МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6},\\ x^2+36y^2-12x-36y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x+\left|x^2-10x\right|^{\log_3 4}\geqslant x^2+5^{\log_3\left(10x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{15}{2}$, $BD=\frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2\leqslant x\leqslant 25$, $2\leqslant y\leqslant 25$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x-16}{4x-5}\leqslant ax+b\leqslant -32x^2+36x-3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4};1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL=3$, $KM=1$, $MN=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin(2\alpha+4\beta) = \sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha =$

$2\sin 2\alpha \cos^2 2\beta - \sin 2\alpha + 2\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha =$

$= -\frac{2}{5} - \sin\alpha \Rightarrow$

$2\sin 2\alpha \cos^2 2\beta + 2\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{2}{5} \Rightarrow$

$2\cos 2\beta(\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha) = -\frac{2}{5} \Rightarrow$

$2\cos 2\beta(\sin(2\alpha+2\beta)) = -\frac{2}{5}$

$2\cos 2\beta = \left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\sqrt{5}\right) = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \beta = \frac{\pm\arccos\frac{1}{\sqrt{5}} + \pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow$

$\left[\begin{array}{l} 2\alpha+2\beta = \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) + 2\pi n \\ 2\alpha + 2\beta = \pi - \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) + 2\pi n \end{array}\right.$ где $n \in \mathbb{Z}$

$\left[\begin{array}{l} tg\alpha = tg\left(\frac{\arcsin(-\frac{1}{\sqrt{5}}) \mp \arccos\frac{1}{\sqrt{5}}}{2}\right) \\ tg\alpha = tg\left(\frac{\pi - \arcsin\frac{1}{\sqrt{5}} \mp \arccos\frac{1}{\sqrt{5}}}{2}\right) \end{array}\right.$

$= tg\left(\frac{\pi + \arcsin\frac{1}{\sqrt{5}} \mp \frac{\pi}{2} \pm \arcsin\frac{1}{\sqrt{5}}}{2}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1
(Нумеровать только чистовики)

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) \mp \arccos\left(\frac{1}{\sqrt5}\right)}{2}\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right)\right) \\ \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \operatorname{tg}\alpha = \frac{3\pi}{4} = -1 \\ \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \arcsin\frac{1}{\sqrt5}\right) \end{array}\right.$$

Ответ:

Т.к. значений $\operatorname{tg}\alpha$ не меньше трёх, то $\left[\begin{array}{l} \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} \pm \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right)\right) \\ \operatorname{tg}\alpha = -1 \end{array}\right.$

$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} \pm \arcsin\frac{1}{\sqrt5}\right)$ – ОПРЕДЕЛЁН.

№ 3

ОДЗ: $10x - x^2 > 0 \Rightarrow$

$$10x + |x^2 - 10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x - x^2)} \Leftrightarrow$$

$$10x + (10x - x^2)^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x - x^2)}$$

ЗАМЕНА:

$10x - x^2 = t \Rightarrow t \geq 5^{\log_3 t} - t^{\log_3 4} \Leftrightarrow t^{\log_3 5} - t^{\log_3 4}$

$$t \geq t^{\log_3 5} - t^{\log_3 4}$$

$f(t) = t^{\log_3 5} - t^{\log_3 4}$, при положительных t монотонно возрастает;

$g(t) = t$, при положительных t монотонно возрастает;

при $t = 9 \Rightarrow g(t) = f(t)$; при $t = 1$ и при всех $0 < t < 9$ $g(t) > f(t)$, следовательно решением неравенства $10x - x^2 \geq (10x - x^2)^{\log_3 5} - (10x - x^2)^{\log_3 4}$

будет $0 < 10x - x^2 \leq 9$

$$0 < (10 - x)x \Rightarrow 0 < x < 10$$

$$0 \leq 9 + x^2 - 10x \Rightarrow 16 \leq (x - 5)^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -4 \geq x - 5 \Rightarrow x \leq 1 \\ 4 \leq x - 5 \Rightarrow x \geq 9 \end{array}\right.$$

Ответ: $x \in [9; 10)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

так как $a, b > 0$; $a, b \in R$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

