МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР ________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам
$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$
Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6},\\ 9x^2+y^2-18x-12y=45.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство
$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x\geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство
$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$
выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

(1) $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ и (2) $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

(1) $2\alpha+2\beta = \overbrace{\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)}^{=x} + 2\pi k, k\in\mathbb{Z}$ $\quad \vee$ (3) $2\alpha+2\beta = \pi - \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$

$2\alpha = -2\beta + x + 2\pi k \qquad x=\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) \qquad 2\alpha = \pi - 2\beta - x + 2\pi n$

Подставим в (2):

$\sin(4\beta-2\beta+x+2\pi k)+\sin(-2\beta+x+\pi k) = -\frac{2}{17}$

$\sin(x+2\beta)+\sin(x-2\beta) = -\frac{2}{17}$

$2\sin x\cos 2\beta = -\frac{2}{17}$

$\cos 2\beta = -\frac{1}{17\sin x} = -\frac{1}{17}\cdot\left(-\frac{\sqrt{17}}{1}\right) = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\beta = \pm\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + 2\pi l, l\in\mathbb{Z}$

1.1. $2\alpha = \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + x + 2\pi(-l+k)$ $\quad\vee$ 1.2 $2\alpha = -\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + x + 2\pi(k-l)$

Т.к. $x = \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)$, а $\arcsin\varphi + \arccos\varphi = \frac{\pi}{2}$, то $\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)$

1.1. $2\alpha = \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{\pi}{2} - \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) + 2\pi(k-l)$, $k-l=c$

$\arccos\varphi = -\arccos(-\varphi)$, тогда:

$2\alpha = 2\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{\pi}{2} + 2\pi c$

$\alpha = \arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{\pi}{4} + \pi c$

$tg\alpha = tg\left(\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{\pi}{4} + \pi c\right) = tg\left(\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{\pi}{4}\right)$

$\arccos\frac{1}{\sqrt{17}} = \gamma$, $\cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{17}}$, $\gamma\in[0;\pi] \Rightarrow \sin\gamma \geq 0$

$\sin\gamma = \sqrt{1-\frac{1}{17}} = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow tg\gamma = \frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\sqrt{17} = 4.$

см. оборот

№1 (продолжение)

$$tg\left(\gamma+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{tg\gamma+tg\frac{\pi}{4}}{1-tg\gamma\cdot tg\frac{\pi}{4}}=\frac{4+1}{1-4}=-\frac{5}{3}.$$

1.2. $2\alpha=-\arccos\frac{1}{\sqrt{17}}+x+2\pi(k-l)$, $k-l=c$. Аналогично п. 1.1:

$$2\alpha=-\arccos\frac{1}{\sqrt{17}}+\frac{\pi}{2}-\arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)+2\pi c$$

$$2\alpha=\frac{\pi}{2}+2\pi c$$

$$\alpha=\frac{\pi}{4}+\pi c\Rightarrow tg\alpha=tg\left(\frac{\pi}{4}+\pi c\right)=1.$$

(3) $2\alpha=\pi-2\beta-x+2\pi n$

Подставим в (2):

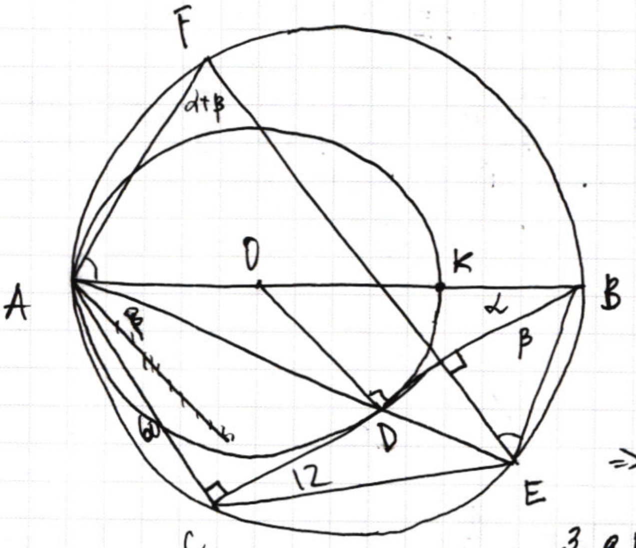
$$\sin(2\beta+\pi-x+2\pi n)+\sin(\pi-2\beta-x+2\pi n)=-\frac{2}{17}$$

$$-\sin(2\beta-x)-\sin(-2\beta-x)=-\frac{2}{17}$$

$\sin(x-2\beta)+\sin(x+2\beta)=-\frac{2}{17}$. - аналогично (1)

Ответ: $-\frac{5}{3}$; 1.

