frac{\pi}{2} + 2\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} =$

$= \frac{\pi}{2} + 2\,\mathrm{arctg}\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \mathrm{arctg}\frac{1}{4} + \pi k \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \mathrm{arctg}\frac{1}{4}\right) = \frac{1 + \frac{1}{4}}{1 - 1\cdot\frac{1}{4}} =$

$= \frac{4+1}{4-1} = \frac{5}{3}.$

II) $\sin y = -\frac{4}{\sqrt{17}}$ $\cos y = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k.$

$$\left[\begin{array}{l} x+y = -\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k \\ x+y = \pi + \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k \end{array}\right.$$

① $x = -\left(\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}\right) + 2\pi k = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{4} + \cancel{2}\pi k \Rightarrow \underline{\mathrm{tg}\frac{x}{2} = -1}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) продолжение: $\cos y = \frac{1}{\sqrt{17}}$ $\sin y = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

(1) $\sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

I) $\sin y = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin x \frac{1}{\cancel{\sqrt{17}}} + \frac{4}{\cancel{\sqrt{17}}}\cos x = -\frac{1}{\cancel{\sqrt{17}}}$

$\sin x = \frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}} = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$ (Пусть $\operatorname{tg}\alpha = A$) $\Rightarrow$

$\sin x = \frac{2A}{1+A^2}$ $\cos x = \frac{1-A^2}{1+A^2}$

Получаем:

$\frac{2A}{1+A^2} + 4\frac{1-A^2}{1+A^2} = -1 \quad | \cdot (1+A^2)$

$2A + 4 - 4A^2 = -1 - A^2$

$3A^2 - 2A - 5 = 0,$

$\frac{D}{4} = 1 + 5\cdot 3 = 16.$

$A = \frac{1\pm 4}{3} \to -1,\ \frac{5}{3}$

II) $\sin y = -\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin x \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\cos x = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{2A}{1+A^2} - 4\frac{1-A^2}{1+A^2} = -1 \quad | \cdot (1+A^2)$

$$2A - 4\cancel{A} + 4A^2 = -1 - A^2$$

$$5A^2 + 2A - 3 = 0.$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 15 = 16$$

$$A = \frac{-1 \pm 4}{5} \to -1;\ \frac{3}{5}$$

Ответ: $tg\,\alpha = -1;\ \frac{3}{5};\ \frac{5}{3}.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} & (1) \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 & (2) \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 45 \\ +36 \\ \hline 81 \end{array}$$

(2) $9x^2-18x+(y-6)^2=45+36=81.$

Замена $a=y-6.$

$\begin{cases} a+6-6x=\sqrt{x(a)-a} & (1)' \\ 9x^2-18x+a^2=81 \Rightarrow 9(x-1)^2+a^2=81+9=90 & (2)' \end{cases}$

Замена $x-1=b.$

$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} & (1)' \\ 9b^2+a^2=90 \quad (a^2+9b^2=90). & (2)' \end{cases}$

$a-6b=\sqrt{ab} \;\; \cancel{|\sqrt{ab}}:b$ (~~подтом проверим~~ видно. $a=0$ или $b=0$. не подходят).

$\cancel{\sqrt{\frac{a}{b}}-6\sqrt{\;}}$

$\cancel{\sqrt{\frac{b}{a}}-6}.$

$\frac{a}{b}-6=\sqrt{\frac{a}{b}}$

$\sqrt{\frac{a}{b}}=t\geq 0 \Rightarrow \quad t^2-6=t \Rightarrow t^2-t-6=0 \Rightarrow (t-3)(t+2)=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow t=3;-2 \xrightarrow{t\geq 0} t=3.$

$t=3 \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}}=3 \Rightarrow a=9b.$

Подставим в (2):

$(9b)^2+9b^2=90 \Rightarrow b^2=1 \Rightarrow b=\pm 1.$

$\begin{cases} a=-9 \\ b=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} a=9 \\ b=1 \end{cases}$

$\begin{cases} y-6=-9 \\ x-1=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} y-6=9 \\ x-1=1 \end{cases}$

$\begin{cases} y=-3 \\ x=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y=15 \\ x=2 \end{cases}$

Ответ: $(0;-3);(2;15)$.

3) ОДЗ: $(26x-x^2)>0 \Rightarrow$ $\underset{0 \qquad 26}{\longrightarrow}$ $\Rightarrow x \in (0;26)$.

Т.к. $(26x-x^2)>0 \Rightarrow x^2-26x<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow |x^2-26x| = 26x-x^2$.

Пусть $t=26x-x^2>0$

Получаем

$t^{\log_5 12} + (\overset{t}{\overbrace{26x-x^2}}) \geq 13^{\log_5 t}$

$t^{\log_5 12} + t \geq t^{\log_5 13}$. $\qquad 12^2+5^2=13^2$.

$t^{\log_5 12} + t^{\log_5 5} - t^{\log_5 13} \geq 0$.

$t^{\log_5 12} + t^{\log_5 5} - t^{\frac{1}{2}\log_5 13^2} \geq 0$

$\cancel{t^{\frac{1}{2}\log_5 13^2}}$

$\cancel{\log_5 13^2 = \log_5 5^2 + \log_5 12^2 = 2(1+\log_5 12)}$.

$\cancel{t^{\log_5 12} + t^1 - t^{\log_5 12+1} \geq 0 \quad |:t}$

$\cancel{t^{\log_5 12-1}}$

$\cancel{x+y-xy \geq 0}$

$\cancel{x+y(1-x) \geq 0}$.

Пусть $t^{\log_5 12} = a \quad t=b$.

$a+b-ab \geq 0$

$a(1-b)+b \geq 0$

$a(1-b)-(1-b) \geq -1$.

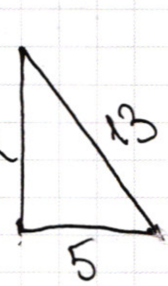
$(a-1)(1-b) \geq -1 \Rightarrow (b-1)(a-1) \leq 1$.

$12+5 \geq 13$.

5^2

$a^{\log_5 12} + a \vee a^{\log_5 13}$.

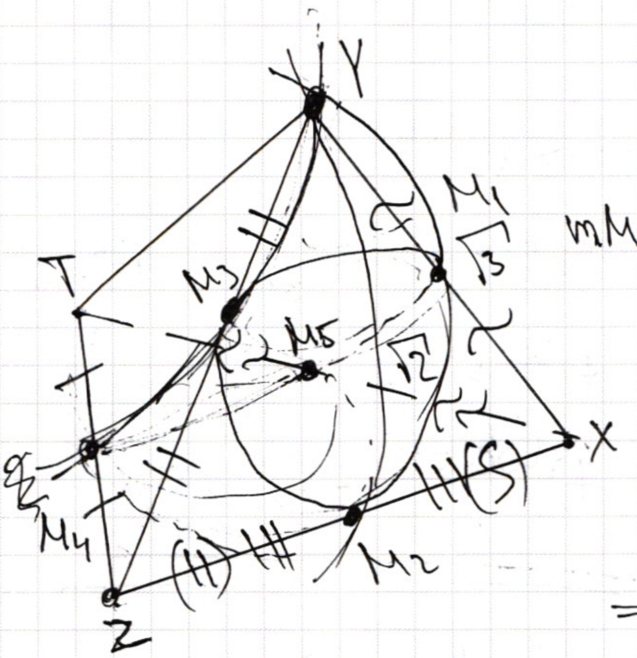
$12+5 \geq 13$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7) $XY=\sqrt{13}$ $TX=\sqrt{12}$ $TZ=2$

$XZ-?$



$M_1M_2M_3$ M_4M_5 — ~~точка~~ середины.

Окружность обра- ~~зует круг на~~

~~YZ в △YZX~~ =>

~~=> $ZM_3=ZM_2=\frac{ZY}{2}$~~ и

и ~~$M_1X=M_2X=\frac{XY}{2}$~~ =>

~~=> $ZX=\frac{ZY+XY}{2}=$~~

Сфера образует круг. в △TXZ =>.