I. $b = \frac{1}{a} \Rightarrow f(1) = f(a) + f(\frac{1}{a} \cdot 1) = f(a) + f(\frac{1}{a}) + f(1) \Rightarrow$

$f(a) + f(\frac{1}{a}) = 0 \Rightarrow -f(a) = f(\frac{1}{a})$, при всех $a > 0$; $a \in R$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y}) = f(x) - f(y)$

$f(2) = [\frac{2}{4}] = 0$

$f(3) = 0$

$f(4) = f(2) + f(2) = 0$

$f(5) = 1$

$f(6) = f(2) + f(3) = 0$

$f(7) = 1$

$f(8) = f(4) + f(2) = 0$

$f(9) = 2 \cdot f(3) = 0$

$f(10) = f(2) + f(5) = 1$

$f(11) = 2$

$f(12) = f(4) + f(3) = 0$

$f(13) = 3$

$f(14) = f(2) + f(7) = 1$

$f(15) = 1 = f(5)$

$f(16) = f(2) = 0$

$f(17) = 4$

$f(18) = f(2) + f(9) = 0$

$f(19) = 4$

$f(20) = f(5) = 1$

$f(21) = f(7) = 1$

$f(22) = f(11) = 2$

$f(23) = 5$

$f(24) = f(8) + f(3) = 0$

$f(25) = f(5) + f(5) = 2$

переберём варианты, чтобы ~~чтобы~~ $f(x) - f(y) < 0$:

I. $\begin{cases} f(x) = 0 \Rightarrow 10 \text{ ВАРИАНТОВ}, \\ f(y) > 0 \Rightarrow 24 - 10 = 14 \text{ ВАРИАНТОВ} \end{cases}$

$10 \cdot 14 = 140$

II. $\begin{cases} f(x) = 1 \Rightarrow 7 \text{ ВАРИАНТОВ} \\ f(y) > 1 \Rightarrow 24 - 10 - 7 = 7 \text{ ВАРИАНТОВ} \end{cases}$

$7 \cdot 7 = 49$

III. $\begin{cases} f(x) = 2 \Rightarrow 3 \text{ ВАРИАНТА} \\ f(y) > 2 \Rightarrow 7 - 3 = 4 \text{ ВАРИАНТА} \end{cases}$

$3 \cdot 4 = 12$

IV. $\begin{cases} f(x) = 3 \Rightarrow 1 \text{ ВАРИАНТ} \\ f(y) > 3 \Rightarrow 4 - 1 = 3 \text{ ВАРИАНТА} \end{cases}$

$I + II + III + IV + V =$

$140 + 49 + 12 + 3 + 2 =$

$190 + 16 = 206$

$3 \cdot 1 = 3$

V $f(x) = 4$ — 2 ВАРИАНТА

$f(y) = 5$ — 1 ВАРИАНТ

$2 \cdot 1 = 2$

VI $f(x) \geq 5$ — 1 ВАРИАНТ

$f(y) > 5$ — 0 ВАРИАНТОВ

$0 \cdot 1 = 0$

Ответ: 206 ПАР ЧИСЕЛ

№ 2

ОДЗ:

$$\begin{cases} x - 12y \geq 0 \\ 2xy - 12y - x + 6 \geq 0 \end{cases}$$

ЗАМЕНА:

$x - 6 = a$

$2y - 1 = b$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 9b^2 = 90 \end{cases}$$

ОДЗ $\begin{cases} a - 6b \geq 0 \\ ab \geq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} (a - 6b)^2 = ab \\ a^2 + 9b^2 = 90 \end{cases} \qquad \begin{cases} a^2 - 13ab + 36b^2 = 0 \\ a^2 + 9b^2 = 90 \end{cases}$$

если $b = 0$, то и $a = 0$ из первого уравнения, но $0 \neq 90$ из второго, значит $b \neq 0$

$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0 \mid : b^2$

$$\frac{a^2}{b^2} - 13\frac{a}{b} + 36 = 0$$

$\sqrt{D} = \sqrt{169 - 144} = 5$

$$\frac{a}{b} = \frac{13 \pm 5}{2} = \left[\begin{array}{l} 9 \\ 4 \end{array}\right.$$

$I: a = 9b \Rightarrow 81b^2 + 9b^2 = 90 \Rightarrow 90b^2 = 90 \Rightarrow b = \pm 1 \Rightarrow$

