МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}, \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2 - 26x\right|^{\log_5 12} + 26x \geqslant x^2 + 13^{\log_5\left(26x - x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 12$, $BD = 13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $4 \leqslant x \leqslant 28$, $4 \leqslant y \leqslant 28$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8 - 6x}{3x - 2} \geqslant ax + b \geqslant 18x^2 - 51x + 28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3}; 2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY = \sqrt{3}$, $TX = \sqrt{2}$, $TZ = 2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\begin{cases}\sin 2\alpha\cos 2\beta+\sin 2\beta\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}} \quad (1)\\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17} \quad (2)\end{cases}$

синус суммы

(2) $\sin\overset{2\alpha}{\cancel{\ }}\cos 4\beta+\sin 4\beta\cos 2\alpha+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$ => косинус 2 угла

=> $\sin 2\alpha\cos^2 2\beta-\sin 2\alpha\sin^2 2\beta+\sin 4\beta\cos 2\alpha+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$ =>

=> $\sin 2\alpha(1+\cos^2 2\beta-\sin^2 2\beta)+\sin 4\beta\cos 2\alpha=-\frac{2}{17}$ =>

=> из основного тригон. тождества $\sin^2 2\beta+\cos^2 2\beta=1$

$\sin 2\alpha\cdot 2\cos^2 2\beta+2\sin 2\beta\cos 2\beta\cos 2\alpha=-\frac{2}{17}\ |:2$ =>

=> $\cos 2\beta(\sin 2\alpha\cos 2\beta+\sin 2\beta\cos 2\alpha)=-\frac{1}{17}$ =>

=> $\cos 2\beta\cdot\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{17}$ => из (1) $\cos 2\beta\cdot -\frac{1}{\sqrt{17}}=-\frac{1}{17}$

$\cos 2\beta=\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\cos^2 2\beta+\sin^2 2\beta=1$ $\quad$ ~~cos²2β~~ $\sin^2 2\beta=1-\cos^2 2\beta=1-\frac{1}{17}=\frac{16}{17}$

есть два случая: $\left[\begin{array}{l}\sin 2\beta=\frac{4}{\sqrt{17}}\\ \sin 2\beta=-\frac{4}{\sqrt{17}}\end{array}\right.$

1) $\sin 2\beta=\frac{4}{\sqrt{17}}$, подставим в (1): $\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{17}}+\frac{4\cos 2\alpha}{\sqrt{17}}=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\cos 2\alpha+\sin 2\alpha=-1$

$8\cos^2\alpha-4+2\sin\alpha\cos\alpha=-1$

$8\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-3=0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$5\cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha - 3\sin^2\alpha = 0 \mid : \cos^2\alpha$ т.к. $\cos\alpha \neq 0$ т.к. $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ - существ. (определён)

$-3tg^2\alpha + 2tg\alpha + 5 = 0$

$\Downarrow$ - решаем квадратное ур-е

$\left[\begin{array}{l} tg\alpha = -1 \\ tg\alpha = \frac{5}{3} \end{array}\right.$

$D = 1 + 15 = 16$

$tg\alpha = \frac{-1-4}{-3} = \frac{5}{-3}$

$tg\alpha = \frac{-1+4}{-3} = -1$

2) $\sin 2\beta = -\frac{4}{\sqrt{17}}$, подставим в (1):

$$\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{17}} - \frac{4\cos 2\alpha}{\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$2\sin\alpha\cos\alpha - 4\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha = -1$ из О.Т.Д. $1 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$

$5\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha - 3\cos^2\alpha = 0 \mid : \cos^2\alpha$

$5tg^2\alpha + 2tg\alpha - 3 = 0$

$D = 1 + 15 = 16$

$tg\alpha = \frac{-1+4}{5} = \frac{3}{5}$

$tg\alpha = -1$

$\left[\begin{array}{l} tg\alpha = -1 \\ tg\alpha = \frac{3}{5} \end{array}\right.$

Витоге найдено 3 значения $tg\alpha$: -1; $\frac{5}{3}$; $\frac{3}{5}$

Ответ: $tg\alpha = -1$; $tg\alpha = \frac{5}{3}$; $tg\alpha = \frac{3}{5}$

№2

$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x + 6 - y} \quad (1) \\ 9x^2 + y^2 - 18x + 12y = 45 \quad (2) \end{cases}$

