МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6},\\ x^2+36y^2-12x-36y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x+\left|x^2-10x\right|^{\log_3 4}\geqslant x^2+5^{\log_3\left(10x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{15}{2}$, $BD=\frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2\leqslant x\leqslant 25$, $2\leqslant y\leqslant 25$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x-16}{4x-5}\leqslant ax+b\leqslant -32x^2+36x-3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4};1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL=3$, $KM=1$, $MN=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $\sin(2a+2b) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ (1)

$\sin(2a+4b) + \sin 2a = -\frac{2}{5}$ (2)

1) Рассмотрим второе уравнение:

$\sin(2a+4b) + \sin 2a = 2\sin(2a+2b)\cdot\cos 2b$

Тогда $2\sin(2a+2b)\cdot\cos 2b = -\frac{2}{5}$

Подставим (1) в (2):

$$2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\cos 2b = -\frac{2}{5}$$

$$\cos 2b = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (3)$$

$\sin 2b = \sqrt{1-\cos^2 2b} = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$ (4)

2) Подставим (3) и (4) в (1):

$\sin 2a \cos 2b + \sin 2b \cos 2a = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

I) $\frac{1}{\sqrt{5}}\sin 2a + \frac{2}{\sqrt{5}}\cos 2a = -\frac{1}{\sqrt{5}} \quad \Big| \cdot \sqrt{5}$

$\sin 2a + 2\cos 2a = -1$

$\sin 2a = \frac{2tg a}{1+tg^2 a}$

$\cos 2a = \frac{1-tg^2 a}{1+tg^2 a}$

$$\frac{2tg a}{1+tg^2 a} + \frac{2(1-tg^2 a)}{1+tg^2 a} = -1$$

$2tg\,a + 2 - 2tg^2 a = -1 - tg^2 a$

$tg^2 a - 2tg\,a - 3 = 0$

$D_2 = 1 + 3 = 4$

$$\left[\begin{array}{l} tg\,a = 1+2 = 3 \\ tg\,a = 1-2 = -1 \end{array}\right.$$

II) $\frac{1}{\sqrt5}\sin 2a - \frac{2}{\sqrt5}\cos 2a = -\frac{1}{\sqrt5} \quad \Big| \cdot \sqrt5$

$\sin 2a - 2\cos 2a = -1$

$\frac{2tg\,a}{1+tg^2 a} - \frac{2(1-tg^2 a)}{1+tg^2 a} = -1 \quad \Big| \cdot (1+tg^2 a)$

$2tg\,a - 2 + 2tg^2 a = -1 - tg^2 a$

$3tg^2 a + 2tg\,a - 1 = 0$

$D_2 = 1 + 3 = 4 = 2^2$

$$\left[\begin{array}{l} tg\,a = \frac{-1-2}{3} = -1 \\ tg\,a = \frac{-1+2}{3} = \frac{1}{3} \end{array}\right.$$

Ответ: $tg\,a = -1$; $tg\,a = \frac{1}{3}$; $tg\,a = 3$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases}$$

1) $2xy-12y-x+6=2y(x-6)-(x-6)=(2y-1)(x-6)$

Пусть $2y-1=a$, $x-6=b$

2) $(2y-1)\cdot(-6)+(x-6)=x-12y=b-6a$

3) $(x^2-12x+36)-36+36(y^2-y+\frac{1}{4})-\frac{1}{4}\cdot 36=45$

$\cancel{(x-6)^2-36+36\cdot(y-\frac{1}{2})^2+9=45}$

$\cancel{(x-6)^2+36(y-\frac{1}{2})^2=90}$

$\cancel{b^2+36a^2=90}$

$(x^2-12x+36)+36\cdot4\cdot\frac{1}{4}(y^2-y+\frac{1}{4})-9-36=45$

$(x-6)^2+9(2y-1)^2=90$

$b^2+9a^2=90$

Получаем: $\begin{cases} b-6a=\sqrt{ab} & (1) \\ b^2+9a^2=90 & (2) \end{cases}$

1) $\begin{cases} b^2-12ab+36a^2=ab \\ b-6a\geq 0 \end{cases}$

$b^2-13ab+36a^2=0$

$D=169a^2-4\cdot36a^2=$

$=169a^2-144a^2=25a^2$

$$\left[\begin{array}{l} b = \dfrac{13a+5a}{2} = 9a \\ b = \dfrac{13a-5a}{2} = 4a \end{array}\right.$$