=> $M_4Z=ZM_2$ и $M_5X=XM_2$ =>

=> $ZX=\frac{TZ+TX}{2}=\frac{\sqrt{13}+\sqrt{3}}{2}$.

3) ~~ггода~~ $\cancel{(26x-x^2)^{\log_5 12}+(26x-x^2)-(26x-x^2)^{\log_5(12)+1}\geq 0}$.

$\cancel{\log_5 13^2=\log_5(12^2+5^2)}$.

$a^{\log_5 12}+a^{\log_5 5}\geq a^{\log_5 13}$.

$a=\cancel{5^{\log_5 a}}$, $12^{\log_5 a}+5^{\log_5 a}\geq 13^{\log_5 a}$.

$t^{\log_5 12}+t^{\log_5 5}\geq t^{\log_5 13}$

$12^{\log_5 t}+5^{\log_5 t}\geq 13^{\log_5 t}$.

$\log_5 t=\log_5(26x-x^2)\in(-\infty;+\infty)$.

Рассмотрим: $a=\log_5(26x-x^2)$

$\cancel{12^{\log_5 t}}\Rightarrow 12^a+5^a=13^a.\ |:13^a$

$\left(\frac{12}{13}\right)^a+\left(\frac{5}{13}\right)^a=1 \Rightarrow$

убывает

const $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Ед. корень $\underline{a=2}$.; т.е при $a<2$, то.

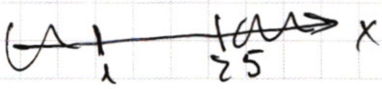
$\left(\frac{12}{13}\right)^a+\left(\frac{5}{13}\right)^a>1$, при $a>2$ $\left(\frac{12}{13}\right)^a+\left(\frac{5}{13}\right)^a<1.\Rightarrow$

$\Rightarrow 12^a+5^a\geq 13^a$ при $a\leq 2.\Rightarrow$

$\Rightarrow \log_5(26x-x^2)\leq 2.\Rightarrow 26x-x^2\leq 25\Rightarrow$

$x^2-26x+25\geq 0$

$(x-1)(x-25)\geq 0\Rightarrow$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

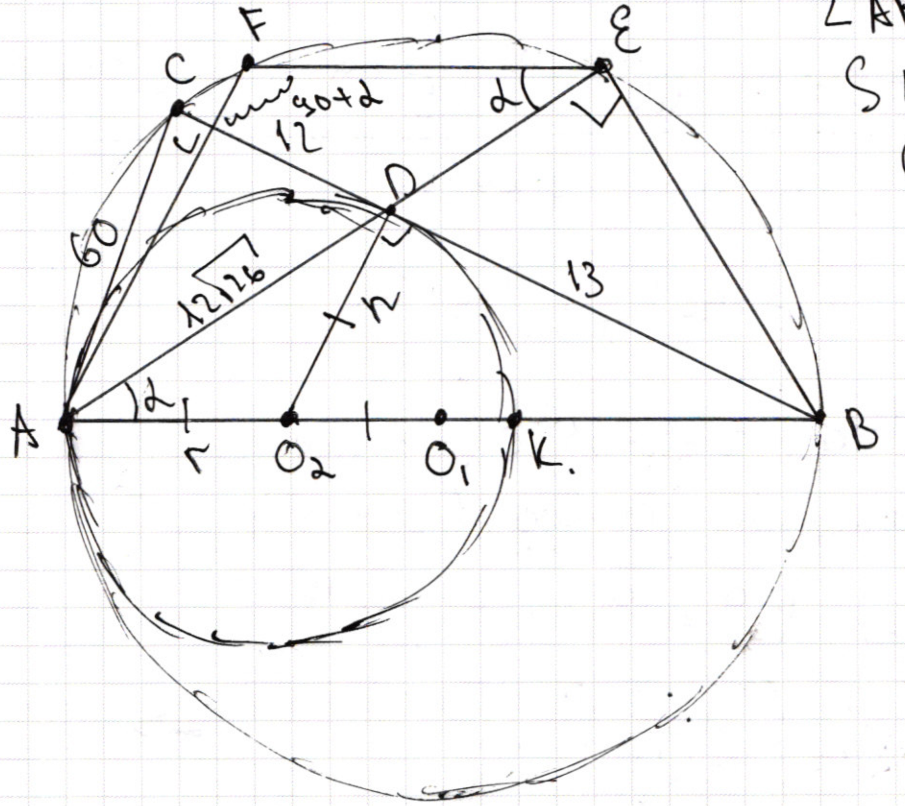
4)

R и r – ?

$\angle AFE$ – ?

S_{AEF} – ?

$CD = 12$ $BD = 13$.



R – радиус большей окр.; r – меньшей.

По св-ву кас. и сек. AB и BD:

$KB \cdot AB = BD^2$

$(2R - 2r) \cdot 2R = 13^2 \Rightarrow (R-r)R = \frac{13^2}{4}$ (1)

Проведём AC; $\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow$ (т.к. опир. на диаметр) $\Rightarrow$

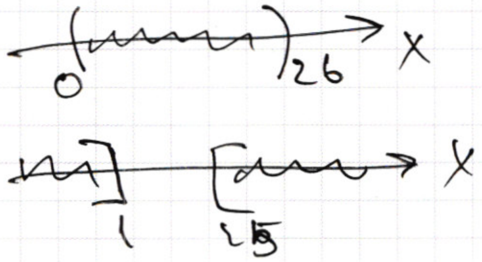
$\Rightarrow \triangle ACB \sim \triangle O_2DB: \Rightarrow \frac{2R-r}{13} = \frac{2R}{25} \Rightarrow 50R - 25r = 26R \Rightarrow$

$\Rightarrow r = \frac{24}{25}R$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 прода) При учёте ОДЗ:

ОДЗ



Ответ: $x \in (0;1] \cup [25;26)$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 прода) Подставим в (1):

$$\left(R-\frac{24}{25}R\right)\cdot R=\frac{13^2}{2^2} \Rightarrow R^2=\frac{13^2\cdot 5^2}{2^2} \Rightarrow R=\frac{13\cdot 5}{2}=\frac{65}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r=\frac{13\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{2}\cdot 12}{\cancel{2}\cdot\cancel{5}\cdot 5}=\frac{13\cdot 12}{5}=\frac{156}{5}$$

$12\cdot 13=$

$=144+12=156$

$\angle AFE$ - ?

$$AC=\frac{25}{13}\cdot O_2D=\frac{25}{\cancel{13}}\cdot\frac{\cancel{13}\cdot 12}{5}=5\cdot 12=60$$

(из подобия).

$\triangle ACD$: по т. Пифагора:

$$AD=\sqrt{60^2+12^2}=12\sqrt{25+1}=12\sqrt{26}$$

$\triangle ADO_2$ По т. косинусов:

$$\cancel{r^2}=\cancel{r^2}+AD^2-2r\cdot AD\cdot\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha=\frac{AD}{2r}=\frac{\cancel{12}\cdot\sqrt{26}\cdot 5}{2\cdot 13\cdot\cancel{12}}=$$

$$=\frac{5}{\sqrt{26}}.$$

Т.к. $FE\parallel AB \Rightarrow \angle FEA=\angle EAB=\alpha$.

$\angle AEB=90°$ (т.к. опир на диам.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle FEB=90+\alpha$

$AFEB$ — р/б. трап (т.к. $FE\parallel AB$ и опис).