$9x^2 - 18x + 9 + y^2 + 12y + 36 = 0$

$9(x-1)^2 + (y+6)^2 = 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9(x-1)^2+(y+6)^2=0$

$9(x-1)^2 \geq 0$

$(y+6)^2 \geq 0$ тогда сумма может быть равна нулю только ~~когда~~ если слагаемые равны нулю т.к. Иначе сумма больше нуля

$\begin{cases} 9(x-1)^2=0 \\ (y+6)^2=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1 \\ y=-6 \end{cases}$

проверим удовлетворяют ли найденные значения первому уравнению:

$6-6=\sqrt{-6-6+6+6}$

$0=\sqrt{0}$

$0=0$ — корни удовлетворяют (1)

Тогда $x=1$ и $y=-6$ — един. решение

Ответ: $x=1$; $y=-6$; $(1;-6)$

№3.

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

ОДЗ: $26x-x^2>0 \Rightarrow x^2-26x<0$, тогда $|x^2-26x|=26x-x^2$, модуль раскрывается однозначно

Пусть $m=26x-x^2$, заменим

$m^{\log_5 12}+m \geq 13^{\log_5 m} \Rightarrow m^{\log_5 12}+m \geq m^{\log_5 13}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Оценим правую и левую часть

$\log_5 25 = \log_5 12 > \log_5 5$ $\quad 2 > \log_5 13 > 1$

$2 > \log_5 12 > 1$

~~$m^{\log_5 12} + m$ возрастает на $m \in (0;13)$~~

~~$m^{\log_5 13}$ тоже возрастает на $m \in (0;13)$~~

$26x - x^2 > 0$ из ОДЗ

$x(26-x) > 0$

$x \in (0;26)$

$26x - x^2 \in (0; \frac{-26}{-2}]$

$m \in (0;13]$

$m^{\log_5 13} = m^{\log_5 (12 \cdot \frac{13}{12})} = m^{\log_5 12 + \log_5 \frac{13}{12}}$

$m^{\log_5 12}(1 - m^{\log_5 \frac{13}{12}}) \geq -m$

$m^{\log_5 12} + m$ возрастает на $m \in (0;13)$ и $m^{\log_5 13}$ тоже возрастает

при $m=0$: $\quad 0 \geq 0$ - вып

при $m=13$: $\quad 13^{\log_5 12} + 13 \geq 13^{\log_5 13}$ - вып.

Тогда неравенство выполнено при $m \in (0;13]$, а значит и при $x \in (0;26)$

Ответ: $x \in (0;26)$

№5.

~~Оцени~~ $f(x/y) < 0$ $\qquad$ ~~$f(\frac{1}{y}) = f$~~ $f(y) = f(\frac{1}{y}) + f(y^2) = f(\frac{y^2}{y}) = f(y)$

$f(\frac{x}{y}) = f(x \cdot \frac{1}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y}) = f(x) + f(y) - f(y^2) < 0$

$f(x) + f(y) < f(y^2)$ $\qquad$ $f(y^2) = f(y \cdot y) = f(y) + f(y) = 2f(y)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(x)+f(y) < 2f(y)$

$f(x) < f(y)$

По основной теореме арифметики x и y однозначно раскладываются на простые множители:

$x = x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n$ тогда: $f(x) = f(x_1)+f(x_2)+\ldots+f(x_n)$

$y = y_1 \cdot y_2 \cdot \ldots \cdot y_n$ $\quad f(y) = f(y_1)+f(y_2)+\ldots+f(y_n)$

$f(x) = \left[\frac{x_1}{4}\right]+\ldots+\left[\frac{x_n}{4}\right]$

$f(y) = \left[\frac{y_1}{4}\right]+\ldots+\left[\frac{y_n}{4}\right]$

Рассмотрим $f(p)$, $p \in [\cancel{0}1;28]$:

$f(1)=0$ $\quad f(5)=1$ $\quad f(13)=3$

$f(2)=0$ $\quad f(7)=1$ $\quad f(17)=6$

$f(3)=0$ $\quad f(11)=2$ $\quad f(19)=4$

$f(23)=5$

Рассмотрим возможные $f(x)$: всего $28-4+1=25$ чисел

$f(x)=0$: при $x=4,6,8,9,12,16,18,24,27$ – 9 чисел

$f(y)>0$ при y, отл. от тех что сверху – ~~29 − 9 = 20 чисел~~ $25-9=16$ чисел

$f(x)=1$: при $x=5,7,10,14,15,20,21,28$ – 8 чисел

$f(y)>1$ при y: отл. от пред. и сверху: $16-8=8$ чисел

$f(x)=2$: при $x=25,11,22$, ~~13, 26~~ – 3 числа

$f(y)>2$: при y: отл. от пред. и сверху: $8-3=5$ чисел

$f(x)=3$: при $x=13,26$ – 2 числа $\quad f(y)>3$: $5-2=3$ $\quad$ при $f(x)=5$ нет y: $f(y)>5$

$f(x)=4$: при $x=17,19$ – 2 числа $\quad f(y)>4$: $3-2=1$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда всего имеем: $9 \cdot 16 + 8 \cdot 8 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1$ вариантов

$144 + 64 + 15 + 6 + 2 = 214 + 15 + 2 = 231$ вариант

Ответ: 231 пара x и y

№6.

$\frac{8-6x}{3x-2} = \frac{4}{3x-2} - 2$ построим график $f(x)$ и $g(x)$ на $x \in [\frac{2}{3}; 2]$

$\frac{8-6x}{3x-2} = f(x)$

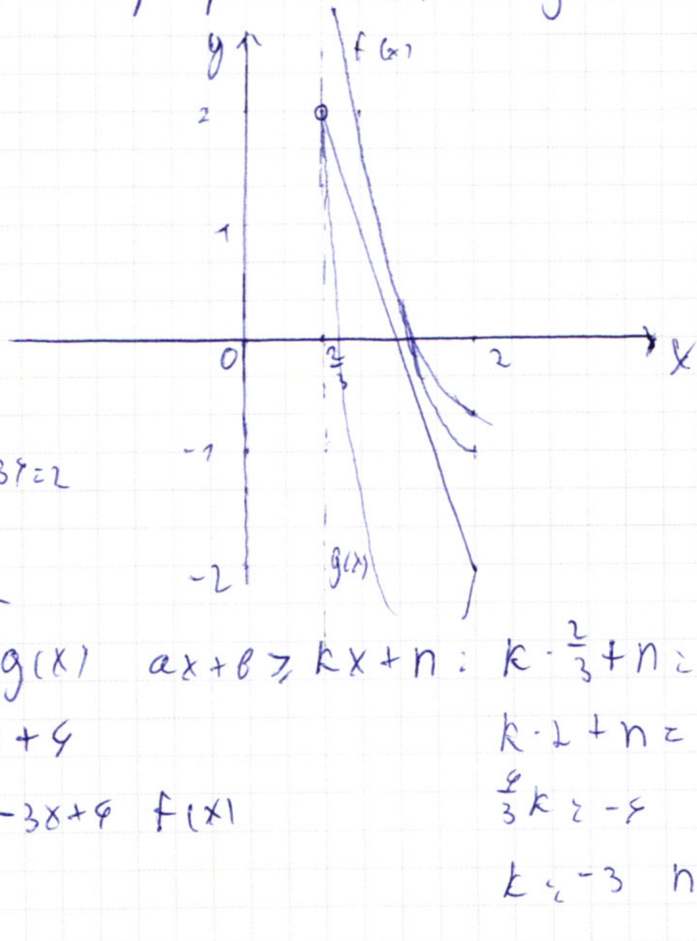
$18x^2 - 51x + 28 = g(x)$

$f(1) = 2$

$f(2) = \frac{4}{6-2} - 2 = -1$

$g(\frac{2}{3}) = \frac{18 \cdot 4}{9} - \frac{102}{3} + 28 = 36 - 34 = 2$

$g(2) = 72 - 102 + 28 = -2$



Тогда для $ax + b \geq g(x)$ $ax + b \geq kx + n$: $k \cdot \frac{2}{3} + n = 2$

$k \cdot 2 + n = -2$

$\frac{4}{3}k = -4$

$k = -3$ $n = 4$

$\cancel{-3x+4}$ $ax + b \geq -3x + 4$

Проверим пересекает ли $-3x+4$ $f(x)$

$\frac{4}{3x-2} - 2 = -3x + 4$

$\frac{4}{3x-2} = -3x + 6 \quad | \cdot (3x-2)$

$4 = -9x^2 + 24x - 12 \Rightarrow$

$9x^2 - 24x + 16 = 0$

$(3x-4)^2 = 0$

$3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$ — $-3x+4$ ~~пересекает~~ касается $f(x)$ в $x = \frac{4}{3} \in [\frac{2}{3}; 2]$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда т.к. $-3x+4$ касается $f(x)$ (имеет одну т. перес.)