~~но $b \geq 6a$~~

Тогда подставим $b = 9a$ в (2):

$$81a^2 + 9a^2 = 90$$

$$a^2 = 1$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = 1 \\ b = 9 \end{cases} \\ \begin{cases} a = -1 \\ b = -9 \end{cases} \end{array}\right.$$

Но $b \geq 6a$, т.е. для $a = 1$ $b \geq 6$, для $a = -1$ $b \geq -6$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ подходит $\begin{cases} a = 1 \\ b = 9 \end{cases}$

Подставим $b = 4a$ в (2):

$$16a^2 + 9a^2 = 90$$

$$25a^2 = 90$$

$$a^2 = \frac{18}{5}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = \sqrt{\frac{18}{5}} \\ b = 12\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases} \\ \begin{cases} a = -\sqrt{\frac{18}{5}} \\ b = -12\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases} \end{array}\right.$$

но для $a = \sqrt{\frac{18}{5}}$ $b \geq 18\sqrt{\frac{2}{5}}$

для $a = -\sqrt{\frac{18}{5}} = -3\sqrt{\frac{2}{5}}$ $b \geq -18\sqrt{\frac{2}{5}}$ $\Rightarrow$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

=> подходит $\begin{cases} a = -\sqrt{\frac{18}{5}} \\ b = -12\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}$

~~Ответ: $a = -\frac{18}{5}$, $b = -\frac{72}{5}$~~

Тогда подходят $a = -\sqrt{\frac{18}{5}}$, $b = -12\sqrt{\frac{2}{5}}$ и

$a = 1$, $b = 9$.

$\begin{cases} x - 6 = 9 \\ 2y - 1 = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 15 \\ y = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x - 6 = -12\sqrt{\frac{2}{5}} \\ 2y - 1 = -3\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}$ $\begin{cases} x = 6 - 12\sqrt{\frac{2}{5}} \\ y = -\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{1}{2} \end{cases}$

Ответ: $(15; 1)$, $\left(6 - 12\sqrt{\frac{2}{5}}; \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$.

№3

$$10x + |x^2 - 10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3 (10x - x^2)}$$

$\boxed{\text{ОДЗ: } 10x - x^2 > 0}$

$$10x + (-x^2 + 10x)^{\log_3 4} - x^2 \geq 5^{\log_3 (10x - x^2)}$$

Пусть $t = 10x - x^2$, неравенство примет вид:

$$t + t^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 t}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$t + t^{\log_3 4} - t^{\log_3 5} \geq 0$

$t(1 + t^{\log_3 4 - 1} - t^{\log_3 5 - 1}) \geq 0$

На ОДЗ $t > 0$

$1 + t^{\log_3 4 - 1} - t^{\log_3 5 - 1} \geq 0$

$1 + t^{\log_3 \frac{4}{3}} - t^{\log_3 \frac{5}{3}} \geq 0$

1) $t \in (0; 1) \Rightarrow \log_3 t < 0$

тогда $\frac{5}{3}^{\log_3 t} < 1$

Тогда $\left(1 + \left(\frac{4}{3}\right)^{\log_3 t} - \left(\frac{5}{3}\right)^{\log_3 t}\right)$ всегда больше 0.

2) $t = 1$

$1 + \left(\frac{4}{3}\right)^0 - \left(\frac{5}{3}\right)^0 = 1$ – $t = 1$ подходит

3) $t > 1$, $\log_3 t > 0$

$f(t) = 1 + \left(\frac{4}{3}\right)^{\log_3 t} - \left(\frac{5}{3}\right)^{\log_3 t}$

$f(t)$ – строго убывающая функция $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ есть всего 1 корень.