☐ черновик ☑ чистовик

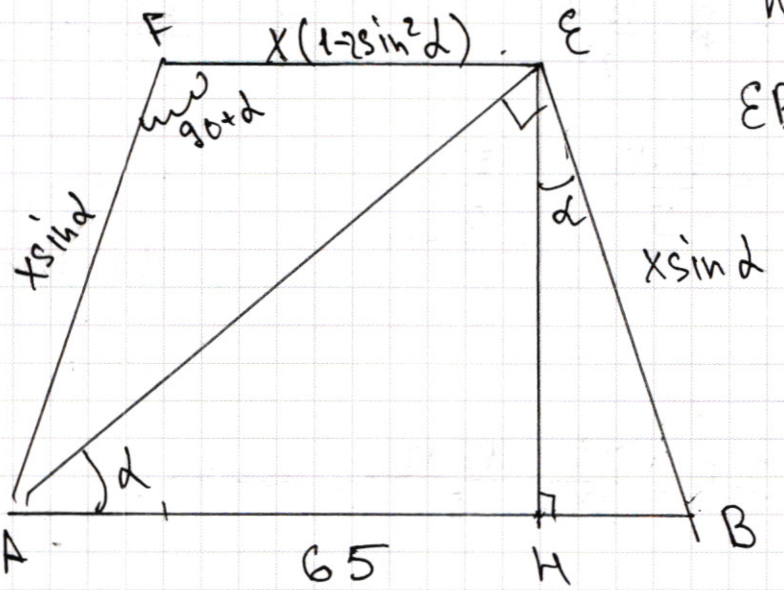
(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

~~Тогда~~ (4 тогда) $\angle AFE = \angle FEB = 90^\circ + \alpha =$

$$= \cancel{90^\circ + \arccos\frac{5}{\sqrt{26}}} = \frac{\pi}{2} + \arccos\frac{5}{\sqrt{26}}$$

S_{AEF} — ?



Пусть $x = AB = 65$

$EB = x\sin\alpha$

$EH \perp AB$

$HB = x\sin^2\alpha$.

$$FE = AB - 2HB = x - 2x\sin^2\alpha = x(1 - 2\sin^2\alpha).$$

$$S = \frac{1}{2}x^2\sin\alpha(1-2\sin^2\alpha)\cdot\sin(90+\alpha) = \frac{1}{2}x^2\sin\alpha\cdot(+\cos\alpha)\cdot(1-2\sin^2\alpha) =$$

$$= \frac{1}{2}x^2\sin\alpha\cos\alpha(-2\sin^2\alpha+1) = +\frac{1}{4}x^2\cdot\sin2\alpha\cdot\cos2\alpha.$$

$\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{26}}$ $\quad \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}$

$\sin2\alpha = 2\frac{1}{\sqrt{26}}\cdot\frac{5}{\sqrt{26}} = \frac{5}{13} \Rightarrow \cos2\alpha = \frac{\pm12}{13}$ (т.к.

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{5}$, то $\alpha < 45^\circ \Rightarrow \cos2\alpha = \frac{12}{13}$).

$$S = \frac{1}{4}\cdot65^2\cdot\frac{12}{13}\cdot\frac{5}{13} = \frac{5\cdot5\cdot\cancel{13^2}\cdot5}{4\;\cancel{13^2}} = \frac{125}{4} = \underline{31{,}25}$$

Ответ: $R = \frac{65}{2}$; $r = \frac{156}{5}$; $\angle AEF = \frac{\pi}{2} + \arccos\frac{5}{\sqrt{26}}$; $S = 31{,}25 = \frac{125}{4}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) $f(ab)=f(a)+f(b)$. $\quad a, b=\frac{m}{k}$.

$f(p)=[p/4]$.

$4 \leq y; x \leq 28$. $f(x/y)<0$.

$y = p_1 p_2 \cdot \ldots p_n$

$x = q_1 q_2 \ldots q_m$ $\quad$ q_i и p_j – простые числа.

Тогда $\underline{f(x)=f(p_1)+\ldots f(p_n)=}$

$\underline{=\left[\frac{p_1}{4}\right]+\ldots+\left[\frac{p_n}{4}\right]}$.

$\underline{f(y)=f(q_1)+\ldots+f(q_n)=\left[\frac{q_1}{4}\right]+\ldots+\left[\frac{q_m}{4}\right]}$

$f\left(\frac{x}{y}\right)<0 \Rightarrow f(x) \cancel{\leq} <-f\left(\frac{1}{y}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{y}\right)<-f(x)$ -?

~~$f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)$.~~

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6) $\underbrace{\frac{8-6x}{3x-2}}_{f(x)} \geq ax+b \geq \underbrace{18x^2-51x+28}_{g(x)}$.

Оценка графика:

$f(x) = -\frac{6x-4-4}{3x-2} = -\left(2-\frac{4}{3x-2}\right) = \frac{4}{3x-2} - 2 = \frac{\frac{4}{3}}{x-\frac{2}{3}} - 2$ — гипербола.

~~Оценка~~

$g(x) = 18x^2 - 51x + 28$.

$g'(x) = \underline{36x-51} = 0 \Rightarrow x = \frac{51}{36} = \frac{3\cdot 17}{6\cdot 6} = \frac{17}{12}$

$18x^2 - 51x + 28 = 0$

$D = 51^2 - 4\cdot 28\cdot 18 = 1593$.

$x = \frac{51 \pm \sqrt{1593}}{2\cdot 18} \approx$

$\approx \frac{51 \pm 40}{2\cdot 18}$ → $\frac{91}{2\cdot 18} \approx \frac{5}{2}$; → $\frac{11}{2\cdot 18} = \frac{11}{36}$

$g(x_{min}) = 18\cdot\frac{17^2}{\cancel{18}\cdot 2\cdot \cancel{6}\cdot \cancel{2}} - 51\cdot\frac{17}{12} + 28 =$

$= \frac{3\cdot 17^2}{8} - \cancel{51}\cdot\frac{17^2}{4} + 28 =$

$= \cancel{\frac{1}{8}\cdot 17^2 + 28} - \frac{1}{8}\cdot 17^2 + 28 = -36{,}125 + 28 =$

$= -8{,}125$

$\begin{array}{r} \times\ 51 \\ 51 \\ \hline +\ 51 \\ 255 \\ \hline 2601 \end{array}$ $\begin{array}{r} \times\ 36 \\ 28 \\ \hline +\ 288 \\ 72 \\ \hline 1008 \end{array}$

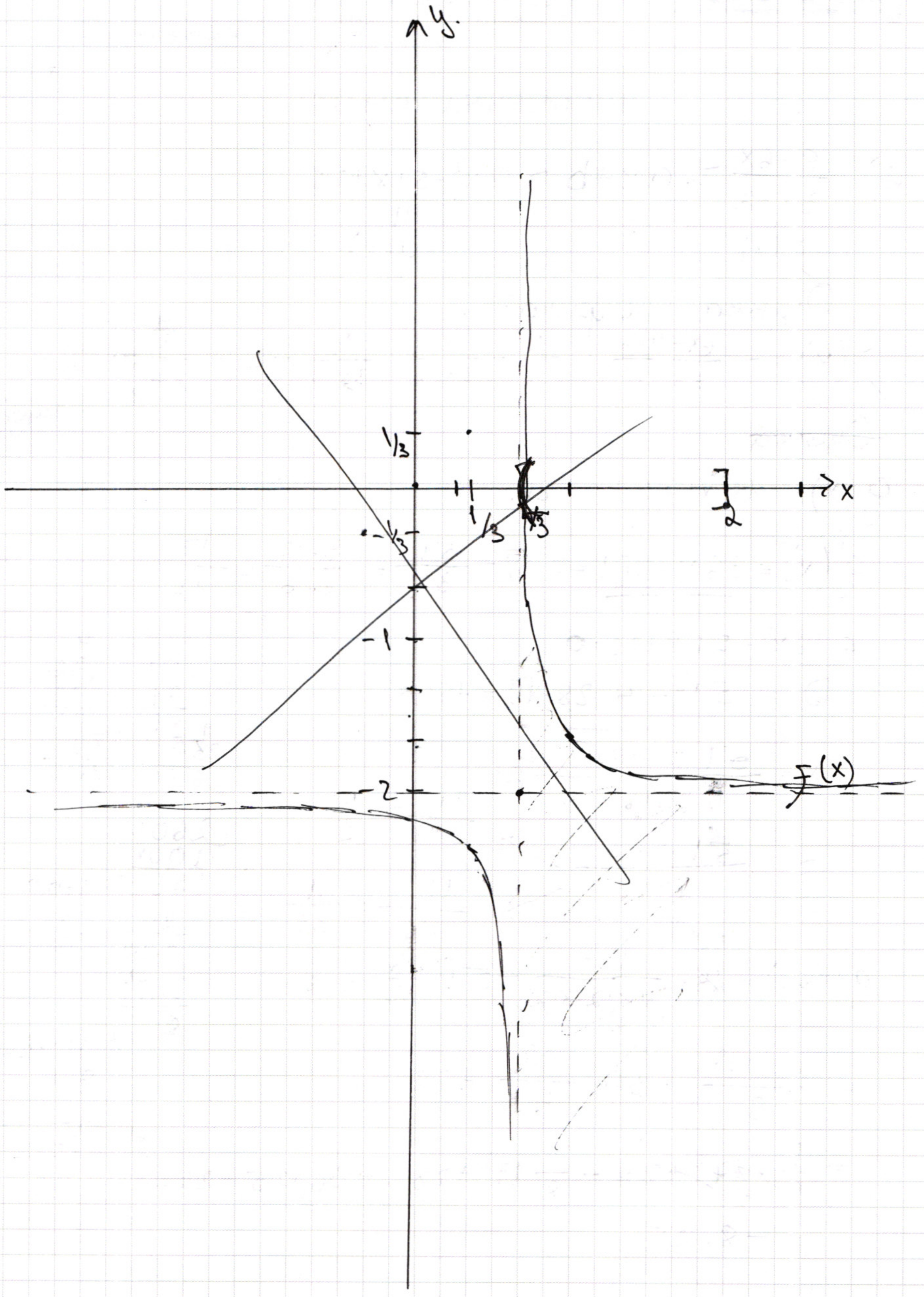
$\begin{array}{r} -\ 2601 \\ 1008 \\ \hline 1593 \end{array} \approx 1600$

