МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

у

$17 \times 17 = 289$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x = \sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

?

Опечатки

$15^2 + 8^2$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12} + 26x \geqslant x^2 + 13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2} \geqslant ax+b \geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \quad (*) \end{cases}$$

$(*)$ $\sin(4\alpha+4\beta \overset{-2\alpha}{}) + \sin 2\alpha = \sin(4\alpha+4\beta)\cdot\cos 2\alpha - \cos(4\alpha+4\beta)\sin 2\alpha$ (+)

(+) $\sin 2\alpha = \sin(4\alpha+4\beta)\cdot\cos 2\alpha - (\cos(4\alpha+4\beta)-1)\sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin(4\alpha+4\beta) = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(2\alpha+2\beta)$

① $(2\alpha+2\beta) \in [\frac{\pi}{2}+2\pi k; \frac{3\pi}{2}+2\pi k]$

② $(2\alpha+2\beta) \in [-\frac{\pi}{2}+2\pi k; \frac{\pi}{2}+2\pi k]$

① $\Rightarrow$ т.к. $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\Rightarrow$ $\cos(2\alpha+2\beta) = -\frac{4}{\sqrt{17}}$

т.е. т.к. $\overset{\wedge}{0}$ $(2\alpha+2\beta) \in [2\pi k+\pi; \frac{3\pi}{2}+2\pi k]$

$\sin(4\alpha+4\beta) = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\alpha+2\beta) = 2\cdot\frac{4}{17}$

$\cos(4\alpha+4\beta) = \cos^2(2\alpha+2\beta) - \sin^2(2\alpha+2\beta) = \frac{16}{17} - \frac{1}{17} = \frac{15}{17}$

$(*)$ $\begin{cases} \frac{8}{17}\cos 2\alpha - (\frac{15}{17}-1)\sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \\ \sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{8}{17}\cos 2\alpha + \frac{2}{17}\sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 4\cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -1 \\ \sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1 \end{cases}$ | ~~$\cos 2\alpha \neq 0$~~ ~~$\cos^2 2\alpha \neq 0$~~

$$\begin{cases} \sin 2u = -1 - 4\cos 2u \\ \sin^2 2u + \cos^2 2u = 1 \quad (\lambda) \end{cases}$$

(λ) $\cancel{1} + 8\cos 2u + 16\cos^2 2u + \cos^2 2u = \cancel{1}$

$\cos 2u\,(17\cos 2u + 8) = 0$ при этом

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2u = 0 \\ \cos 2u = -\frac{8}{17} \end{array}\right.$$

При $\cos 2u = -\frac{8}{17} \Big| \Rightarrow \sin 2u = -1 + \frac{4 \cdot 8}{17} = \frac{32-17}{17} =$

$= \frac{15}{17}$

При $\overset{\cos}{\cancel{\sin}}\, 2u = 0 \Big| \Rightarrow \sin 2u = -1$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \cos^2 u - \sin^2 u = 0 \\ 2\sin u \cos u = -1 \end{cases} \Big| \Rightarrow \underline{u = -\frac{\pi}{4} + \pi l} \\ \begin{cases} \cos^2 u - \sin^2 a = -\frac{8}{17} \\ 2\sin u \cos u = \frac{15}{17} \end{cases} \Big| \Rightarrow \cos u = \pm \frac{3}{\sqrt{34}} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} u = -\frac{\pi}{4} + \pi l \\ \begin{cases} \cos u = \frac{3}{\sqrt{34}} \\ \sin u = \frac{5}{\sqrt{34}} \end{cases} \\ \begin{cases} \cos u = -\frac{3}{\sqrt{34}} \\ \sin u = -\frac{5}{\sqrt{34}} \end{cases} \end{array}\right. \Bigg| \Rightarrow \begin{array}{l} tg(u) = -1 \\ tg(\beta) = \frac{5}{3} \end{array}$$