Подбираем: $t = 9$.

$1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 0$

$t \in (0; 9]$

$\begin{cases} 10x - x^2 > 0 \\ 10x - x^2 \leq 9 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 10x < 0 \\ x^2 - 10x + 9 \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \in (0; 10) \\ x \in (-\infty; 1] \cup [9; +\infty) \end{cases}$

Ответ: $x \in (0; 1] \cup [9; 10)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$$\frac{16x-16}{4x-5} \leq ax+b \leq -32x^2+36x-3$$

1) $f(x) = -32x^2+36x-3$ – парабола ветвями вниз

$x_в = -\frac{36}{2\cdot(-32)} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = -32\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 36\cdot\frac{1}{4} - 3 = 4$; точка $A\left(\frac{1}{4};4\right)$

$f(1) = -32\cdot 1 + 36\cdot 1 - 3 = 1$; точка $B(1;1)$

$g(x) = ax+b$

Необходимо, чтобы эта прямая была не выше, чем отрезок AB.

$\frac{1}{4}a + b \leq 4$

$a + b \leq 1$

$h(x) = \frac{16x-16}{4x-5} = \frac{16x-20+4}{4x-5} = 4 + \frac{4}{4x-5}$ – гипербола

$h\left(\frac{1}{4}\right) = 3$; $h(1) = 0$, гипербола выпуклая вверх.

2) Рассмотрим прямую, содержащую точки A и B.

$$\begin{cases} \frac{1}{4}a + b = 4 \\ a+b = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{1}{4}a + 1 - a = 4 \\ b = 1-a \end{cases}$$

$-\frac{3}{4}a = 3$

$a = -4$

$$\begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases}$$

$y = -4x + 5$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} y = -4x+5 \\ y = 4 + \dfrac{4}{4x-5} \end{cases}$$

$$y = 4 + \frac{4}{-y}$$

$$y^2 - 4y + 4 = 0$$

$$(y-2)^2 = 0$$

$$y = 2$$

$$2 = -4x+5$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$C\left(\frac{3}{4}; 2\right)$ – единственное пересечение. $\Rightarrow$ $y = -4x+5$ – касательная к гиперболе.

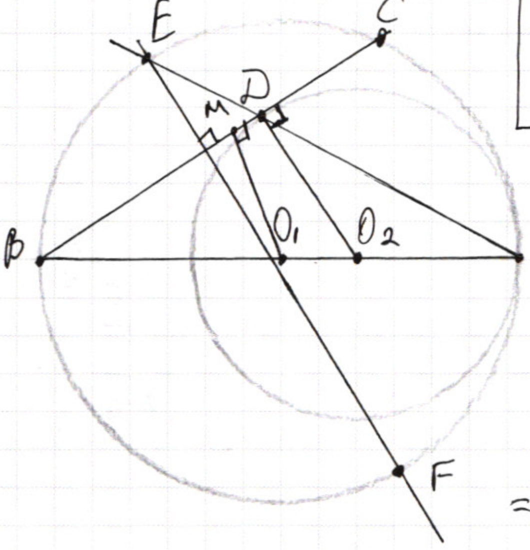
Пусть какая-то прямая пройдёт ниже А ниже В. Тогда она на всем интервале интервале $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$ будет лежать ниже отрезка АВ. Например, в точке $\frac{3}{4}$ её значение будет меньше, чем 2. Тогда в точке $\frac{3}{4}$ эта прямая лежит ниже гиперболы, что не соответствует условию задачи.

Тогда подходит только прямая

$$g(x) = -4x+5$$

$$\begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases}$$

Ответ: $(-4; 5)$



R, r — ?

$CD = \frac{15}{2}$

$BD = \frac{17}{2}$

1) Пусть центр Ω — O_1, центр ω — O_2, обозначим середину BC точкой M. Длина $BC = CD + BD = \frac{15}{2} + \frac{17}{2} = 16$

Тогда $BM = 8$.