№4.



Решение:

1. Пусть L - общ. касат. к окр-тям. L кас ω и Ω в (·)A. Тогда $AB\perp L$ (по св кас).

$AB\perp L$, A - (·) кас $\Rightarrow$ AB - часть диаметра ω.

Пусть центр ω - (·)O.

2. $\angle ACB=90°$ (опир. на диам), $FE\perp BC\Rightarrow$

$\Rightarrow AC\parallel FE$.

3. д.п.: OD - радиус., по св. кас $OD\perp BC$.

4. $AK=2r$, r - рад ω, $AB=2R$, R - рад Ω, $BK=2R-2r$, $OB=2R-r$.

5. По св. касат: $BD^2=BK\cdot BA\Leftrightarrow(*)2R(2R-2r)=169$.

$\boxed{\text{см стр 3}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4. $\boxed{\text{Ответ: } \frac{65}{2};\ \frac{156}{5};\ \frac{3125}{4};\ \text{arctg}5}$

6. $\triangle ABC \sim \triangle BOD$ ($\angle DOB = \angle ACB = 90°$; $\angle ABC$ общ) - по 2-м углам. ⇒

⇒ $\frac{BO}{AB} = \frac{BD}{BC} \Leftrightarrow \frac{2R-r}{2R} = \frac{13}{25} \Leftrightarrow 50R - 25r = 26R,\ 24R = 25r,\ r = \frac{24}{25}R$

Подставим в (*): $2R(2R - \frac{48}{25}R) = 169. \Rightarrow R = \frac{65}{2}$, $r =$ [illegible] $\cdot \frac{13 \cdot 12}{5}$

⇒ ~~OB = 65 - 13·128/48 = 595/48 = 13·15/46~~, $OB = \frac{169}{5}$

7. в $\triangle BOD$ по т. Пифагора: $OD = \sqrt{\frac{13^4}{25} - 13^2} = 13\sqrt{\frac{13^2}{25} - 1} = \frac{13 \cdot 4 \cdot 3}{5}$

⇒ $AC = \frac{25}{13} \cdot OD = 60.$

8. Пусть ~~∠CAE = 2α~~ $\angle CBE = \beta$, $\angle ABC = \alpha$, тогда $\angle CAE = \beta$ (опир на ◡CE),

$\angle AFE = \alpha + \beta$ (опир на ◡ACE)

9. в $\triangle ACB$: $tg\,\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{60}{25} = \frac{12}{5}$, в $\triangle ACD$: $tg\,\beta = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$.

$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha\, tg\beta} = \frac{13}{5} \cdot \frac{1}{1 - \frac{12}{25}} = \frac{13}{5} \cdot \frac{25}{13} = 5. \Rightarrow \angle AFE = \text{arctg}5.$

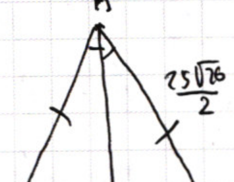
10. $\sin^2(\alpha+\beta) = \frac{1}{tg^2(\alpha+\beta)+1} = \frac{1}{26} \Rightarrow \sin(\alpha+\beta) = \frac{1}{\sqrt{26}}$, $\cos(\alpha+\beta) = \frac{5}{\sqrt{26}}$.

11. AFEC - р/б трап (4-к впис, AC∥FE) ⇒ AF = CE.

12. в $\triangle BCE$ по т. синусов: $\frac{CE}{\sin\beta} = 2R \Rightarrow CE = 2R \cdot \sin\beta$.

$\sin\beta = \sqrt{\frac{1}{tg^2\beta + 1}} = \frac{5}{\sqrt{26}} \Rightarrow CE = 65 \cdot \frac{5}{\sqrt{26}} = \frac{\overset{5}{\cancel{65}} \cdot 5 \cdot \sqrt{26}}{\cancel{26}\,2} = \frac{25\sqrt{26}}{2} = AF.$

13. в $\triangle ABE$: $\cos\angle ABE = \frac{AE}{AB} \Rightarrow AE = \frac{5}{\sqrt{26}} \cdot 65 = AF \Rightarrow \triangle AFE$ р/б.



~~14. в △ AFE (н/б)~~ [illegible]

14. в $\triangle AFE$ д.п.: FH - выс, $\sin\angle AFE = \frac{AH}{AF} = \frac{1}{\sqrt{26}} \Rightarrow AH = \frac{25}{2}$.

$\cos AFE = \frac{5}{\sqrt{26}} = \frac{HF}{AF} \Rightarrow HF = \frac{125}{2}$, $EF = 125 \Rightarrow S_{AFE} = \frac{1}{2} \cdot 125 \cdot \frac{25}{2} = 7806{,}25.$ [illegible]

№2.