Очевидно можно подобрать такое β, что

$$\begin{cases} (2u + 2\beta) \in [\pi + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k] \\ \sin(2u + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \end{cases}$$

② случ на др. ~~страницу~~ листе

☐ черновик ☒ чистовик Страница № 2

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(2) $$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ (2\alpha+2\beta) \in \left[-\frac{\pi}{2}+\pi k; \frac{\pi}{2}+\pi k\right] \end{cases} \Rightarrow \cos(2\alpha+2\beta) = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

т.к. $\sin(2\alpha+2\beta) < 0 \Rightarrow (2\alpha+2\beta) \in \left[-\frac{\pi}{2}+2\pi k; 2\pi k\right]$

$$\sin(4\alpha+4\beta) = -\frac{8}{17}$$

$$\cos(4\alpha+4\beta) = \frac{15}{17}$$

$$\begin{cases} -\frac{8}{17}\cos 2\alpha + \frac{2}{17}\sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4\cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -1, \text{ т.е. } \sin 2\alpha = 4\cos 2\alpha - 1 \\ \sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1 \quad (*) \end{cases}$$

$(*)$ $$\cancel{1} - 8\cos 2\alpha + 16\cos^2\alpha + \cos^2 2\alpha = \cancel{1}$$

$$\cos 2\alpha(17\cos 2\alpha - 8) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2\alpha = 0 \\ \cos 2\alpha = \frac{8}{17} \end{array}\right.$$

($\sin 2\alpha = -1$ при $\cos 2\alpha = 0$) - этот случ разобран

$$\sin(2\alpha) = \frac{32}{17} - 1 = \frac{15}{17}$$

$$\begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{8}{17} \\ 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{15}{17} \end{cases} \Rightarrow \cos \alpha = \pm\frac{5}{\sqrt{34}}$$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\cos a = \frac{5}{\sqrt{34}} \\ \sin a = \frac{3}{\sqrt{34}}\end{cases} \\ \begin{cases}\cos a = -\frac{5}{\sqrt{34}} \\ \sin a = \frac{-3}{\sqrt{34}}\end{cases}\end{array}\right. \quad \Bigg| \Rightarrow \operatorname{tg} a = \frac{3}{5}$$

Очевидно, что можно подобрать β:

$$\begin{cases}\sin(2a+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ (2a+2\beta) \in [-\frac{\pi}{2}+2\pi k; 2\pi k]\end{cases}$$

Ответ: -1; $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{3}$

№2 $\begin{cases}y-6x = \sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45\end{cases}$

$$\begin{cases}(y-6)-6\cdot(x-1) = \sqrt{(x-6)(y-1)} \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90\end{cases}$$

Пусть $\alpha=(x-1)$, $\beta=(y-6)$

$$\begin{cases}\beta-6\alpha=\sqrt{\alpha\beta} \\ 9\alpha^2+\beta^2=90\end{cases}$$

$$\begin{cases}\beta-6\alpha\geq 0 \\ \beta^2-13\alpha\beta+36\alpha^2=0 \\ 9\alpha^2+\beta^2=90\end{cases}$$

См. прод. на др. стр.

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

~~$\beta - 6\alpha \geq 0$~~

~~$\left[\alpha = 1,\ \beta = 9\right.$; $\left[\alpha = -1,\ \beta = -9\right.$; $\left[\alpha = \sqrt{\frac{18}{5}},\ \beta = 4\sqrt{\frac{18}{5}}\right.$; $\left[\alpha = -\sqrt{\frac{18}{5}},\ \beta = -4\sqrt{\frac{18}{5}}\right.$~~

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 9 \end{cases} \\ \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = -9 \end{cases} \\ \begin{cases} \alpha = \sqrt{\frac{18}{5}} \\ \beta = 4\sqrt{\frac{18}{5}} \end{cases} \\ \begin{cases} \alpha = -\sqrt{\frac{18}{5}} \\ \beta = -4\sqrt{\frac{18}{5}} \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 9 \end{cases} \\ \begin{cases} \alpha = -\sqrt{\frac{18}{5}} \\ \beta = -4\sqrt{\frac{18}{15}} \end{cases} \end{array}\right.$$