$\frac{90}{2\cdot 2\cdot 9} = \frac{5}{2}$

$\frac{3\cdot 17^2}{8}$

$\frac{3\cdot 17\cdot 17}{3\cdot 4} =$

$\frac{9}{8} - \frac{1^2}{4} = \frac{-1}{8}$


y
x
1/3
-1/3
1/3
1
2
-1
-2
F(x)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

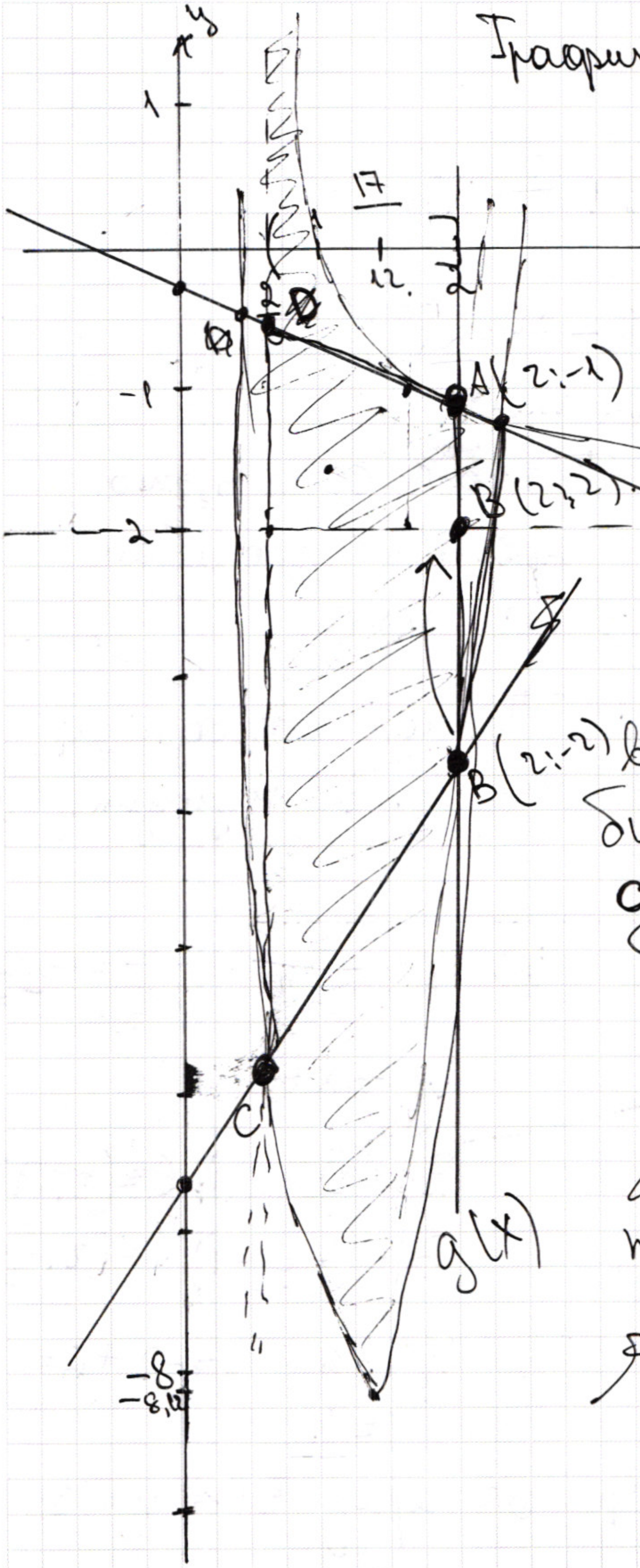
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

График.



Нас интересуют точки такие $(a;b)$, что вся прямая $ax+b=y$ на $(\frac{2}{3};2]$, будет $\in$ множеству ABC.

$g(2)=18\cdot4-51\cdot2+28=$

$=72-102+28=-30+28=-2. \Rightarrow$

$\Rightarrow B=(2;-2)$

~~AD – касательная к f(x) в точке~~ $x_0=2$.

$\cancel{f'(x)=\left(\frac{4}{2x-3}\right)'=4\left((2x-3)^{-1}\right)'=-\frac{4}{(2x-3)^2}}$

$\cancel{f'(x_0) = -\frac{4}{(2\cdot 2-3)^2} = -\frac{4}{1}}$ $\qquad x_0 = \frac{2}{3}$

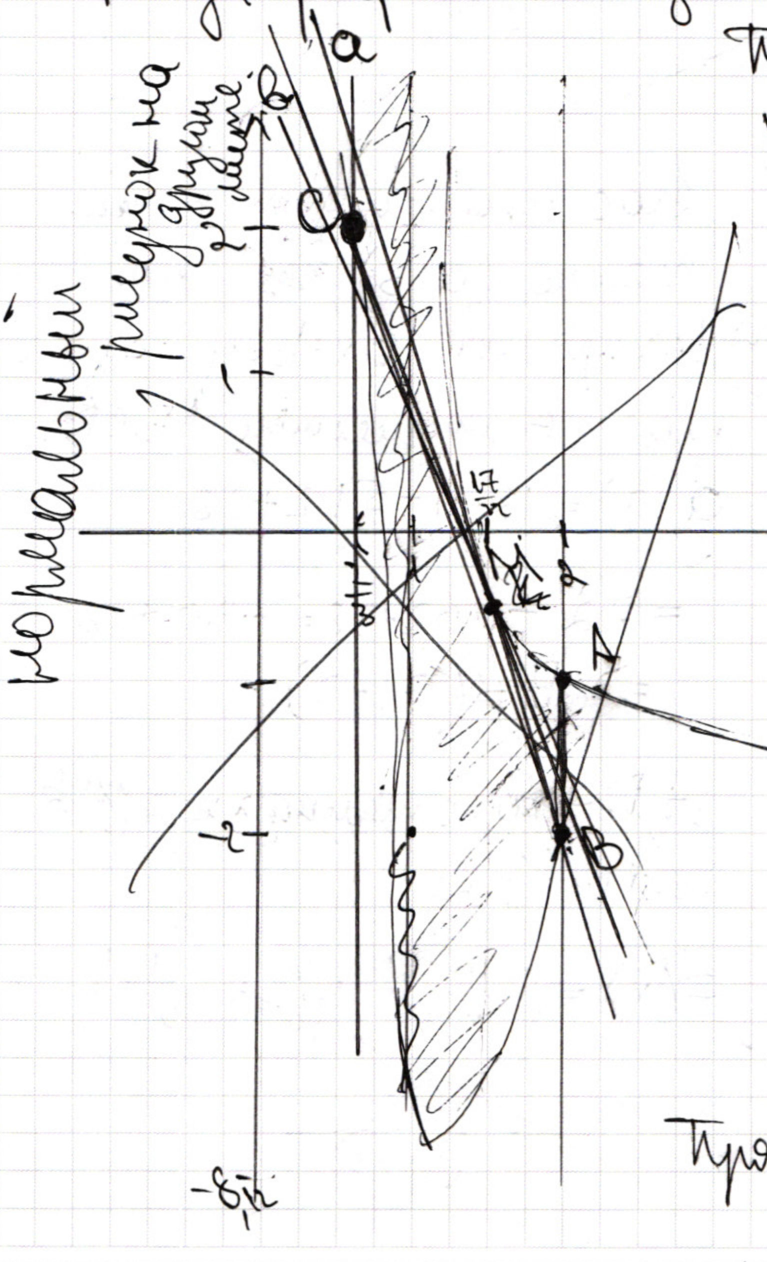
$f(x_0) = \frac{8-12}{6-2} = \frac{-4}{4} = -1.$