$\left[\begin{array}{l} b = 1 \Rightarrow a = 9 \\ b = -1 \Rightarrow a = -9 \end{array}\right.$, ПРОВЕРИМ ОДЗ

I. $a - 6b = 3 \geq 0$

$ab = 9 \geq 0$

$a = 9$, $b = 1$ подходит

II. $b = -1$, $a = -9$: $a - 6b = -3 \ngeq 0$

НЕ ПОДХОДИТ

☐ черновик ☑ чистовик

Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a = 9 \Rightarrow x - 6 = 9 \Rightarrow x = 15$

$b = 1 \Rightarrow 2y - 1 = 1 \Rightarrow y = 1$

II: $a = 4b \Rightarrow 16b^2 + 9b^2 = 90$

$25b^2 = 90$

$b = \pm\sqrt{\frac{90}{25}}$ $\quad b = \sqrt{\frac{90}{25}} \Rightarrow a = 4\sqrt{\frac{90}{25}}$

$b = -\sqrt{\frac{90}{25}} \Rightarrow a = -4\sqrt{\frac{90}{25}}$

Проверим ОДЗ

I $a = 4\sqrt{\frac{90}{25}}$, $b = \sqrt{\frac{90}{25}}$

$a - 6b = -2\sqrt{\frac{90}{25}} \ngeq 0$ не подходит

II $a = -4\sqrt{\frac{90}{25}}$, $b = -\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{25}}$

$a - 6b \geq 0$, $ab \geq 0$ подходит

$a = -4\sqrt{\frac{90}{25}} = -12 \cdot \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{-12\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = x - 6 \Rightarrow$

$x = \frac{-12\sqrt{2}}{\sqrt{5}} + 6$

$b = -3\frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{-3\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = 2y - 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2} - \frac{3}{\sqrt{10}}$

Ответ: $(15; 1)$; $\left(\frac{-12\sqrt{2}}{\sqrt{5}} + 6; \frac{1}{2} - \frac{3}{\sqrt{10}}\right)$

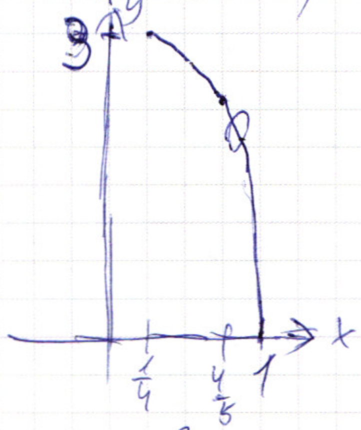
№6

$$\frac{16x-16}{4x-5} = 4 + \frac{4}{4x-5} \le ax + b \le \frac{57}{8} - 32\left(x - \frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2$$

