МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}, \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x + \left|x^2 - 10x\right|^{\log_3 4} \geqslant x^2 + 5^{\log_3\left(10x - x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{15}{2}$, $BD = \frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 25$, $2 \leqslant y \leqslant 25$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x - 16}{4x - 5} \leqslant ax + b \leqslant -32x^2 + 36x - 3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL = 3$, $KM = 1$, $MN = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение 3-его

$t + t^{\log_3 4} - t^{\log_3 5} \geq 0$

Это нер-во справедливо для любого возможного x

докажем это:

$t(x) = 10x - x^2$, $t_{max} = 25$

$\log_3 4 \approx 1,1$

$\log_3 5 \approx 1,3$

$25 + 25^{\log_3 4} - 25^{\log_3 5} \geq 0$

$\cancel{25^{\log_3 4} - 25^{\log_3 5}} - 25$

$\cancel{25^{\log_3 4}\left(1 - 25^{\log_3 \frac{5}{4}}\right)} - 25$

$25 + 25^{1,1} - 25^{1,5} > 0$

$10x - x^2 > 0 \Rightarrow x(10 - x) > 0$

$-$ 0 $+$ 10 $-$ x

Ответ: $(0; 10)$

Продолжение 6-ого

№5.

$f(a b) = f(a) + f(b)$, $f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$

$f(1\cdot 1) = f(1) + f(1) = 2f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(1) = f\left(x \cdot \frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

~~f(1) =~~ f с аргументами (2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24) равна 0

~~f(2) =~~ f с аргум. (5, 7, 10, 14, 15, 20, 21) равна 1

f с арг. (11, 22, 25) равна 2,

f с арг. (13) равна 3, f с арг. (17, 19) равна 4

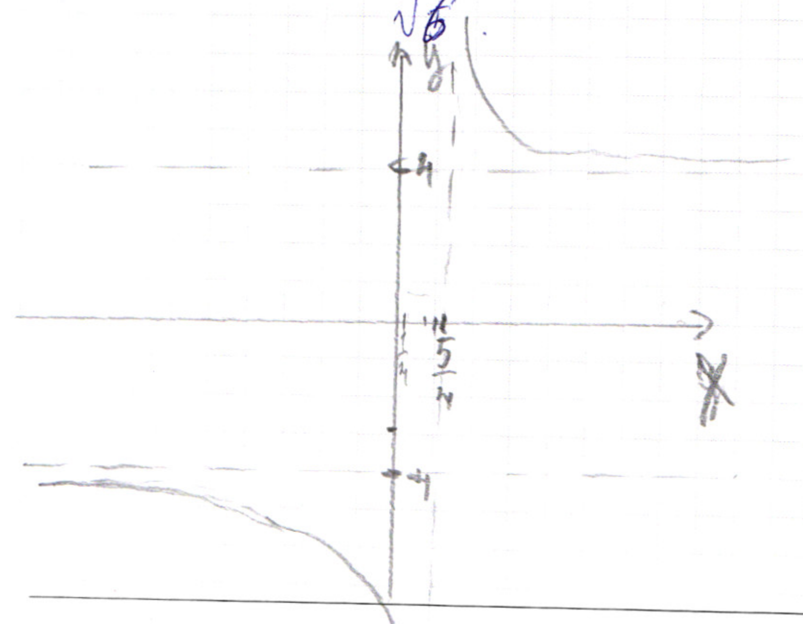
f с арг (23) равна 5

Значение f(x)	Кол-во комбинаций с f(y)	
0	$10 \cdot 11 = 110$	159
1	$7 \cdot 7 = 49$	+ 17
2	$3 \cdot 4 = 12$	176
3	$1 \cdot 3 = 3$	
4	$2 \cdot 1 = 2$	

То есть, чтобы $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$, то $f(y) > f(x)$

Ответ: 176 пар

№6.



$y = -32x^2 + 36x - 3$

$x_в = \frac{9}{16}$

$y_в = -\cancel{32} \cdot \frac{81}{16 \cdot 16} + \frac{36 \cdot 9}{16} - 3 =$

$= -\frac{81}{8} + \frac{81}{4} - 3 =$

$= \frac{81}{4} - 3 = \frac{69}{4} = 17\frac{1}{4}$

$y = \frac{4(4x-5)+24}{4x-5} = 4 + \frac{4}{4x-5}$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 4
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

номер 1.