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geqslant 6x \\ (y-6+6-6x)^2=x(y-6)-(y-6) \\ (3x-3)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$$

Пусть $y-6=a$, $x-1=b$.

$$\begin{cases} a \geq 6b \ (2) \\ (a-6b)^2=ab\ (1) \\ 9b^2+a^2=90\ (3) \end{cases}$$

(1) $a^2-12ab+36b^2-ab=0$

$a^2-13ab+36b^2=0$

$D=169b^2-144b^2=25b^2$

$a_{12}=\dfrac{13b\pm5b}{2} \Rightarrow a=9b \vee a=4b$, ~~не удв. усл. (2), т.к.~~.

$a=9b$:

(3) $9b^2+81b^2=90$

$b^2+9b^2=10$

$b^2=1 \Rightarrow b=\pm1,\ a=\pm9$.

Подставим в (2) $a=9b$: $9b\geq6b \Rightarrow b\geq0$, тогда подходит $b=1$, $a=9$.

Отсюда $x=2$, $y=15$.

$a=4b$:

(3) $9b^2+16b^2=90$

$b^2=\dfrac{18}{5} \Rightarrow b=\pm3\sqrt{\dfrac{2}{5}},\ a=\pm12\sqrt{\dfrac{2}{5}}$

Подставим в (2) $a=4b$: $4b\geq6b \Rightarrow b\leq0$, тогда подходит $b=-3\sqrt{\dfrac{2}{5}}$; $a=-12\sqrt{\dfrac{2}{5}} \Rightarrow x=1-3\sqrt{\dfrac{2}{5}}$; $y=6-12\sqrt{\dfrac{2}{5}}$.

Ответ: $(2;15)$; $\left(1-3\sqrt{\frac{2}{5}};\ 6-12\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

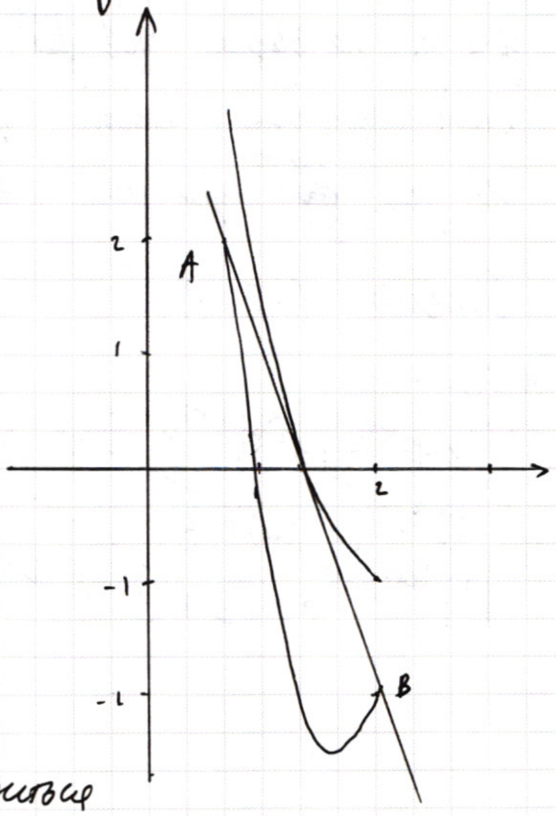
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.

$$\begin{cases}\frac{8-6x}{3x-2} \ge ax+b \\ ax+b \ge 18x^2-51x+28\end{cases}$$

Рассмотрим гр-ки ф-ций: $y_1 = -2 + \frac{4}{3x-2}$

$y_2 = 18x^2-51x+28$ и $y = ax+b$.



$y_1 = -2 + \frac{4}{3x-2}$ - гр-к гипербола

$y_1(2) = -1$

$y_1\left(\frac{4}{3}\right) = 0$

$y_2 = 18x^2-51x+28$ - гр-к парабола

$x_B = \frac{51}{36}$.

$y_2\left(\frac{2}{3}\right) = 2$

$y_2(2) = -2$

$y = ax+b$ - лин. ф-я, гр-к прямая.

$$\begin{cases} y_1 \ge y \\ y \ge y_2 \end{cases} \Rightarrow$$ $y=ax+b$ должна находиться между параболой и гиперболой.

Докажем, что сущ-ет ед. прямая, удв. условию.

1) Найдем a и b, при к-х y проходит через (·)A и (·)B:

$$\begin{cases} 6 = 2a+3b \\ -2 = 2a+b \end{cases} \Leftrightarrow a=-3, b=4.$$ $\underline{y = -3x+4}$. - прямые выше данной удовл. усл. $y \ge y_2$.