из условия $\beta - 6\alpha \geq 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x - 1 = 1 \\ y - 6 = 9 \end{cases} \\ \begin{cases} x - 1 = -\sqrt{\frac{18}{5}} \\ y - 6 = -4\sqrt{\frac{18}{15}} \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 2 \\ y = 15 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 1 - \sqrt{\frac{18}{5}} \\ y = 6 - 4\sqrt{\frac{18}{5}} \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(2; 15)$; $\left(1 - \sqrt{\frac{18}{5}}; 6 - 4\sqrt{\frac{18}{5}}\right)$

№6

$$\frac{8 - 6x}{3x - 2} \geq ax + b \geq 18x^2 - 51x + 28 \sim \forall x \in \left(\tfrac{2}{3}; 2\right] \quad (a, b) - ?$$

$$\frac{8 - 6x}{3x - 2} = -\frac{6x - 8}{3x - 2} = -\frac{6x - 4 - 4}{3x - 2} = -\left(2 - \frac{4}{3x - 2}\right) =$$

$$= \frac{4}{3x - 2} - 2 = g(x); \quad g(2) = \frac{4}{6 - 2} - 2 = -1$$

$f(x) = 18x^2 - 51x + 28$ ~ парабола с $x_в = \frac{51}{36}$

$$f\left(\tfrac{2}{3}\right) = \cancel{18}^{2} \cdot \frac{4}{\cancel{9}} - \cancel{51}^{17} \cdot \frac{2}{\cancel{3}} + 28 = 28 + 8 - 34 = 2$$

$$f(2) = 18 \cdot 4 - 102 + 28 = -2$$

$$l(x) = ax + b$$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \beta - 6\alpha \geq 0 \\ \beta^2 - 13\alpha\beta + 36\alpha^2 = 0 \quad (*) \\ 9\alpha^2 + \beta^2 = 90 \quad (\lambda) \end{cases}$$

$(*)$ $\beta^2 - 13\alpha\beta + 36\alpha^2 = 0$, если $\alpha = 0$, то $\Rightarrow \beta = 0$

но из (λ) видно, что $(0, 0)$ - не реш. ~~ур-е~~ системы

т.е. $\alpha \neq 0$

$$\beta^2 - 13\alpha\beta + 36\alpha^2 = 0 \quad | : \alpha^2 \neq 0$$

$$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 - 13\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) + 36 = 0$$

Пусть $\frac{\beta}{\alpha} = t$

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 36 = 13^2 - 12^2 = 5^2 \;|\Rightarrow \sqrt{D} = 5$$

$$t = \frac{13 \pm 5}{2} \;|\Rightarrow t = \left[\begin{array}{l} 4 \\ 9 \end{array}\right.$$

т.е. $\beta = 4\alpha$ или $\beta = 9\alpha$

При $\beta = 4\alpha$:

(λ) $9\alpha^2 + 16\alpha^2 = 90$

$25\alpha^2 = 90$

$\alpha^2 = \frac{18}{5}$

$\beta = 9\alpha$:

(λ) $90\alpha^2 = 90$

$\alpha^2 = 1$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\underset{f(x)+f(y)}{f(xy)} = f\left(\frac{xy^2}{y}\right) = f(xy^2) + f\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$\cancel{f(x)} + f(y) = \cancel{f(x)} + f(y^2) + f\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = f(y) - f(y^2)$$

Если $y \in \mathbb{N}$ и пусть $y = p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n$, где p_{1-n} - простые

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = f(p_1) + f(p_2) + \ldots + f(p_n) - 2(f(p_1) + f(p_2) + \ldots + f(p_n))$$