где $x \ne \frac{4}{5}$

$f(t) = 4 + \frac{4}{4t-5}$, при $t \in [\frac{1}{4}; 1]$ выпуклая вверх функция

при $x = \frac{1}{4} \Rightarrow f(x) = 3$ при $x = 1 \Rightarrow f(x) = 0$

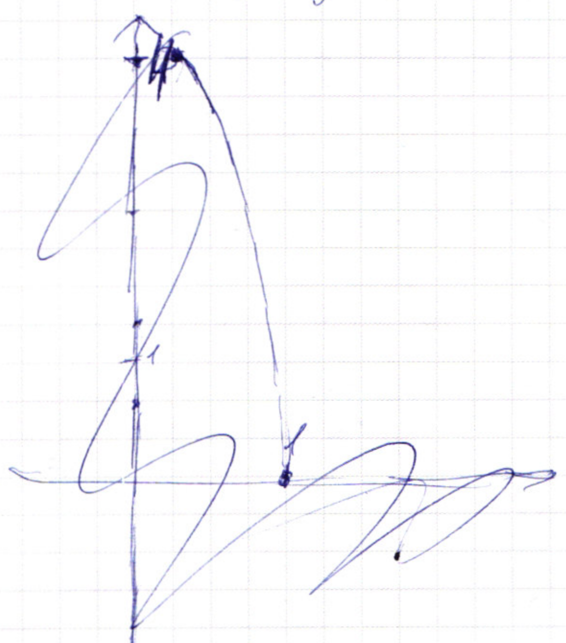


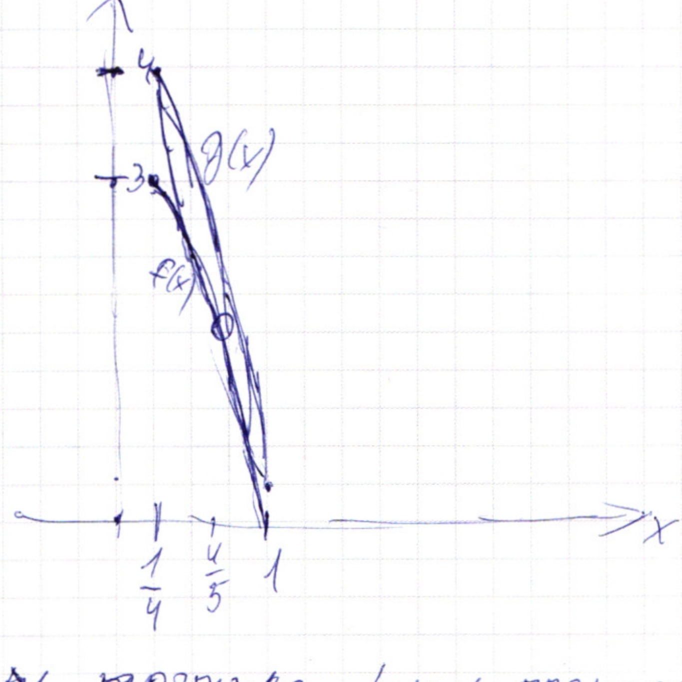
$-32x^2 - 13b - 3$

$g(x) = \frac{57}{8} - 32\left(x - \frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2$ при $x \in [\frac{1}{4}; 1]$, выпуклая вверх функция при $x = 1$ $g(x) = 1$

парабола ветвями вниз

при $x = \frac{1}{4}$ $g(x) = 4$.





Рассмотрим прямую $kx+b$ проходящую через точки $A(\frac{1}{4}; 4)$ и $B(1, 1)$

$\frac{1}{4}k + b = 4$; $k + b = 1 \Rightarrow 3b = 15 \Rightarrow b = 5$, $k = -4$

□ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

посмотрим касается ли эта прямая $f(x)=4+\frac{4}{4x-5}$, на отрезке $[\frac{1}{4};1]$

$4+\frac{4}{4x-5}=-4x+5$

замена: $-4x+5=c$

$4+\frac{4}{c}=-c$

$4c+4+c^2=0$

$(c+2)^2=0 \Rightarrow c=-2$

$-4x+5=-2$

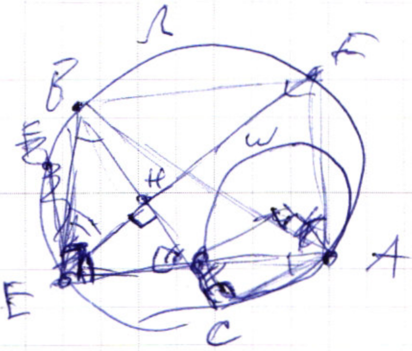
$7=4x \Rightarrow x=\frac{4}{7}$, так как решение одно, а $f(x)$ выпукла вверх значит прямая $-4x+5$ касается $f(x)$ ~~в точке~~ при $x=\frac{4}{7}$.

Теперь заметим что ~~4x+5 единств~~ $a=-4$, $b=5$ единственная прямая удовлетворяющая условию.

изменив угол наклона прямой но оставив ~~пересечение~~ касание с $f(x)$ при $x=\frac{4}{7}$, функция пересечёт ~~g(x) или в~~ $f(x)$, если изменить b, то прямая пересечёт $g(x)$.

$A(\frac{1}{4};4)$ и $B(1;1)$ граничные точки если через них не проходит прямая, то она пересекает $f(x)$ или $g(x)$

№4



$BE \cap EF = H$

$\angle BEC = \angle BFA = 90^\circ$ (AB диаметр)

$CO = \frac{15}{2}$

$BO = \frac{17}{2}$

$CO \cdot BO = AO \cdot OE$ (степень точки) $\rightarrow$

$EH \cdot BO = BE \cdot EO$ (EH – высота $\triangle BEC$ из прямого угла).