$A = (2;-1).$

$g\left(\frac{2}{3}\right) = \cancel{18}^{2} \cdot \frac{4}{\cancel{9}_1} - \cancel{51}^{17} \cdot \frac{2}{\cancel{3}_1} + 28 =$

$= 8 - 34 + 28 = 36 - 34 = 2\ (?)$

Тогда график выглядит так.



нормальный рисунок на другом листе

~~Прямые a и b это крайние положения $y=ax+b$.~~

Прямая проходящая через BC подходит.

$k = \frac{4}{2-\frac{2}{3}} = \frac{2}{1-\frac{1}{3}} = 3.$

$y = -3x + c$

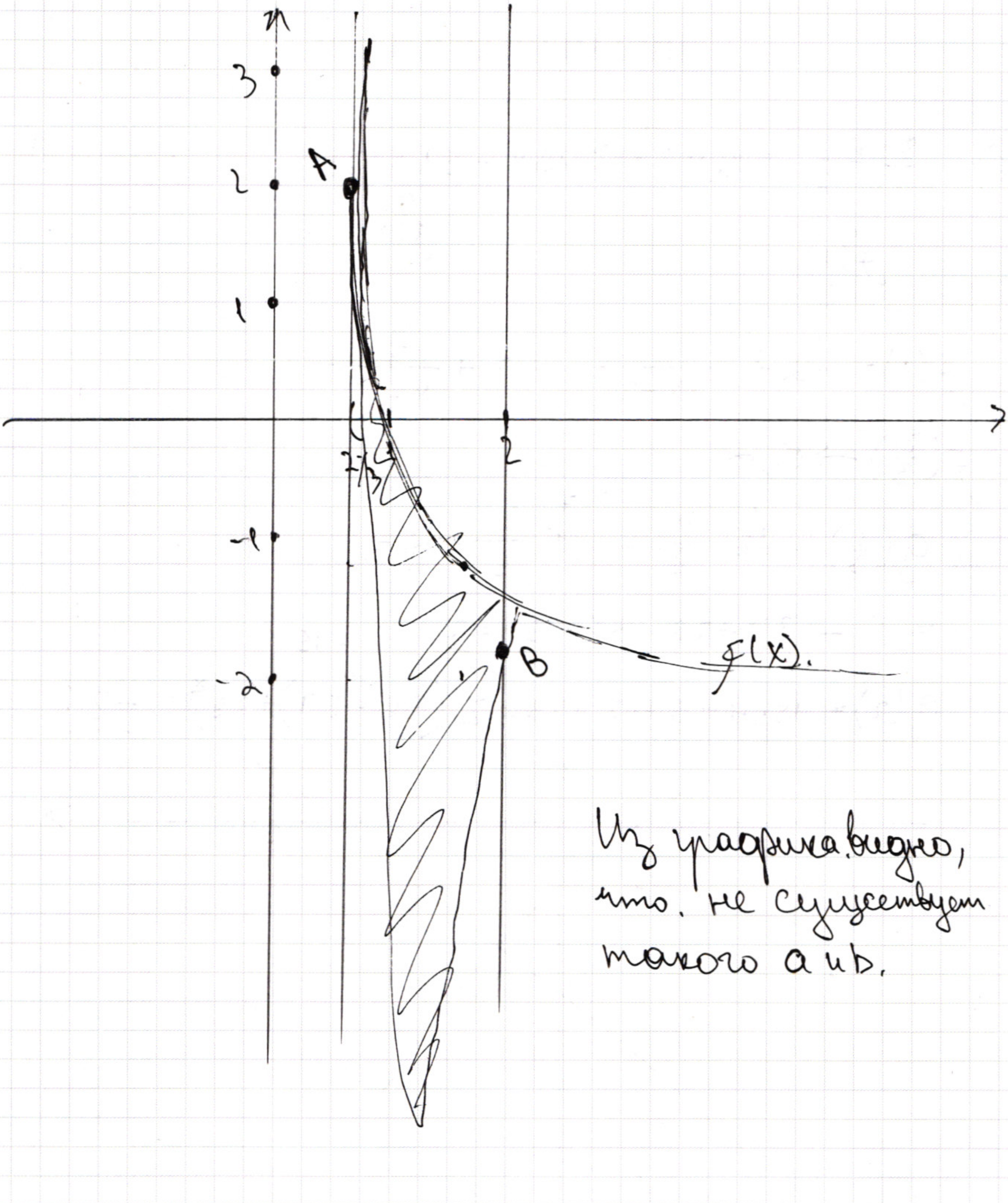
$\cancel{B = (\tfrac{2}{3};2)\ C = (2;-2)}.$

$B = (+2;-2)\ C = (2;\tfrac{2}{3}).$

$\cancel{y = 3\cdot 4} \Rightarrow c = -2+6 =$
$= 4.$

Прямая через $BC \Rightarrow y = -3x+4.$

График:



Из графика видно, что не существует такого a и b.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) $\underbrace{\frac{8-6x}{3x-2}}_{f(x)} \geq ax+b \geq \underbrace{18x^2-51x+28}_{g(x)}.$