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = -(f(p_1) + f(p_2) + \ldots + f(p_n)) =$$

$$= -\left(\left[\frac{p_1}{4}\right] + \left[\frac{p_2}{4}\right] + \ldots + \left[\frac{p_n}{4}\right]\right)$$

$$\Rightarrow -f\left(\frac{1}{y}\right) = f(y)$$

$$f(xy) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) < 0$$

$$f(x) < -f\left(\frac{1}{y}\right) = f(y)$$

Сумма

~~Если простое число при деление на 4 имеет дробную часть $\frac{1}{2}$ или $\frac{3}{4}$, то при сложение с другим таким же числом справедливо~~

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7

(Нумеровать только чистовики)

Заметим, что $\left[\frac{2}{4}\right]=0$ и $\left[\frac{3}{4}\right]=0$

$f(2)=0$ и $f(3)=0$

Посчитаем $f(x)$ для всех чисел от 4 до 28

$f(4)=f(2)+f(2)=0$

$f(5)=\left[\frac{5}{4}\right]=1$ + 1

$f(6)=f(2)+f(3)=0$

$f(7)=\left[\frac{7}{4}\right]=1$ + 2

$f(8)=f(2)+f(2)+f(2)=0$

$f(9)=f(3)+f(3)=0$

$f(10)=f(2)+f(5)=1$ 3

$f(11)=2$

$f(12)=f(2)+f(6)=0$

$f(13)=3$

$f(14)=1$ 4

$f(15)=1$ 5

$f(16)=0$

$f(17)=4$

$f(18)=0$

$f(19)=4$

$f(20)=1$ 6

$f(21)=f(3)+f(7)=1$ 7

$f(22)=f(2)+f(11)=2$

$f(23)=5$

$f(24)=0$

$f(25)=2$

$f(26)=3$

$f(27)=0$

$f(28)=1$ 8

~ед. вар. $y=3$

Если $f(y)=5$, то подходят другие 24 числа

~два вар. $y=17$ и $y=19$

Если $f(y)=4$, то подходят другие 22 числа

~два вар. $y=13$ и $y=26$

Если $f(y)=3$, то подходят другие 20 чисел

~3 вар.

Если $f(y)=2$, то подходят другие 17 чисел

~8 вар.

Если $f(y)=1$, то подходят другие 9 чисел

Кол-во вар $24+2\cdot22+2\cdot20+3\cdot17+8\cdot9=231$

Ответ: 231

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$$

Из условия на $\log_5(26x-x^2)$ $\Rightarrow$ $26x-x^2>0$, т.е.

пусть $y=26-x^2>0$

$$y^{\log_5 12}+y \geq 13^{\log_5 y}$$

$$y^{\log_5 12}+y-13^{\log_5 y} \geq 0$$

$f(y)=y^{\log_5 12}+y-13^{\log_5 y}$; $f(25)=0$

$\cancel{f'(y)=\log_5 12\cdot y^{\log_5 12-1}+1-\ln 13\cdot}$ $f'(y)>0$

$f(y)\uparrow\uparrow$ при этом $f(25)=0$

$\Rightarrow$ $y \geq 25$ $\Rightarrow$ $26x-x^2 \geq 25$

$$x^2-26x+25 \leq 0$$

$$x \in [1;25]$$

Ответ: $x \in [1, 25]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}\cos \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \end{cases}$$

$xy-6x-y+6 = x(y-6)-(y-6) = (x-1)(y-6)$

~~sin 2α/ 1108~~

$\sin(2\alpha+4\beta) = \sin(2\alpha+2\beta+2\beta) =$

$= \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cancel{\sin}^{\cos}(2\alpha+2\beta)\cancel{co}\sin 2\beta =$

$= -\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta + \frac{\cancel{16}\,4}{\sqrt{17}}\cancel{\cos}^{\sin} 2\beta + \sin 2\alpha$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ -\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta + \frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \end{cases}$$