(1) $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$; (2) $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{5} \Rightarrow$

подставляем

$\Rightarrow 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{2}{5} \Rightarrow \cos 2\beta = +\frac{2}{5}\cdot(+\sqrt{5})\cdot\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

Из 1-ого: $\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{1}{\cancel{\sqrt{5}}} \pm \frac{2}{\cancel{\sqrt{5}}}\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\cancel{\sqrt{5}}}$

$\sin 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha}$, $\cos 2\alpha = \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}$

Пусть $tg\alpha = t$, тогда

$\frac{2t}{1+t^2} \pm 2\cdot\frac{1-t^2}{1+t^2} = -1$

$\left[\begin{array}{l} 2t+2-2t^2+1+t^2=0 \\ 2t-2+2t^2+1+t^2=0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} t^2-2t-3=0 \\ 3t^2+2t-1=0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t=3 \\ t=-1 \\ t=\frac{1}{3} \end{array}\right.$

Ответ: -1; $\frac{1}{3}$; 3

№2

$\begin{cases} x-12y = \sqrt{2xy-12y-x+6} \ (1) \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \ (2) \end{cases}$

Решим 2-ое ур-ние относительно x

$x_{1,2} = \frac{12\pm 2(6y-3)}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=3+6y \\ x=9-6y \end{array}\right.$

$x_{1,2} = 6\pm(6y-3)$

1) Подставим полученные „корни" в 1-ое $x = 3+6y$

$3-6y = \sqrt{3(4y^2-6y+3)}\ \Big|^{\wedge 2}$

$\begin{cases} 3-6y \geq 0 \\ 4y^2-6y+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq \frac{1}{2} \\ \text{дискриминант меньше нуля} \end{cases}$

$9-36y+36y^2 = 3(4y^2-6y+3)$

$8y^2-6y=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=\frac{3}{4} > \frac{1}{2} \\ y=0 \Rightarrow x=3 \end{array}\right.$

2) $x = 9-6y$

$3(3-6y) = \sqrt{-3(4y^2-4y+1)}\ \Big|^{\wedge 2}$

$\cancel{3}(9-36y+36y^2) = -\cancel{3}(4y^2-4y+1)$

$108y^2+4y^2-108y-4y+28=0$

$4y^2-4y+1=0$

$y=\frac{1}{2} \Rightarrow x=6$

Ответ: $(3;0);(6;\frac{1}{2})$

Условие: $y \leq \frac{1}{2}$

$-(x^2-10x+25)+25 = -(x-5)^2+25$

N 3.

$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$

$10x-x^2=t,\ t>0$ $\quad 10x-x^2>0\ (*) \Rightarrow |x^2-10x| = 10x-x^2$

$t+t^{\log_3 4}-t^{\log_3 5} \geq 0$ $\quad \boxed{5^{\log_3 t} = t^{\log_3 5}}$

$t^{\log_3 4}-t^{\log_3 5} \overset{\text{эквивалентно}}{\Leftrightarrow} (t-1)(\log_3 4-\log_3 5)$; тогда

$t+t(\log_3 4-\log_3 5) \geq \log_3 \frac{4}{5}$

$t(1+\log_3 \frac{4}{5}) \geq \log_3 \frac{4}{5}$

$t \geq \dfrac{\log_3 \frac{4}{5}}{1+\log_3 \frac{4}{5}}$

$1+\log_3 \frac{4}{5}$ $\quad 0$

$\log_3 \frac{4}{5}$ $\quad -1$

$\frac{4}{5}$

$25^{\log_3 4+\log_3 \frac{5}{4}}$

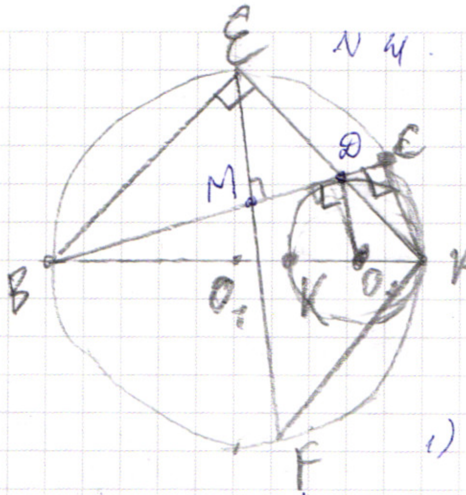
$25^{\log_3 4(1-\log_3 \frac{4}{5})}$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 4



Дано: окр. Ω касается ω в т. A внутр. обр.