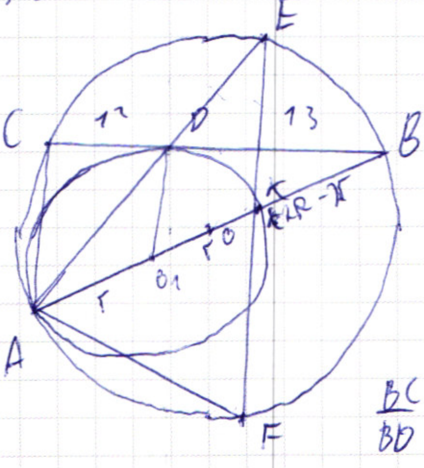
Можем сделать вывод, что $ax+b=-3x+4$

т.к. $-3x+4 \geq g(x)$ и является крайней прямой ~~$ax+b$~~, которая меньше или равна $f(x)$

Тогда ∄ $a=-3$ $b=4$ - единств. пара $(a;b)$

Ответ: $a=-3$; $b=4$, ~~$(a;b)$~~ $(-3;4)$

№4.



Дано: $CD=12$; $BD=13$ O_1-центр ω O-центр Ω

$\angle ACB=90^\circ$ т.к. AB-диаметр

$\angle O_1DB=90^\circ$ т.к. BC-касательная

тогда: $\triangle ACB \sim \triangle O_1DB$ по 2 углам;

$\frac{BC}{BD}=\frac{2R}{2R-r}$ $\frac{BC}{BD}=\frac{R-r+2r}{r}$; R - радиус Ω

$\frac{25}{13}=\frac{2R}{2R-r}$ $\frac{25}{13}=\frac{R+r}{r}$ r - радиус ω

$50R-25r=26R$ $13R+13r=25r$

$24R=25r$ $R=\frac{12}{13}$

$r=\frac{24}{25}R$

$R=\frac{25}{24}r$ Из свойства кас. и секущей:

$BD^2=BK\cdot AB$

$169=(2R-2r)\cdot 2R$

$169=4\cdot(R-\frac{24}{25}R)\cdot R$

$169=4\cdot\frac{1}{25}\cdot R^2$

$R^2=\frac{25\cdot169}{4}$ & $R=\frac{5\cdot13}{2}=\frac{65}{2}$

$r=\frac{65}{2}\cdot\frac{24}{25}=\frac{13\cdot12}{5}=\frac{156}{5}$

Ответ: $R=\frac{65}{2}$ и $r=\frac{156}{5}$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{A}{A} + \frac{8-12}{6-2} = \frac{-4}{4}$