2) Проверим, что прямая $y=-3x+4$ касается y_1;

$$\frac{8-6x}{3x-2} = -3x+4 \Leftrightarrow \frac{6x-8}{3x-2} = \frac{(3x-4)(3x-2)}{3x-2}$$

↑при касании ур-е имеет ед решение

см стр 6

~~$6x-8=$~~

$$\frac{2(3x-4)-(3x-4)(3x-2)}{3x-2}=0$$

$$\frac{(3x-4)(2-3x+2)}{3x-2}=0$$

$(3x-4)^2=0 \Rightarrow x=\frac{4}{3}$ - ед. решение $\Rightarrow y=-3x+4$ кас. y_1

$\Rightarrow a=-3, b=4$ - ед. пара (a, b), удв. условию,

т.к. если прямая будет проходить выше данной, то

$y \leq y_1$ не будет удв. сист при всех $x \in [\frac{2}{3}; 2]$ и

если прямая будет проходить ниже, то $y \geq y_2$

не удв. сист. при всех $x \in (\frac{2}{3}; 2]$

Ответ: $(-3; 4)$.

N3.

~~$|((x-13)^2-13^2)|^{\log_5 12} \geq (x-13)^2-13^2+13^{\log_5(-(x-13)^2+13^2))}$~~

~~$13^2-(x-13)^2=t,$~~

~~$|t|^{\log_5 12} \geq -t+13^{\log}$~~

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AF \cdot FE}{AB \cdot BE} = k$$

$\frac{AB}{FE}$

$(x-13)^2 = t$

$t^{\log_5 12} + t \geq$

$\left((x-13)^2 - 13^2\right)^{\log_5 12} \geq t - 13^2 + 13^{\log_5\left((x-13)^2 - 13^2\right)}$

$t - 13^2 = a$

$a^{\log_5 12} \geq a + 13^{\log_5 a}$

$\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad 2\sin 2\beta \cos 2\beta = -\frac{2}{17}$

$-\frac{2}{\sqrt{17}} \cos 2\beta = -\frac{2}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$f(1) = 0.$

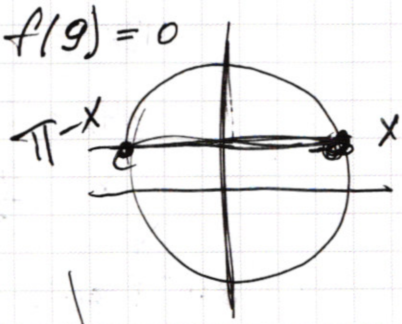
$f(2) = 0$ $\quad f(4) = 0$

$f(3) = 0$ $\quad f(5) = \cancel{2}1$

$f(6) = f(2) + f(3) = 0$

$f(7) = 1$ $\quad f(9) = 0$

$f(8) = 0$



$\pi - 2\beta + 4\beta - x$

$f\left(\pi + 2\pi - x\right) + \left(\pi - 2\beta - x\right)$

$-(\quad) - (-2\beta - x)$

$(\quad) \quad (\quad)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

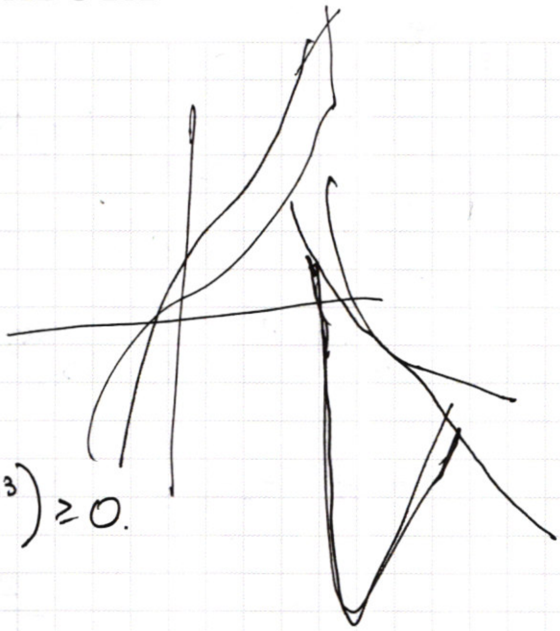
$t^{\log_5 12}+t \geq t^{\log_5 13}$

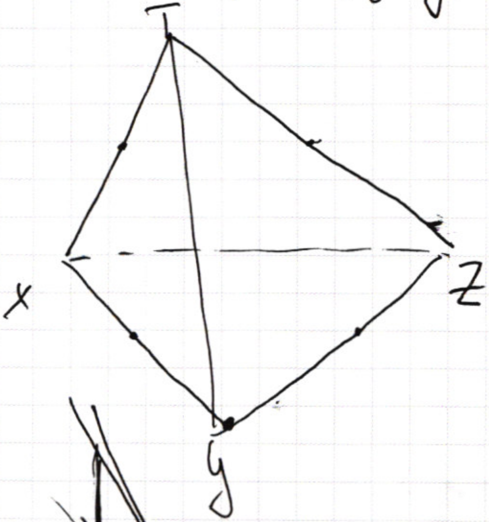
$\log_5(\log_5 12+t) \geq \log_5 13 \cdot \log_5 t$