2) По свойству окружности O_1M ~~диамет~~ — перпендикуляр к BC.

3) В $\triangle BMO_1$:

$BM = 8$

$BO_1 = R$

$MO_1 = \sqrt{R^2 - 64}$ — по теореме Пифагора

4) В $\triangle BDO_2$:

$DO_2 \perp BD$ — т.к. BD - касательная

$BD = \frac{17}{2}$

$DO_2 = r$

$O_1O_2 = R - r$

~~BO_2~~ $BO_2 = R + (R - r) = 2R - r$

5) $\triangle BMO_1 \sim \triangle BDO_2$ — по острому углу.

$\frac{MO_1}{DO_2} = \frac{BM}{BD}$; $\frac{\sqrt{R^2-64}}{r} = \frac{8}{\frac{17}{2}}$; $\frac{\sqrt{R^2-64}}{r} = \frac{16}{17}$ (1)

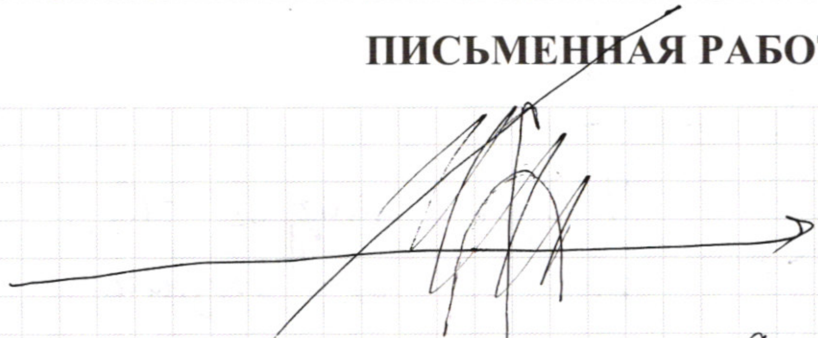
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

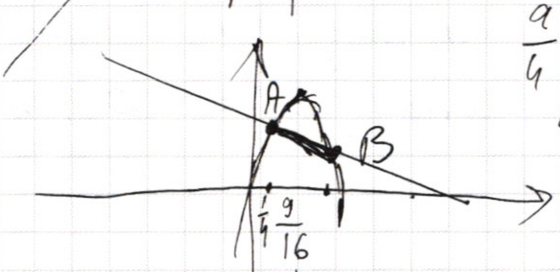
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{array}{r} 3 \\ 15 \\ \times 17 \\ \hline 105 \\ +15 \\ \hline 255 \end{array}$$



$\frac{a}{4}+b=4$

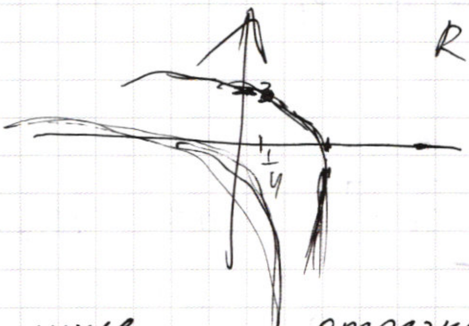
$a+b=1$

$-4x+5$

$\sqrt{R^2-64}=\frac{256}{255}$

$R^2-64=\frac{256^2}{255^2}$

$R^2=\frac{256^2+255^2\cdot 64}{255^2}$



$R=\frac{256^2+255^2\cdot 8^2}{255^2}$

$R=17$

прямая, лежащая ниже отрезка AB : значение в т. $\frac{1}{4}$ ~~меньше~~ ниже A или ниже B $\Rightarrow$ эта прямая ниже $y=-4x+5$. В т. $\frac{3}{4}$ её значение <2 $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ в т. $\frac{3}{4}$ эта прямая ниже гиперболы.