$\frac{BO}{EO} = \frac{BE}{EH} = \frac{AO}{CO}$

$\angle COA = \angle EOA$ (подобные $\triangle$-и ACO, AHE, EHC

$\frac{HO}{OC} = \frac{EH}{CA} = \frac{AO}{AO}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = \sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$-\frac{1}{\sqrt5}$, $\pm\frac{2}{\sqrt5}$

$2 \sin 2\alpha \cos^2 2\beta \cancel{-} \sin 2\alpha \cancel{\sin} + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$2\cos 2\beta (\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha) = -\frac{2}{5}$

$\cancel{-2}\cos 2\beta \cdot \frac{1}{\cancel{\sqrt5}} = \frac{\cancel{-2}1}{\sqrt5}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\beta = \pm\frac{\sqrt{4-1}}{\sqrt5} = \pm\frac{2}{\sqrt5}$

$\beta = \pm \arccos -\frac{1}{\sqrt5} + 2\pi k$

$\sin 2\alpha = \pm 2\cos 2\alpha$

$\cos 2\alpha \neq 0$

$tg\, 2\alpha = \pm 2$

$\alpha = \frac{arctg \pm 2}{2} + \frac{\pi k}{2}$

№2

$x^2 + 144y^2 = \cancel{8}\ 2xy - 12y - x + 6$

$-24y$

$2y(x-6)$

$x^2 - 12y$

$(x-12y)^2 = (2y-1)(x-6)$

$a \quad b$

$(b - 6a)^2 = ab$

$a \quad b$

$b^2 - 12ab + 36a^2 = \cancel{ab}\ ab$

$b^2 - 13ab + 36a^2 = 0$

$x^2 + 36$

$x^2 - 12x + 36$

$36y^2 - 36y + 9$

$= 90$

$(6y-3)^2 + (x-6)^2 = 90$

$169\ \ 9a^2 + b^2 = 90$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики) w3

$\cancel{10x7} |\cancel{x^2 - 10x}|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x - x^2)}$

$|10x - x^2|^{\log_3 4}$

a

$\cancel{x^2 = 10x}$

$10x - x^2 = t \geq 0$

$\frac{8}{3}$ $2\frac{2}{3}$

$\frac{-8}{-3}$

$t \geq \frac{t^{\log_3 5} - t^{\log_3 4}}{t}$

$\frac{8}{5}$

$\cancel{\log_3 5}$

2 3 4 6 8 9 12 16 18 24

5 7 10 14 15 20 21

11 22 25

$3 \geq 5 - 4$

$\frac{9}{8}$ $\frac{81}{8} + \frac{57}{8}$

$9^{\log_3 5} \geq 25 - 16$

13

$t^{\log_3 5} < t^{\log_3 4}$

$7^{\log_3 5}$

17 19 23

$0 - 1$ 2 3

2 24

№ 5

$f(6) = f(6)$

$\boxed{\frac{1}{2}}$ $f(2) = f(x) + f(\frac{1}{x})$

2 3 4

$f(2^2) = f(2) \cdot f(2)$

$\frac{3}{2}$ $\frac{1}{4}$ $+9$

4

3 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $-\frac{8}{5}$ -2

$f(2) = f(2) + f(1)$

-3

$\frac{8}{5}$ $\frac{8}{3}$

$f(17) = 4$ $f(2) = 0$

25 − 2

$0 = f(x) + f(\frac{1}{x})$

23

$\frac{16}{5}$ $f(19) = 4$ $f(3) = 0$

$\frac{3}{4}$ $f(23) = 5$ $f(5) = 1$

$f(d_1) + f(d_2)$

$f(7) = 1$

$-\frac{16}{5} \cdot \frac{1}{x} + \frac{16}{5}$

$f(11) = 2$

$\cancel{f(13) = 3}$

$f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$

969

36

$f(20) = 1$

x

$-f(x) = f(\frac{1}{x})$

144 $k + b = 1$

$+2ab$ $g(x) =$

f

$k + b = 1$

$f(\frac{1}{x}) = f(1) + f(\frac{1}{x})$

$(3a + b)^2 = 90 + 6b(a - 6a)$

$b(b + 9)$

$(b - 3)^2$

$\cancel{a^2 + b^2 + 2ab}$

$6b - 36a + 90 = 9a^2 + b^2 - 6ab$

$f(1) = 0$

$= 9a^2 + 36a + 36$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$\cos^2\alpha = \dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}$ $\cancel{\cos}$ $\dfrac{1}{tg\,\alpha+1}$