$\log_{13}(\log_5 12+t) \geq \log_5 t$

$\log_t(\log_5 12+t) \geq \log_5 13$

$(t-1)(t^{\log_5 12}+t-t^{\log_5 13}) \geq 0.$





$x=13$

$-\cancel{2}+\frac{4}{3x-2}=-\frac{12x}{(3x-2)^2}+\cancel{b}-2a\cancel{-2}$

$\frac{4}{3x-2}=\frac{-12x}{(3x-2)^2}+\frac{\cancel{4}24}{(3x-2)^2}$

$12x-8=-12x+24$

$24x=32$ $\quad b=-2a-2$

$x=\frac{4}{3}$ $\quad a=-3$

$b=4$

$\left(\frac{2}{3};2\right)$ $\quad 3b=6-2a.$

$-2+\frac{4}{3x-2}=\frac{-12x}{(3x-2)^2}+2+\frac{2}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{12}4}{(3x-2)^2}$

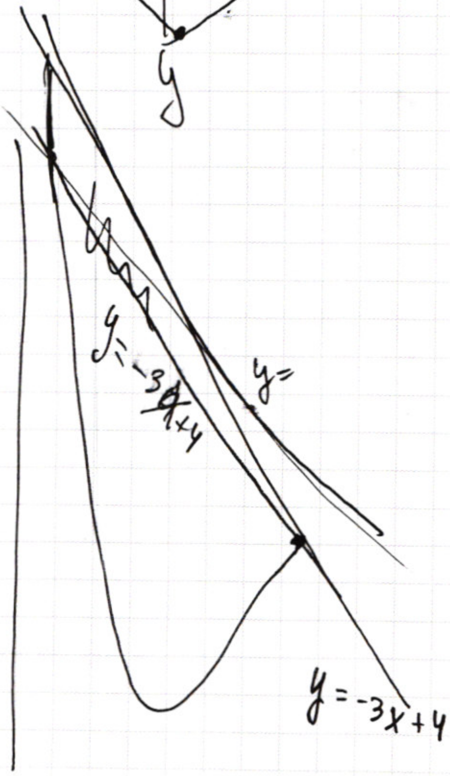
$\frac{-12x}{(3x-2)^2}+4+\frac{4}{(3x-2)^2}=0$ $\quad D=225-180=$

$-12x+4+4\cdot 9x^2-12x+4=0$ $\quad =45$

~~$9x^2-24x+8$~~ $=0$

$-3x+1+9x^2-12x+4$

$9x^2-15x+5=0$



⑥ $\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b$

$y^2 - 12xy + 36x^2 = xy - 6x - y + 6$

$(y-6x)^2 = (\cancel{6}x-1)(y-6)$.