$4+\frac{4}{1-5}=4-1=3$

$h(1)=4+\frac{4}{-1}=0$

$r=\frac{15\cdot}{16}\cdot 17$

$r=\frac{255}{16}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{BO_1}{BO_2} = \frac{BM}{BD}$; - из подобия

$$\frac{R}{2R-r} = \frac{8}{\frac{17}{2}}$$

$$\frac{R}{2R-r} = \frac{16}{17}$$

$$17R = 32R - 16r$$

$$r = \frac{15}{16}R$$

Подставим в (1):

$$\frac{\sqrt{R^2-64}}{\frac{15}{16}R} = \frac{16}{17}$$

$$R = 17$$

$$r = \frac{255}{16}$$

Ответ: $R = 17$, $r = \frac{255}{16}$

$\sin 2a + 2\cos 2a = -1$

$\sin 2a = \dfrac{2tg\,\alpha}{1+tg^2\alpha}$

$\cos 2a = \dfrac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}$

$\dfrac{2tg\,\alpha}{1+tg^2\alpha} + 2\dfrac{(1-tg^2\alpha)}{1+tg^2\alpha} = -1$

$tg^2\alpha + 2 - 2tg^2\alpha = -1 - tg^2\alpha$

~~cos~~ $\sin 2a \cdot \frac{1}{\sqrt5} - \cos 2a \cdot \frac{2}{\sqrt5} = -\frac{1}{\sqrt5}$

$3tg^2\alpha + 2tg\,\alpha - 1 = 0$

$\left[\begin{array}{l} tg\,\alpha = -1 \\ tg\,\alpha = \frac{1}{3} \end{array}\right.$

$x - 12y = u - 6V$

$V = 2y - 1 \;|\cdot(-6)$

$u = x - 6$

~~sin~~ $\underline{2tg\,a}$

№2

$(2xy - 12y) - (x+6) = 2y(x-6) - (x-6) = (2y-1)(x-6)$

$a \quad b$

$V \quad u$

$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6} \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45 \end{cases}$

$u - 6V =$

$(x^2 - 12x + 36) - 36$

$36(y^2 - y + \frac14) - \frac14 \cdot$

$12x - 144y = \sqrt{\ldots}$

~~$x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45$~~

$= 45 + 36$

$x^2 + 36y^2 - 180y = 45 + \ldots$

$(x-6)^2 + 36(y - \frac12)^2 -$

$u^2 + V^2 = 45 + 36\frac14 = \boxed{81\frac14}$ ~~$36\frac14$~~ $= 45$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 2b(\sin 2a \cos 2b + \sin 2b \cos 2a) -$

$-\sin 2a \sin^2 2b + \sin 2b \cos 2b \cos 2a + \sin 2a = -\frac{2}{5}$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2b - \sin 2a(1-\cos^2 2b) + \sin 2b \cos 2b \cdot$

$\cdot \cos 2a + \sin 2a = -\frac{2}{5}$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2b - \cancel{\sin 2a} + \sin 2a \cos 2b^2 +$

$\sin 2b \cos 2b \cos 2a \ \cancel{+\sin 2a} = -\frac{2}{5}$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2b + \cos 2b(\sin 2a \cos 2b + \sin 2b \cdot$

$\cdot \cos 2a) = -\frac{2}{5}$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2b + -\frac{1}{\sqrt5}\cos 2b = -\frac{2}{5}$

$-\frac{2}{\sqrt5}\cos 2b = -\frac{2}{5}$

$\cos 2b = \frac{1}{\sqrt5}$

$\sin x + \sin y$

$\sin(a+b) + \sin(a-b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a +$

$+ \sin a \cos b - \sin b \cos a = 2 \sin a \cos b$ $\qquad 2x = 4a + 4b$

$x = 2a + 2b$

$x = a + b$ $\qquad \cancel{a+b = 2a}$ $\qquad x + y = 2a + 4b$

$y = a - b$ $\quad 2y = 4b$ $\qquad x - y = 2a$

$y = 2b$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\sin 2b = \pm\frac{2}{\sqrt5}$