AB – диаметр

$CD = \frac{15}{2}$, $BD = \frac{17}{2}$

$R, r, S_{AEF}, \angle AFE - ?$

1) $\frac{BD}{BC} = \frac{BO}{BA}$ (из подобия $\triangle BDO$ и $\triangle BCA$)

2) $BD^2 = BK \cdot BA$ (по теореме о касат. и секущей)

$BO = BK + KO = BK + r$, r – радиус ω

$BA = BK + 2r$

$\begin{cases} BD \cdot (BK + 2r) = (KB + r) \cdot BC \text{ (из 1-ого действия} \\ BD^2 = BK(BK + 2r) \Rightarrow r = \left(\frac{BD^2}{BK} - BK\right) \cdot \frac{1}{2} \end{cases}$

$BD \cdot \frac{BD^2}{BK} = \left(BK + \frac{BD^2 - BK^2}{2BK}\right) \cdot BC$

Пусть $BK = x$, тогда

$\left(\frac{17}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{x} \cancel{x} = \frac{2x^2 + \left(\frac{17}{2}\right)^2 - x^2}{\cancel{2x}} \cdot \cancel{16}\, 8$

$\begin{array}{r} 272 \\ -\ 17 \\ \hline 255 \end{array}$

$x^2 + \left(\frac{17}{2}\right)^2 = \frac{17^3}{2^6}$

$34 - \frac{17}{8} =$

$=$

$x^2 = \frac{17^3 \cdot \cancel{2^4} - 17^2 \cdot 2^4}{2^6} = \frac{17^2 \cdot 1}{2^6} \Rightarrow x = \frac{17}{2^3} = \frac{17}{8}$

$BK = \frac{17}{8}$, $r = \left(\frac{17^2}{4 \cdot \frac{17}{2^8}} - \frac{17}{8}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{255}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{255}{16}$

$R = \frac{AB}{2} = \frac{BK+27}{2} = \frac{17}{16} + \frac{255}{16} = \frac{272}{16} = 17$

3) Рассмотрим $\triangle DCA$

$\frac{AC}{2D} = \frac{BC}{BD} = \frac{16}{\frac{17}{2}} = \frac{32}{17} \Rightarrow AC = \frac{32}{17} \cdot \frac{255}{16} = 30$

$AD^2 = AC^2 + DC^2$ (по т. Пифагора)

$AD = \sqrt{900 + \frac{225}{4}} = \sqrt{\frac{3825}{4}} = \frac{15\sqrt{17}}{2}$

4) Из подобия $\triangle ACD$ и $\triangle EMD$

$\frac{MD}{DC} = \frac{ED}{DA}$, кроме того $BD \cdot DC = ED \cdot DA \Rightarrow$

$\Rightarrow ED = \frac{15}{2} \cdot \frac{17}{2} \cdot \frac{2}{15\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$

$MD = \frac{15}{2} \cdot \frac{\sqrt{17}}{2} \cdot \frac{2}{15\sqrt{17}} = \frac{1}{2}$

5) $\angle EFA = \angle EBA$ (как вписанные $\angle$ опир. на ~~хорду~~ дугу EA)

$\sin\angle EBA = \frac{EA}{AB}$ (из прямоуг. $\triangle BEA$, опирающегося на диаметр)

$EA = \frac{15\sqrt{17}}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2} = 8\sqrt{17}$

$\sin\angle EFA = \frac{8\sqrt{17}}{2 \cdot 17} = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \angle EFA = \arcsin\frac{4}{\sqrt{17}}$

6) Из $\triangle EDM$, $\sin\angle MED = \frac{MD}{ED} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{17}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\angle MED = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow EM = 2$

$MC = MD + DC = \frac{1}{2} + \frac{15}{2} = 8 \Rightarrow BM = 16 - 8 = 8$

7) $BM \cdot MC = EM \cdot MF \Rightarrow MF = \frac{64}{2} = 32$

$EF = 32 + 2 = 34$

8) $S_{AEF} = \frac{1}{2} \cdot EF \cdot EA \cdot \sin\angle FEA = \frac{1}{2} \cdot 34 \cdot 8\sqrt{17} \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} = 136$