$b = \frac{2}{3}$ и a

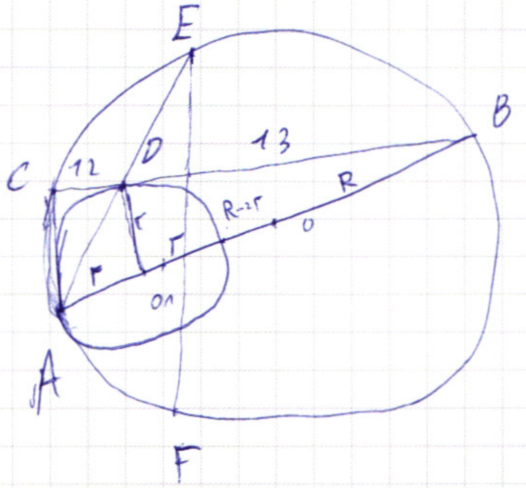
$b = 2 \quad a = (0, +\infty)$

R, r

$\angle AFE \quad S_{AEF}$

$CD = 12$

$BD = 13$



$13^2 = 2r \cdot (R + R - 2r)$

$13^2 = 2\cancel{r(2R}(2R - 2r) \cdot (2R - 2r + 2r) =$

$13^2 = (2R - 2r) \cdot 2R$

$13^2 = 4R^2 - 4Rr$

$4R^2 - 4Rr - 13^2 = 0$

$13^2 = 2(R - r) \cdot 2R$

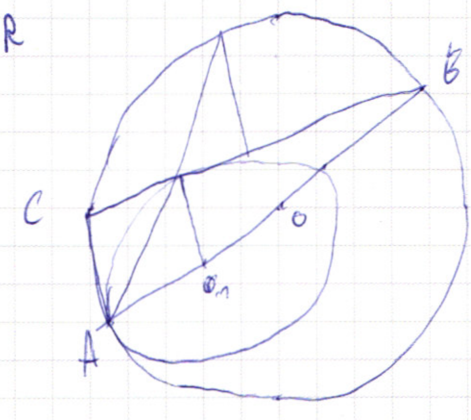
$\frac{BC}{BD} = \frac{AC}{r}$

$\frac{25}{13} = \sqrt{\frac{4R^2}{r}}$

$13^2 =$

$\frac{25}{13} = \frac{2R}{r} \quad R = \frac{25}{26r} \quad \frac{25}{13} = 2R - 2r + 2r$

$\frac{2R}{R - r + r} \quad \frac{2R}{2R - 2r}$



$\frac{2}{3};$

$\cancel{\frac{6}{3x-2} = 18x^2 - 51x}$

$\frac{4}{3x-2} - 2 = -3x + 8$

$\frac{8}{3x-2} = -3x + 6$

$9x^2 - 24x + 16 = 0$

$(3x - 4)^2 = 0 \quad x = \frac{8}{3}$

$4 = -9x^2 + 24x - 12$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha \cos^2 2\beta - \sin 2\alpha \sin^2 2\beta + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha \cos^2 2\beta + \sin 2\alpha (1 - \sin^2 2\beta) + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$2\sin 2\alpha \cos^2 2\beta + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{2}{17}$ $\quad D = \sin^2\alpha + 40 =$

$2\cos 2\beta (\sin\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha) = -\frac{2}{17}$

$\cos 2\beta \cdot (-\frac{1}{\sqrt{17}}) = -\frac{1}{17}$ $\quad 4\cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -1$

$4\cos^2\alpha - 4\sin^2\alpha + \sin 2\alpha = -1$

$\cos 2\beta = \frac{\sqrt{17}}{17} = \frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad \sin^2 2\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{17}} = \frac{\pm 4}{\sqrt{17}}$ $\quad 8\cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha - 5 = 0$

1) $\sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos^2\alpha$

$\sin 2\alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} + \cos 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad$ ~~$\sin 2\alpha$~~ $\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$ $\quad 8\sin\alpha\cos\alpha$

$8\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = -1$ $\quad$ 2) $\sin 2\beta = -\frac{4}{\sqrt{17}}$

$8\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha = 0$ $\quad \cos 2\alpha - 4\sin 2\alpha = -1$

$2\cos\alpha(4\sin\alpha + \cos\alpha) = 0$ $\quad -1 + 2\cos^2\alpha - 8\sin\alpha\cos\alpha = -1$

$\ne 0$

$4\sin\alpha + \cos\alpha = 0$ $\quad 2\cos\alpha(\cos\alpha - 4\sin\alpha) = 0$

$4\operatorname{tg}\alpha + 1 = 0$ $\quad 1 - 4\operatorname{tg}\alpha = 0$

$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{1}{4}$ $\quad \operatorname{tg}\alpha = 0$ $\quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = [\frac{p}{4}]$

p-простое

$4 \le x \le 28$

$4 \le y \le 28$

$f(\frac{x}{y}) < 0$

$f(x \cdot \frac{1}{y}) < 0$

$\frac{1}{y} = f(y)^{4} - f(y)$

$f(y^{4}) = f(y^2) + f(\frac{1}{y})$

$f(p) = f(1 \cdot p) = f(1) + f(p)$

$f(p) = [\frac{p}{4}] = f(1) + [\frac{p}{4}] \Rightarrow f(1) = 0$

$x - 1$

$\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} = a + b - 1$

$f(25) = f(5) + f(5) = 2$

$f(2) = 0 \quad f(3) = 0 \quad f(5) = 1 \quad f(7) = 1 \quad f(11) = 2 \quad f(13) = 3 \quad f($

$f(x) + f(\frac{1}{y}) = f(x) + f(y) - f(y^2) < 0$

$y = a_1 \ldots a_n$

$f(x) + f(y) < f(y^2)$

$f(x) < f(y)$

$\frac{4}{3x-2} - 2$

$f(\frac{2}{3}) = 0$

№6.