$tg(2\alpha)\cdot\cos 2\beta + \cancel{\frac{\sin 2\beta}{tg(2\alpha)}} + \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$tg(2\alpha) = \dfrac{-\frac{1}{\sqrt{17}} - \sin 2\beta}{\cos 2\beta}$

$\sin(2\alpha)\cos 4\beta + \cos(2\alpha)$

$9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 2\cdot 45$

$90 : 5 = 18$, -5, 40

$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$

$2\cdot2\cdot1{,}5\cdot2\cdot3\cdot7\cdot1$

$9x(x-2)+(y-12)$

$\beta^2 - 12\alpha\beta + 36\alpha^2 = \alpha\beta$

$36 \times 4 = 144$

13×13, 39, 13

$5\alpha^2$

$-\ln 13 \cdot 13^{\log_5 y}$

$\frac{1}{\ln 5}\,y$

$2\cdot2\cdot1{,}5\cdot2\cdot3\cdot1{,}7\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$

$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{14}} \\ \quad \sin(2\alpha+4\beta-2\beta) = \end{cases}$

$= \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta - \sin(2\beta)(\overset{\cos}{\cancel{\sin}}(2\alpha+2\beta))$

$\begin{cases} y-6x = \sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$

$\cancel{xy-6x}\; xy-y+6-6x = y(x-1)-6(x-1) =$

$= (x-1)(y-6) > 0$

$9x^2-18x+9+y^2-12y+36-9-36$

$9(x-1)^2+(y-6)^2 = 2\cdot 45$

$|x^2-26x|^{\log_5 12} + 26x$

$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17} \end{cases}$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\cancel{\sin(2\alpha+2\beta)}$

$\sin(4\alpha+4\beta) = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\alpha+2\beta)$

$\sin(4\alpha+4\beta-2\alpha)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\cos^2-\sin\alpha = -\frac{8}{17}$