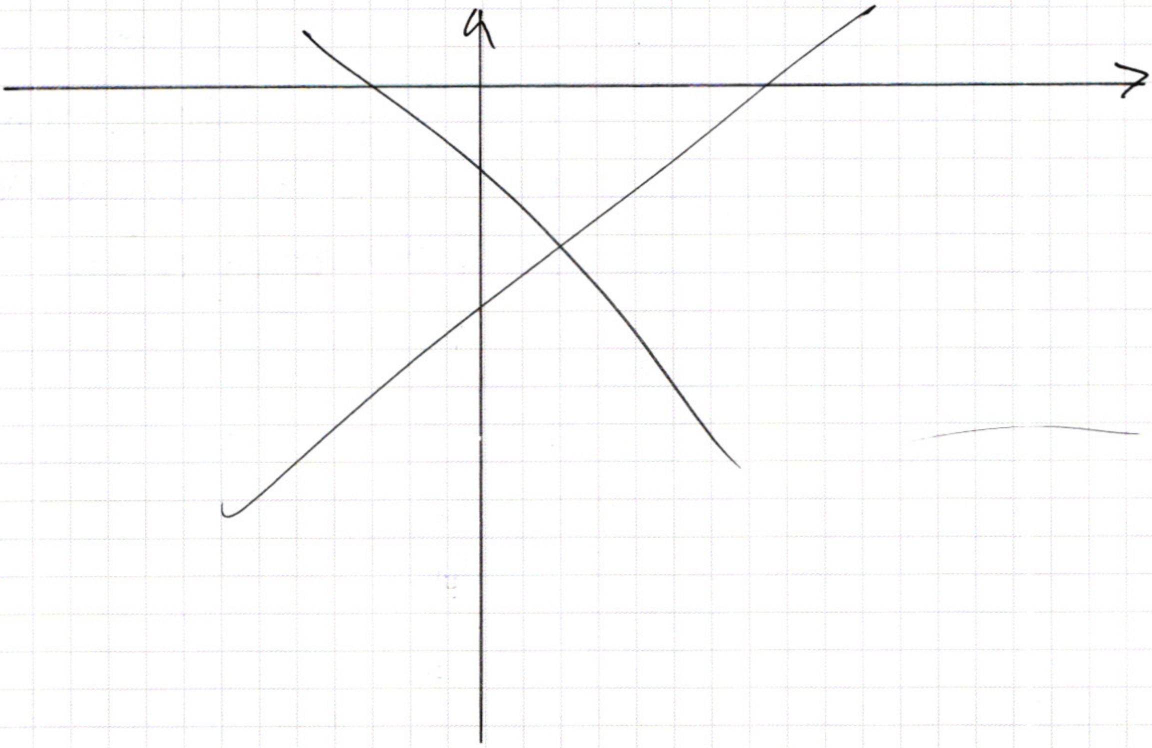
$f(x) = -2 + \frac{4}{3x-2} = -2 + \frac{\frac{4}{3}}{x-\frac{2}{3}}$

$f\left(\frac{2}{3}\right) \to \cancel{0}\,\infty.$

$g\left(\frac{2}{3}\right) = \overset{2}{\cancel{18}} \cdot \frac{4}{\cancel{9}} - \overset{17}{\cancel{51}} \cdot \frac{2}{\cancel{3}} + 28 =$

$= 8 - 34 + 28 = 36 - 34 = \underline{2}.$

$g(2) = 18 \cdot 4 - 51 \cdot 2 + 28 = 2(\underbrace{36-51}_{-15}) + 28 = \underline{-2}.$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Может это касательная к. $f(x)$-?

$$\begin{cases} f(x) = \frac{4}{2x-3} - 2 = y \\ y = -3x+4 \end{cases}$$

$y' = -3 = -\frac{4}{(2x-3)^2} \Rightarrow (2x-3)^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow 2x-3 = \pm\frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow$

$x = \frac{3}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{3}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

$y_1 = \frac{4}{\cancel{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} - \cancel{3}} - 2 = \frac{\sqrt{3}\cdot 4}{2} - 2 = 2\sqrt{3} - 2.$

$y_2 = -3\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + 4 = -\frac{9}{2} - \sqrt{3} + 4 = \frac{-1}{2} - \sqrt{3}$

Тогда из того, что $y_2 < y_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ BC не могут существовать, а значит $\Rightarrow (a;b) \in \varnothing$

Ответ: $(a;b) \in \varnothing$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

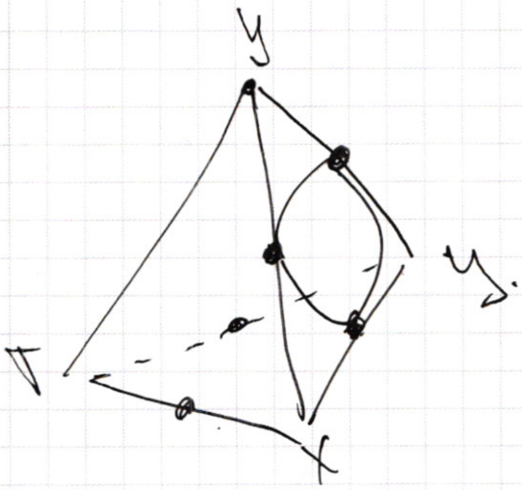
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

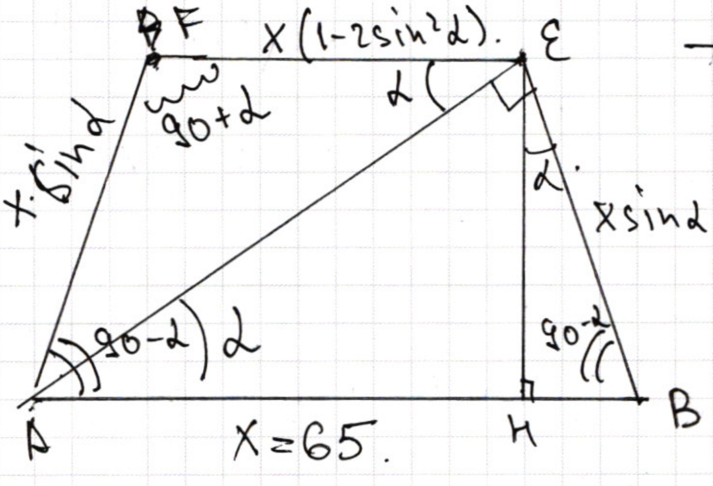
$\angle AFE = 9 \cdot \angle \cancel{AE}\, FEB.$

$\angle FEA = \angle EAB = \alpha \Rightarrow \angle FEB = 90 + \alpha =$

$= \boxed{\arccos \frac{2}{\sqrt{126}} + \frac{\pi}{2}}$ ~~$\pi - \arcsin \sqrt{\frac{11}{13}}$~~

~~$\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \cos\alpha \cdot \cos\frac{\pi}{2} - \sin\alpha \cdot \sin\frac{\pi}{2} = -\sin\alpha$~~

~~$\alpha = \arccos\left(\frac{26-4}{26}\right) = \arccos\sqrt{\frac{11}{13}}$~~



Пусть $AB = x = 65$

$\sin\alpha = \sqrt{\frac{11}{13}}$

$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{126}}$

$EB = AB\sin\alpha = x\sin\alpha.$

$EH \perp AB \Rightarrow HB = x\sin^2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow FE = x - 2\sin^2\alpha \cdot x = x(1 - 2\sin^2\alpha)$

Тогда $S = \frac{1}{2}\sin(90+\alpha) \cdot x(1-2\sin^2\alpha) \cdot x\sin\alpha) =$

$= \frac{1}{2} \cdot x^2 \cos\alpha \cdot (1 - 2\sin^2\alpha) \cdot \sin\alpha) =$

$125 \mid 4$, -12, $31{,}1$, 5

$= \frac{65^2}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{126}} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{11}{13}\right.$.

sin

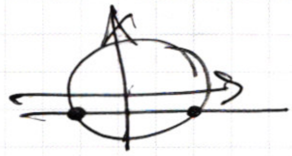
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

(1) $\sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$.



$$\left[\begin{aligned} x+y &= -\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k \\ x+y &= \pi + \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k \end{aligned}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$y = \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k$.

1) $x = -y - \mathrm{arc} + 2\pi k = \underbrace{-\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} - \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}}_{-\frac{\pi}{2}} + 2\pi k = \underline{-\frac{\pi}{2} + 2\pi k}$

$\cancel{\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1 \quad \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0}$

$\frac{x}{2} = -\frac{\pi}{4} + \pi k \Rightarrow \operatorname{tg}\frac{x}{2} = \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4} + \pi k\right) =$

$= \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$.

2) $y = -\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k$.

$x = -y - \arcsin + 2\pi k = \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} - \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k =$

$\cancel{\frac{x}{2}} \; \cancel{\operatorname{arcco}\frac{1}{\sqrt{17}}} = \frac{\pi}{2} - 2\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k$.

$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} - \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + \pi k$.

$\cancel{\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}\right)}$

$\mathrm{arc}\cancel{\sin}\cos\frac{1}{\sqrt{17}} = \operatorname{arctg} 4$.

$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} 4 + \pi k \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} 4\right) =$

$= \frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - \operatorname{tg}(\mathrm{arc})}{1 + \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\operatorname{tg}(\mathrm{arc})} = \frac{1-4}{1+4} = \frac{-3}{5}$.