$y-6 = a$

$x-1 = b$

$18x^2 - 51x + 28 \leq ax+b$

$(y-6+6-6x)^2$

$(y-6-6(x-1))^2$

$y = \frac{8-6x}{3x-2}$

$4(3x-2)^{-1}$

$g = 18x^2 - 51x + 28.$

$(a-6b)^2 = ab$

$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0.$

$D = 169b^2 - 36\cdot 4b^2 = 144b^2$

$25b^2$

~~$a=5b$~~

$a = \frac{13b \pm 5b}{2}$

$a = 9b \lor a = 4b.$

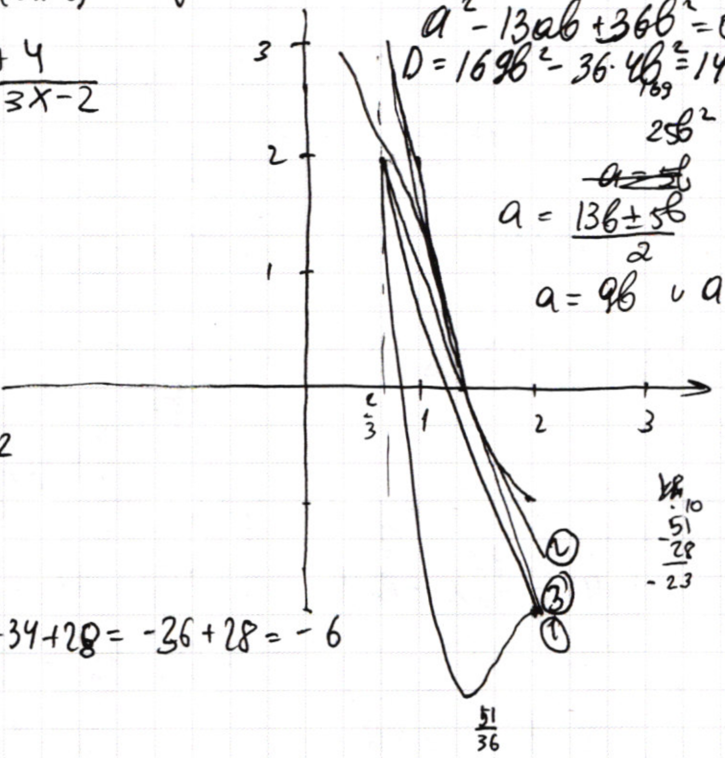
$-2(3x-2)$

$\frac{8-6x}{3x-2} = \frac{-6x+4+4}{3x-2} = -2 + \frac{4}{3x-2}$

~~f f2~~ $f(1) = 2$

$f(2) = -1$

$f(\frac{4}{3}) = 0$



18
·10
51
-28
-23

$g(\frac{2}{3}) = \overset{2}{\cancel{18}}\cdot\frac{4}{\cancel{9}} - \overset{17}{\cancel{51}}\cdot\frac{2}{\cancel{3}} + 28 = 36 - 34 = 2$

$g(1) = 46 - 51 = -5$

$\begin{array}{r}18\\28\\\hline 46\end{array}$

$g(\frac{4}{3}) = \frac{\overset{2}{\cancel{18}}\cdot 16}{\cancel{9}} - 17\cdot 4 + 28 = 32 - 34 - 34 + 28 = -36 + 28 = -6$

$f(2) = \cancel{4}2(18\cdot 2 - 51 + 14) = -2$

36+14

50

①: проходит через $(\frac{2}{3}; 2)$ и $(2; -2)$

~~h~~ $h = ax+b$

$2 = a\cdot\frac{2}{3} + b \lor -2 = 2a+b$

$\begin{cases} 6 = 2a+3b \\ -2 = 2a+b \end{cases}$ $8 = 2b \rightarrow b = 4.$ не нужно

$a = -3$

4-2

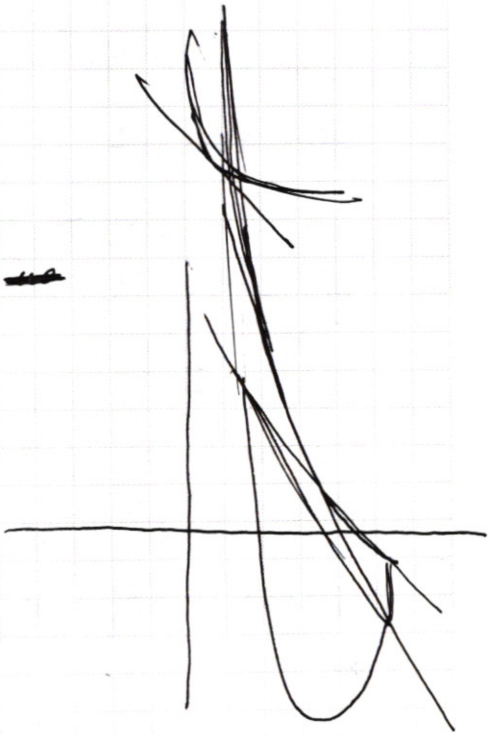
4 -3

③ $2a+b = -2$

$y' = h'$ $h' = a$ $y' = -\frac{4\cdot 3}{(3x_0-2)^2} = a$

$-2 + \frac{4}{3x-2} = ax+b.$

$b = 2a+2$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $\sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \cos 2\alpha \sin 4\beta = -\frac{2}{17} - \sin 2\alpha$

$2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$y - 6x.$

$x(y-6) - (y-6)$

$(y-6)(x-1)$

$6-6-6+6$

$9+36-18-72=45$

$-36-9=45$

~~$6x^2 - 6x - 6x + 6$~~

$y^2 - 12xy + 36x^2 = xy - 6x - y + 6.$

$y^2 - 13xy + y - 6 = -6x(6x+1)$

② $\begin{cases} (y-6x)^2 = xy - 6x - y + 6 \\ 9x^2 - \overset{3\cdot 6}{18x} + 9 + y^2 - 12y + 36 = 90 \end{cases}$