$\sin 2a \cos 2b + \sin 2b \cos 2a = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\frac{1}{\sqrt5}\sin 2a + \frac{2}{\sqrt5}\cos 2a = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2a + 2\cos 2a = -1 \quad | \cos 2a$

$\operatorname{tg} 2a + 2 = -1$

$\operatorname{tg} 2a = -3$

или

$\sin 2a \cos 2b + \sin 2b \cos 2a = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad 2a = \operatorname{arctg}(-3) + \pi n$

$\frac{1}{\sqrt5}\sin 2a - \frac{2}{\sqrt5}\cos 2a = -\frac{1}{\sqrt5}$ $\quad a = -\frac{\operatorname{arctg} 3}{2} + \frac{\pi n}{2}$

$\sin 2a - 2\cos 2a = -1 \quad | \cos 2a$

$\operatorname{tg} 2a = 1 \qquad 2a = \frac{\pi}{4} + \pi n \qquad a = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$

$2\sin(2a+2b)\cos 2b + \sin 2a = -\frac{2}{5}$

$2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right)\cos 2b + \sin 2a = -\frac{2}{5}$

$\frac{2\sin(2a+4b)}{2}\cos\frac{(2a+4b)}{2}$

$\sin 2a = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$

$\cos \alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{\operatorname{tg}^2\alpha}$

$2\sin(2b+2a)\cdot\cos 2b = -\frac{2}{5}$

$2\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right)\cdot\cos 2b = -\frac{2}{5}$

$\cos 2b = \frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2b = \pm\frac{2}{\sqrt5}$

$\log_3 5 - 1 = \log_3 \frac{5}{3}$

$\log_3 t < 0$

$\frac{5}{3}^{\log_3 t} < 1$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin(2a+2b) = -\frac{1}{\sqrt5}$

$tg\, a$ — ?

$\cos(2a+2b) = \sqrt{1-\left(-\frac{1}{\sqrt5}\right)^2} = \sqrt{1-\frac15} = \frac{\pm 2}{\sqrt5}$

$\sin(2a+4b)+\sin 2a = -\frac{2}{5}$

$\sin 2a\cdot\cos 2b + \sin 2b\cdot\cos 2a = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2a\cdot\cos 4b + \sin 4b\cdot\cos 2a + \sin 2a = -\frac{2}{5}$

~~$\sin 2a(\cos 4b + \sin$~~

$\sin 2a\,\cos 4b + 2\sin 2b\cos 2b\cos 2a + \sin 2a = -\frac{2}{5}$

$\sin 2a\cdot(\cos^2 2b - \sin^2 2b) + 2\sin 2b\cos 2b\cos 2a = -\frac{2}{5}$

$\sin((2a+2b)+2b) = -\frac{1}{5}\cos 2b + \sin 2b\cdot\frac{2}{\sqrt5}$

$-\frac{1}{5}\cos 2b + \frac{2}{\sqrt5}\sin 2b + \sin 2a = -\frac{2}{5}$

$\sin(2a+4b)+\sin 2a = -\frac{2}{5}$

$\boxed{\sin 2a\cos 4b + \sin 4b\cos 2a + \sin 2a = -\frac{2}{5}}$

$t^{\log_3 5}$

~~$-\frac{1}{5}\cos 2b + \sin 2b\cdot\frac{2}{\sqrt5} + \sin 2a = -\frac{2}{5}$~~

$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

~~$-\frac{1}{5}((1-2\sin^2 2b)$~~

$\sin 2a\cdot(\cos^2 2b - \sin^2 2b) + 2\sin 2b\cos 2b\cdot\cos 2a + \sin 2a = -\frac{2}{5}$

$\sin 2a\cos^2 2b - \sin 2a\sin^2 2b + 2\sin 2b\cos 2b\cos 2a + \sin 2a = -\frac{2}{5}$

$\cos 2b(\sin 2a\cos 2b + A\sin 2b\cos 2a)$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)