$32 - 88 + 28$

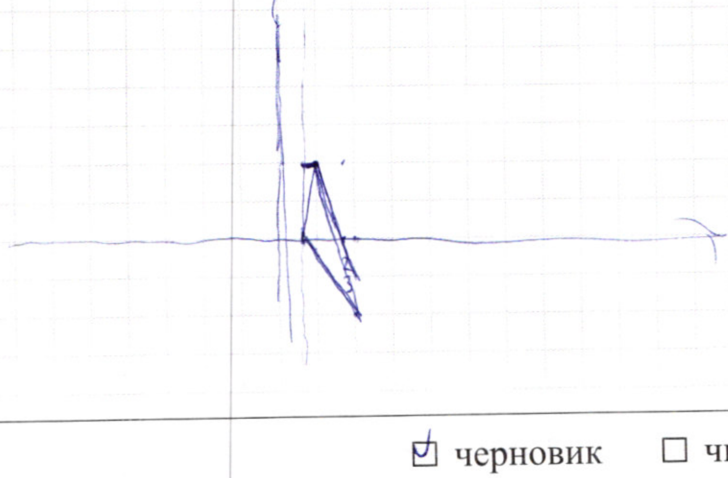
$\frac{8-6x}{3x-2} \geqslant ax + b \geqslant 18x^2 - 51x + 28 \qquad x \in (\frac{2}{3}; 2]$

$\frac{4}{3x-2} - 2 \geqslant ax + b \geqslant \quad f'(\frac{4}{3x-2}) = -\frac{12}{9x^2 - 12x + 4}$

$x_1 x_2 =$

$x_0 = \frac{51}{36}$

$\frac{2}{3};$



$\frac{18 \cdot 4}{9} - \frac{102}{3} + 28 =$

$= 36 - \frac{102}{3} = 2$

$72 - 102 + 28 = -2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x+12y=45 \end{cases}$$

$9x^2-18x+9+y^2+12y+36=0$

$9(x-1)^2+(y-6)^2=0$

$x=1$

$y=6$

$6-6=\sqrt{6-6-6+6}=0$

$\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\cancel{\cos^4\alpha-\sin^6\alpha}$

$9\cos^2\alpha+$

$9\cos 2\alpha+\sin 2\alpha=-8$

$8\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-3=0$

$3\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-5\sin^2\alpha=0$

$9\cos 2\alpha=9\cos^2\alpha-9\sin^2\alpha$

$\log_5 12$ и $\log_5(12+1)$

$12\cdot\frac{13}{12}$

№3.

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x\geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

$(-t)^{\log_5 12}\geq t+13^{\log_5(-t)}$

$(-t)^{\log_5 12}\geq t+(-t)^{\log_5 13}$

$m>0$

$(-t)^{\log_5 12}-t\geq(-t)^{\log_5 13}$

$f(t)$ $m^{\log_5 12}+m\geq m^{\log_5 13}\ |:m$

$m^{\log_5 12-1}+1\geq m^{\log_5 13-1}$

$f(m)$ $m^{\log_5 13}-m^{\log_5 12}+m\leq 0$

$m_2\geq m_1>0$

$\log_5 13-\log_5 12-1\leq 0$

$2m\geq$

8

$\cancel{x^2-26x>}$

$26x-x^2\geq 0$

$x^2-26x<0$

$x^2-26x=t$

$a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$

$2^{\log_6 16}=\log 16^{\log_6 2}$

$x^{\frac{5}{4}}+x^{\frac{3}{4}}=x^{\frac{3}{2}}\{x$

$x^2-26x<0$

$x(x-26)<0$

$x\in(0;26)$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)