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \end{cases}$ $\qquad tg\,\alpha = tg\,\frac{x}{2} - ?$

$2\alpha = x \quad 2\beta = y.$

$\begin{cases} \sin(x+y) = -\frac{1}{\sqrt{17}} & (1) \\ \sin(x+2y)+\sin x = -\frac{2}{17} & (2) \end{cases}$

~~$\sin(x+2y) = \sin x.$~~

$\sin(x+2y)+\sin x = 2\sin(x+y)\cdot\cos y = -\frac{2}{17} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin(x+y)\cos y = -\frac{1}{17}$

Подставим первое:

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos y = -\frac{1}{17} \Rightarrow \underline{\cos y = \frac{1}{\sqrt{17}}} \Rightarrow$

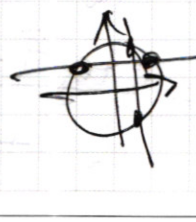
$\Rightarrow \sin y = \pm\frac{4}{\sqrt{17}}.$ $\qquad \frac{17-1}{17} = \frac{4}{\sqrt{17}}$

I 1) $\sin y = \frac{4}{\sqrt{17}} \quad \cos y = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow y = \pm\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k.$

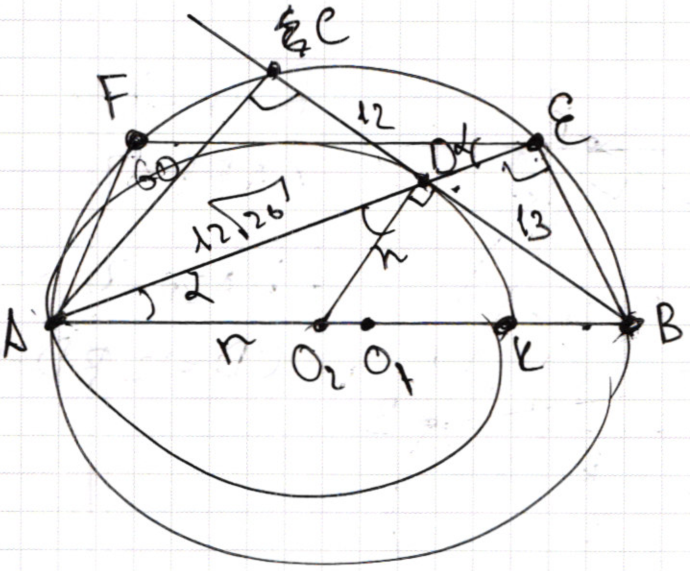
~~(1) $\sin x\cdot\cos y + \sin y\cdot\cos x = -\frac{1}{\sqrt{17}}$~~

~~$\sin x\cdot\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{4}{\sqrt{17}}\cos x = -\frac{1}{\sqrt{17}} \quad |\cdot\sqrt{17}$~~

~~$\sin x + 4\cos x = -1 \quad |:\sqrt{1}$~~



Тогда радиусы примерно равны, перерисуем рисунок:



AFEB – р/б трапеция. (т.к. FE ∥ AB и AFEB – опис).

Из подобия $\triangle ACB$ и O_2DB:

$$AC = \frac{25}{13} \cdot r = \frac{\cancel{25}^{5}}{\cancel{13}} \cdot \frac{\cancel{13} \cdot 12}{\cancel{5}_1} = 60$$

По т Пифагора в $\triangle ACD$:

$$AD^2 = 60^2 + 12^2 = \cancel{8^2(10^2+2^2)} =$$

$$= 12^2(5^2+1) = 12^2 \cdot 26 \Rightarrow AD = 12 \cdot \sqrt{26}$$

$\triangle ADO_2$ – р/б.

По т. косинусов $\triangle ADO_2$).

$$\cancel{r^2} = \cancel{r^2} + AD^2 - 2r \cdot \cancel{AD} \cos\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{AD}{2r} = \frac{\cancel{12} \cdot \sqrt{26} \cdot 5}{2 \cdot 13 \cdot \cancel{12}} = \frac{5}{\sqrt{26}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \arccos\frac{5}{\sqrt{26}}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

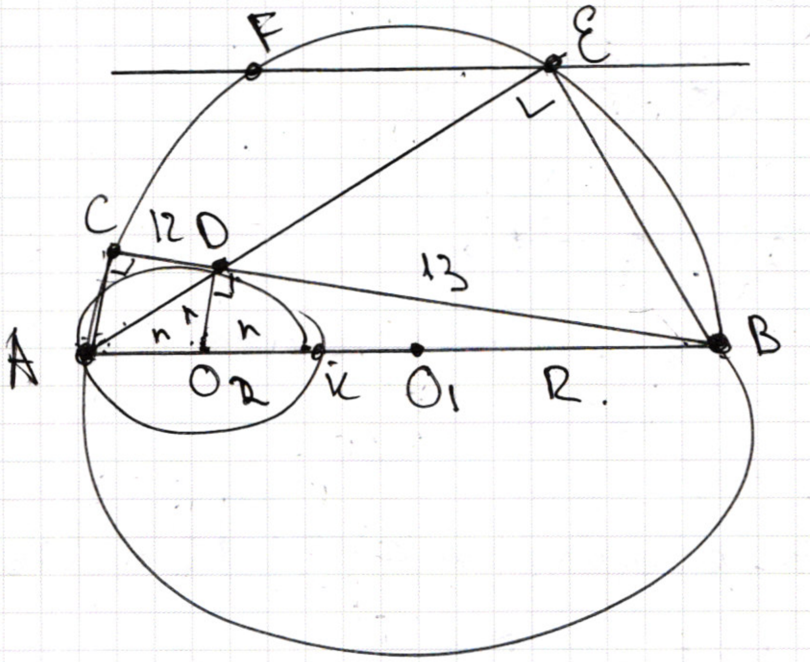
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4)



$R_{ин}$ - ?

$\angle AFE$ - ?

S_{AEF} - ?

$CD = 12$ $BD = 13$.

По св-ву сек и кас. для BD и AB:

$BD^2 = KB \cdot AB$

$13^2 = (2R - 2r) \cdot 2R \quad (*)$

$\angle ACB = 90°$ (т.к. опир. на диаметр).

$\triangle ACB \sim \triangle O_2DB$ (по 3-ем углам). =>

$\Rightarrow \dfrac{2R - r}{13} = \dfrac{2R}{25} \Rightarrow 50R - 25r = 26R \Rightarrow$

$\Rightarrow r = \dfrac{24}{25} R.$

Подставим в $(*)$.

$\cancel{13^2}$ $\cancel{(2)}$ $13^2 = 4(R - r) \cdot R = \dfrac{4}{25} \cdot R^2 \Rightarrow R = \dfrac{13 \cdot 5}{\cancel{2}} = \dfrac{65}{\cancel{2}}$

$\dfrac{13 \cdot 6}{5} = \dfrac{60 + 18}{}$

$r = \cancel{\dfrac{13 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 24}{14 \cdot 25}} = \dfrac{78}{5}$

$\boxed{R = \dfrac{13 \cdot 5}{2} = \dfrac{65}{2} \quad r = \dfrac{156}{5}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

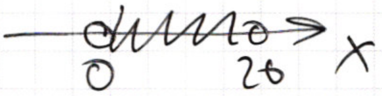
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $|x^2-26x|^{\log_5 12}+26 \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

ОДЗ: $26x-x^2>0 \Rightarrow x(x-26)<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  $\Rightarrow x\in(0;26)$

$|x^2-26x| \xRightarrow{ОДЗ} (26x-x^2)$. и $13^{\log_5(26x-x^2)}=$

$=(26x-x^2)^{\log_5 13}$

Получаем:

$(26x-x^2)^{\log_5 12}+26 \geq x^2+(26x-x^2)^{\log_5 13}$.

$(26x-x^2)^{\log_5 12}-(26x-x^2)^{\log_5 13} \geq x^2-26$.