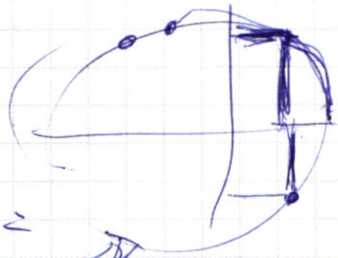
$\cos^2\alpha = \dfrac{1}{tg\alpha+1}$ $\dfrac{tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}$

$\sin 2\alpha +$

$2\alpha +$

a~~resin~~

$\sin\alpha = \cancel{\cos}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right).$



$\arccos\alpha =$

$\arcsin\alpha = \pm$

$\cancel{\pi}\ \cancel{2}\pi$ $\dfrac{\pi}{2} - \arcsin\alpha$

$\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\pi}{\cancel{2}}$

$100 -$

$\sqrt{25}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$x \neq \frac{4}{5}$

$\frac{-12}{-4} = 3$ -3 $1 \to 0$

$tg_{\alpha+\beta} = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha\, tg\beta}$ 3

$tg(\alpha + \beta) =$ 0

$16x - 20 + \frac{4}{4x-5}$ $\frac{1}{4}$

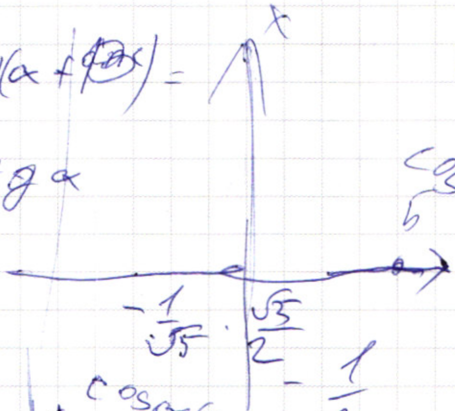
$tg\,\alpha$

$4 + \frac{4}{4x-5}$ 0

$\cos 2\beta =$ 5

$\frac{-12}{-4} = 3$

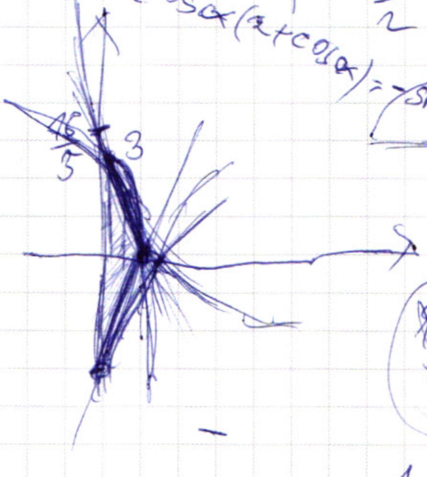
$-\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ $\frac{k}{x}$ $\frac{16}{5}$



$\frac{1}{2}$ -16

$\cos\alpha(2 + \cos\alpha) = -\sin$ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\frac{1}{2}$

$(16\sqrt{2})^2$



$\frac{16}{5}$ 3

$7\frac{1}{8} - \left(\cancel{32}x - \frac{9}{16}\right)^2$

$4\sqrt{2}$

$\cos 4\beta$ 2

$\left(\frac{9}{2\sqrt{2}}\right)^2$

$\frac{8\sqrt{2} \cdot 9}{2\sqrt{2}}$

$\sin 2\alpha$ 1 $\frac{1}{2}$

$\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 = \frac{57}{32 \cdot 8}$ $\frac{81}{8}$

$1 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$ $\frac{8}{3}$

$-\frac{8}{3}$ $-\frac{9}{16}$ $\frac{81}{256}$ $-10\frac{1}{8}$

$\sqrt{\frac{4}{5}}$ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ^{2} $\frac{\sqrt{57}}{16} + \frac{9}{16}$ $+7\frac{1}{8}$

$\frac{81}{8}$

64 8 1

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)