$(3x-3)^2 + (y-6)^2 = 90$

$9x^2 - 18x + 9 + y^2 - 12y + 36 = 0$

$9x^2 - 18x + y^2 - 12y = -45$

$x = 1 \quad y = 6$

~~$(6-6)^2 = \sqrt{6-6-6+6}$~~

$|x^2 - 26x|^{\log_5 12} + \underset{\geq 0}{26x} \geq \underset{\geq 0}{x^2} + 13^{\log_5(26x - x^2)}$

≥ 1

$x^2 - 26x = -t$

$t^{\log_5 12} + t \geq t^{\log_5 13}$

$t\left(t^{\log_5 12 - 1} - t^{\log_5 13 - 1} + 1\right) \geq 0.$

$f(t) = t^{\log_5 12} + t - t^{\log_5 13}$

$f(26x - x^2) = (26x - x^2)^{\log_5 12} + (26x - x^2) - (26 - x^2)^{\log_5 13}$

$f' = (-2x+26)\cdot(26x - x^2)^{\log_5 12} \cdot \ln(26x - x^2) + (-2x + 26)$

$(-2x+26)\left((26x - x^2)^{\log_5 11} \cdot \ln(26x - x)^2 + 1 + \ldots\right)$

$t \geq 1:$

ОДЗ: $x^2 - 26x < 0.$

$2^3 2^5$

$595 \mid 13$

$52 \quad 45$

65

4

65×48

520

260

3120

-2525

595

125×13

375

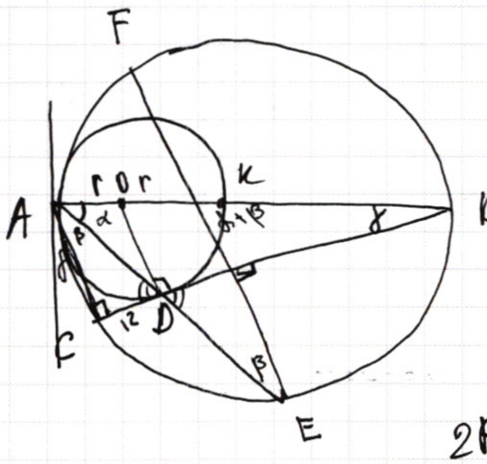
215

2525

$595 \quad 15$

$13 \cdot 45$

4816



$$3125 \,|\, 4$$
-28 $\quad 7806{,}25$
32
$-0\,25$
24
1

125×25: 625, 250, 3125

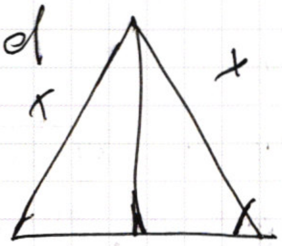
$BD = 13.$

$AB = 2R$

$AK = 2r$

$BK = 2R - 2r = D - d$

$169 = (D-d)\cdot D$



$$\frac{2R-2r+r}{2R} = \frac{BO}{BA} = \frac{13}{25}$$

$$\frac{2R-r}{2R} = \frac{13}{25}$$

$50R - 25r = 26R$

$24R = 25r \quad r = \frac{24}{25}R$

~~$\frac{24}{25}\cdot 2\left(\frac{24\cdot 2}{25} -\right)$~~

$\frac{x\cdot 2}{25\cdot\sqrt{26}} = \frac{5}{\sqrt{26}} \quad x = \frac{25}{2}$

$\frac{50}{25} - \frac{48}{25}$

$2\cdot\frac{2}{25}R^2 = 169$

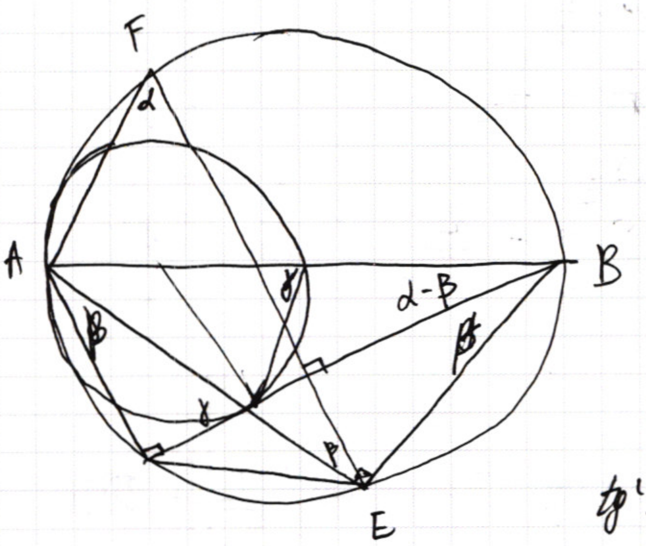
$R^2 = \frac{169\cdot 25}{4}$

$R = \frac{13\cdot 5}{2} = \frac{130}{4} \quad \frac{25}{24}\cdot\frac{13\cdot 5}{2} = \frac{13\cdot 125}{48}$