$\cos^2+\sin^2\alpha = 1$

$2\cos^2\alpha = \frac{9}{17}$

$18\cdot 4-102+28$ $2\cdot\frac{3}{\sqrt{34}}$

$2\cos^2\alpha = \frac{8}{17}+1$

$\cos\alpha =$

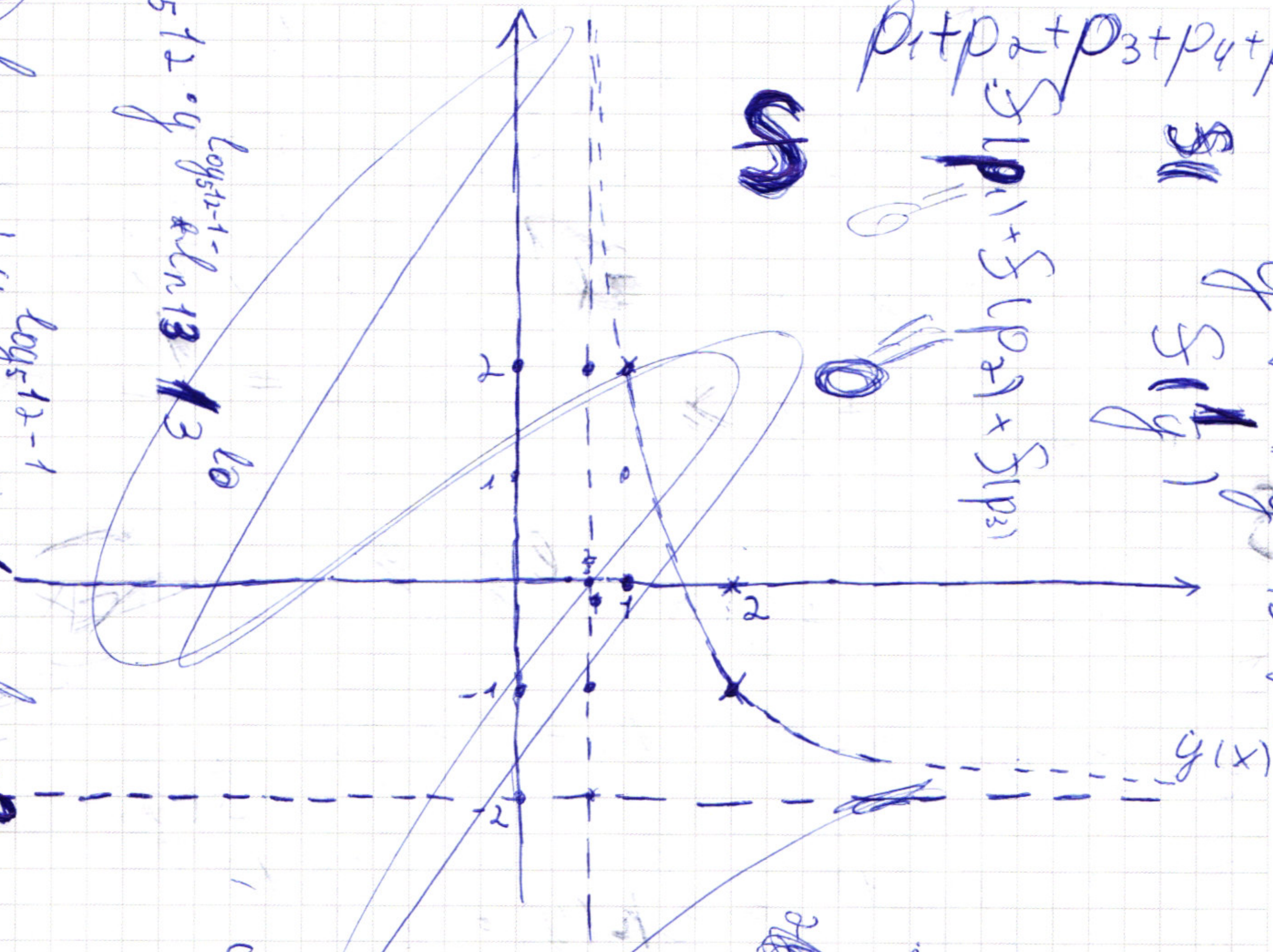
$225+64=289$; $34-9=25$; $18\cdot 4=72$; 10

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$p_1+p_2+p_3+p_4+p$



$g(x) = f(x)$ при x -

$\frac{4}{3x-2} - 2 = 18x^2 - 51x + 28$

$\frac{4}{3x-2} = 18x^2 - 51x + 30$

$f(x/y) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

1 2 3

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$ $\to 0$ $26-x^2=12$

$x^2=14$

$(26x-x^2)^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5(26-x^2)}$

2

$\frac{17}{\times 3}{51}$

$25+13^{\log_5 1}$

$(26x-x^2)^{\log_5 12}+26x-x^2 \geq 13^{\log_5(26-x^2)}$

$0; \frac{1}{4}; \frac{2}{4}; \frac{3}{4}$

$y=26x-x^2$

$\ln x = \frac{1}{x}$

$\cancel{y^{\log_5 12}+y \geq}$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)$

$y^{\log_5 12}+y \geq 13^{\log_5 y}$

$e^x=e^x$ при $y=5$ $12+5 \geq 13$

$f\left(\frac{1}{y}\right)$

$\cancel{(y^{\log_5 12})' = \ln(y)\cdot y^{\log_5 12}}$

$f(xy)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)<0$

$13^{\log_5 y} =$

$\log_5 12 (y^{\log_5 12-1}$

$f(ab)=f\left(\frac{ab^2}{b}\right)$ $4 \leq x \leq 28$

$f(ab)=f(ab^2)+f\left(\frac{1}{b}\right)$ $0, 1, 2, 3$ $f\left(\frac{\frac{x}{(x,y)}}{\frac{y}{(x,y)}}\right)=$

$f(a)+f(b)$ $a+b^2$

$0, 1, 2, 3, 4$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)