$(26x-x^2)^{\log_5 13}\left((26x-x^2)^{\log_5 12-\log_5 13}-1\right) \geq x^2-26$.

$26x-$

$\frac{4}{3} = 11,$

$$\frac{51}{2\cdot2\cdot9} = \frac{17\cdot\cancel{3}}{2\cdot2\cdot\cancel{3}\cdot3} = \frac{17}{12.} = \frac{17}{3\cdot2^2}$$

$$\frac{9\cdot2\cdot17^2}{9\cdot2^2\cdot2^2} = \frac{17^2}{8}$$

$$\begin{array}{r|l} -289 & 8 \\ \underline{24} & \overline{36{,}125} \\ 49 & \\ -48 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -36{,}125 \\ \underline{28} \\ 8{,}125 \end{array}$$

$$\frac{17}{12} = 1 + \frac{5}{12.}$$

sin

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~3) 2. II) $\sin y = -\frac{4}{\sqrt{17}}$ $\cos y = \frac{1}{\sqrt{17}}$.~~

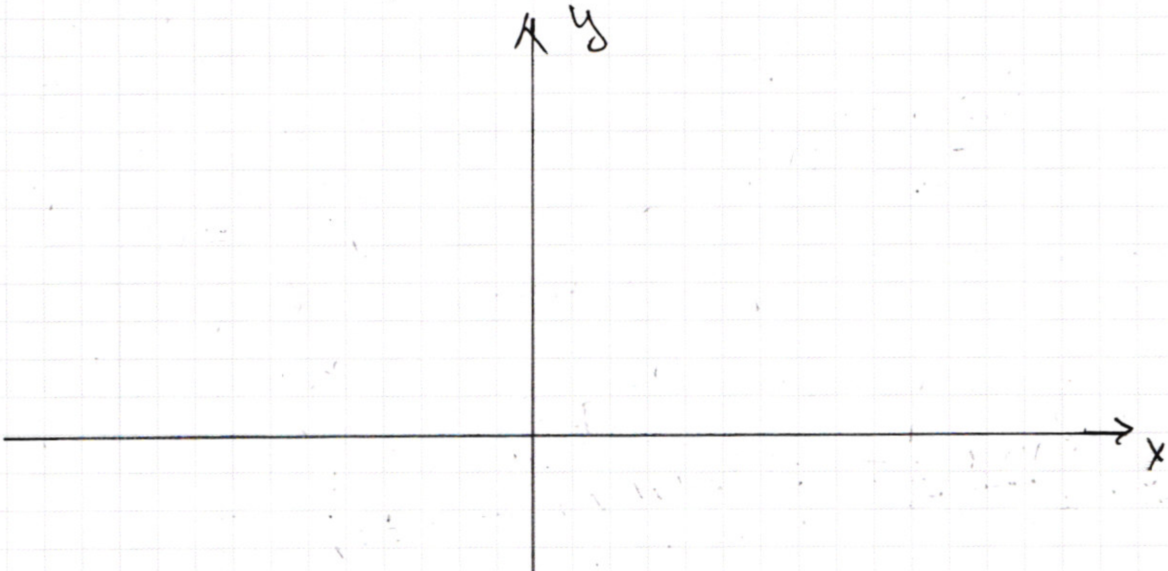
~~1). X~~

② $x = \pi - y + \arcsin\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi k.$

$x = \pi - \left(\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + \mathrm{arcs}\frac{1}{\sqrt{17}} - 2\arcsin\frac{1}{\sqrt{17}}\right) + 2\pi k.$

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax + b \geq 18x^2 - 51x + 28.$$

$$-\frac{6x-4-4}{3x-2} = -\left(2 - \frac{4}{3x-2}\right) = \frac{4}{3x-2} - 2.$$



☑ черновик   ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} & (1) \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 & (2). \end{cases}$

$9(x^2-2x+1)-9+(y-6)^2-36=45.$

$9(x-1)^2+(y-6)^2=90.$

$y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}.$

$xy-6x-y+6\geq 0.$ и $y-6x\geq 0,$

$y^2-12xy+36x^2=xy-6x-y+6.$

$y^2+y-13xy+36x^2+6x=6.$

$$\begin{cases} 13^2 = 2R(2R-2r) & (1) \\ r^2 + 13^2 = (2R-2r)^2 & (2) \end{cases}$$

Подставим (1) в (2):

$$r^2 + 2R(2R-2r) = (2R-2r)^2.$$

$$r^2 + \cancel{4R^2} - 4Rr = 4(R^2 - 2Rr + r^2) = \cancel{4R^2} - 8Rr + 4r^2 \quad |:r$$

$$r - 4R = -8R + 4r$$

$$4R = 3r$$

$$R = \frac{3r}{4} \Rightarrow r = \frac{4R}{3}$$

$$\cancel{r^2} (1)\ 13^2 = 2R\left(2R - \frac{8}{3}R\right)$$

$$r^2 + 2R(2R-2r) = (2R-r)^2.$$

$$\cancel{r^2} + 4R^2 - 4Rr = 4R^2 - 4Rr + \cancel{r^2}$$

$\triangle ACB \sim \triangle O_2DB$:

$$\frac{2R-r}{13} = \frac{2R}{25} \Rightarrow 50R - 25r = 26R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24R = 25r \Rightarrow R = \frac{25}{24}r \Rightarrow r = \frac{24}{25}R.$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

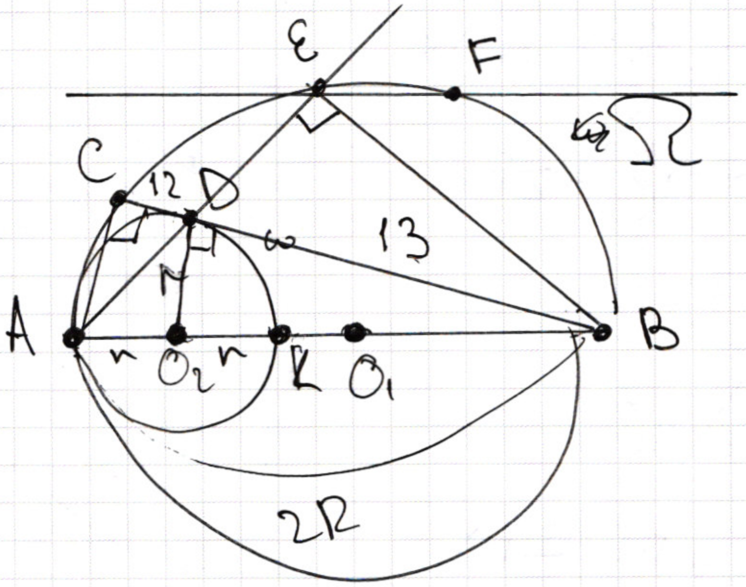
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)



R и r – ?

$\angle AFE$ – ?

S_{AEF} – ?

$CD = 12$ $BD = 13$.

$R^2 - 4rR$

1) в ΔO_2DB: по т. Пифагора:

~~$r^2 + (R-2r)^2 =$~~

$r^2 + 13^2 = (2R - r)^2$ ~~$13^2 = (R-3r)(R-r) = R^2$~~

~~$r^2 + 13^2 = R^2 - 4rR + 4r^2$~~

~~$13^2 = R^2 - 4rR + 3r^2$~~

По св-ву кас. и сек. BD и AB:

$\frac{13 \cdot 5}{4}$

$BD^2 = BK \cdot AB$

$13^2 = (2R - 2r) \cdot 2R$.

$\frac{26-4}{26} = \frac{22}{26}$ $\frac{65 \cdot 24}{25}$

Получаем систему:

$r = \frac{13 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{24}^{12}}{\cancel{2} \cdot \cancel{25}_5} = \frac{13 \cdot 12}{5}$

$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha \cdot \cos\frac{\pi}{2} - \sin\alpha \cdot \sin\frac{\pi}{2} = 1$

$\times 13$ $(12+1) \cdot 12 =$

$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\alpha = - =$

$= 144 + 12 = 156$