$\frac{\cancel{65}^{13}}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{24}^{12}}{\cancel{25}_5} = \frac{13\cdot 12}{5} \quad -\frac{25}{12}\,\frac{}{13}$

$65 - \frac{13\cdot 12}{5} = 13\left(5 - \frac{12}{5}\right) = \frac{13^2}{5}$

$13\cdot 2$



$\cancel{\frac{13}{25}} \quad \frac{13}{5} - \frac{5}{5} = \frac{8}{5} \cdot \frac{18}{5} = \frac{2\cdot 4\cdot 2\cdot 9}{25}$

$\frac{\cancel{13}\cdot 4\cdot 3}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{25}^5}{\cancel{13}} = 60 \quad \frac{16\cdot 9}{25}$

$tg^2x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x} \quad \sin^2 x = \frac{1}{tg^2x+1} = \frac{1}{26}$

$\sin x = \frac{1}{\sqrt{26}}$

$x \geq y$: сомр.

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x)$

~~$f(x) =$~~

$f(x) = f(x_1) + f(x_2)$

$f\left(\frac{4}{16}\right) \quad f\left(\frac{m^n}{n^k}\right) = f(m^n) + f\,($

$f\left(\frac{4}{16}\right) = f\left(\frac{1}{4}\right) = f(1) + f\left(\frac{1}{4}\right) = f(2) + f\left(\frac{1}{8}\right) = 0 + f\left(\frac{1}{8}\right) =$

$= f(1) + f\left(\frac{1}{8}\right) \quad f(1) = 0.$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{8}\right)$

$f\left(\frac{1}{8}\right) \quad f\left(\frac{1}{4}\right) = f(1) + f\left(\frac{1}{4}\right) = f(2) + f\left(\frac{1}{8}\right)$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = f(2) + f\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{4}\right)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$$(\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta)(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)=-\frac{1}{2\sqrt{17}}$$

$$\sin\alpha\cos\alpha\cos^2\beta-\sin^2\alpha\sin\beta\cos\beta+\cos^2\alpha\sin\beta\cos\beta-\sin\alpha\sin^2\beta\cos\alpha=$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)+\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}-\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$2\sin(2\alpha+3\beta)\cos\beta+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}\cancel{-}\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)-\sin(2\alpha+4\beta)-\sin 2\alpha=\frac{2}{17}-\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$-2\sin\beta\cos(2\alpha+3\beta)-\sin 2\alpha=\frac{2}{17}-\frac{1}{\sqrt{17}}$$

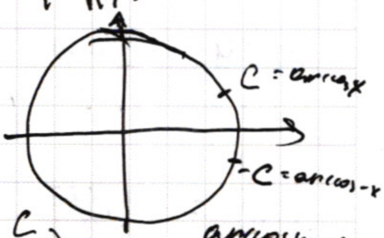
$$2(\sin(2\alpha+3\beta)\cos\beta-\sin\beta\cos(2\alpha+3\beta))=-\frac{2}{\sqrt{17}} \qquad -\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot-\frac{2}{\sqrt{17}}=\frac{-2}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{17}}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}.$$

$$\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)=-\frac{1}{2\sqrt{17}}=x$$

$\sqrt{C}$

$$2\alpha=-2\beta+\overbrace{\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)}+2\pi k \qquad 2\alpha=-2\beta+\pi-\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)+2\pi n$$



$$\sin(2\beta+\cancel{}x+2\pi k)+\sin(-2\beta+x+2\pi k)=-\frac{2}{17}$$

$$\sin(x+2\beta)+\sin(x-2\beta)=-\frac{2}{17}$$

$$2\sin(x)\cos 2\beta=-\frac{\cancel{2}1}{17}$$

$$\cos 2\beta=-\frac{1}{17}\cdot\left(-\frac{\sqrt{17}}{1}\right)=\frac{1}{\sqrt{17}}.$$

$$2\beta=\arccos\frac{1}{\sqrt{17}}=d$$

$\arccos d=f$
$\cos f=d$

C
$$\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)$$

$$\arcsin C+\arccos C=\frac{\pi}{2}$$

$$\arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)=\frac{\pi}{2}-x$$

$$\operatorname{tg}\left(d+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\operatorname{tg}d+1}{1-\operatorname{tg}d}$$