Ответ: $R = 17$, $r = \frac{255}{16}$, $\angle EFA = \arcsin\frac{4}{\sqrt{17}}$

$S_{AEF} = 136$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$

$\cancel{\log}\ a^{\log_b c} = a^{\frac{\log_a c}{\log_a b}} = (c)^{\cancel{\log}\log_b a}$

$10x-x^2>0$

$10x+(10x-x^2)^{\log_3 4} \geq x^2+(10x-x^2)^{\log_3 5}$

$10x-x^2=t,\ t>0$

$t+t^{\log_3 4}-t^{\log_3 5} \geq 0 \quad |:t^{\log_3 5}$

$\cancel{t^{\log_3 4-\log_3 5}}$

$a^{f(x)}-a^{g(x)} \Leftrightarrow (a-1)(f(x)-g(x))$

$\cancel{\log_t\left(t^{\log_3 4}-t^{\log_3 5}\right)}$

$(t-1)(\log_3 4-\log_3 5) \geq -t$

$t(\log_3 4-\log_3 5+1) \geq \log_3 4-\log_3 5$

$\log_3\frac{4}{5}<0$

$t \geq \frac{\cancel{\log_3 4-}\log_3\frac{4}{5}}{\log_3\frac{4}{5}+1}$

$1>\log_3\frac{4}{5}$

$3>\frac{4}{5}$

$\frac{+36}{2\cdot 32}=\frac{9}{16}$ (18, 9, 16)

$-32\cdot\frac{81}{256}+36\cdot\frac{9}{16}-3$

$25+4^{\log_3 25}=5^{\log_3 25}$

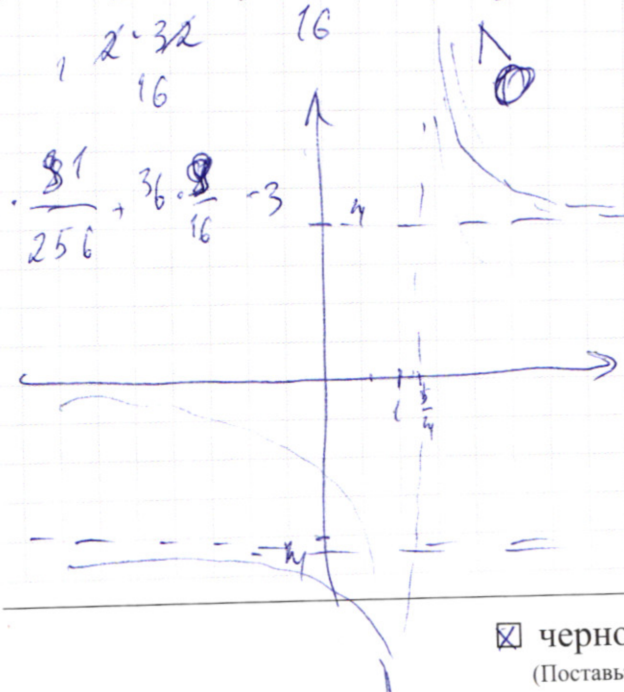
$1+\frac{4^{\log_3 25}}{25}$

$5^{\log_3 25-2}$

$1+\frac{4^{\log_3 25}}{25}$

$5^{\log_3\frac{25}{9}}$

$\frac{4(4x-5)+4}{4x-5}=4+\frac{4}{4x-5}$



☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$f(ab)=f(a)+f(b)$, $f(p)=\left[\frac{p}{4}\right]$

$f(\frac{a}{b})=f(a)+f(\frac{1}{b})$ $\quad$ $\cancel{f(1\cdot\frac{1}{b})=0}$

$f(1)=2f(1)\Rightarrow f(1)=0$

$f(2)=0$	$f(9)=0$	$f(16)=0$	$f(23)=5$
$f(3)=0$	$f(10)=1$	$f(17)=4$	$f(24)=0$
$f(4)=0$	$f(11)=2$	$f(18)=0$	$f(25)=2$
$f(5)=1$	$f(12)=0$	$f(19)=4$	
$f(6)=0$	$f(13)=3$	$f(20)=1$	
$f(7)=1$	$f(14)=1$	$f(21)=1$	
$f(8)=0$	$f(15)=1$	$f(22)=2$	

$272 \mid 16$; -16; 112; 17

55×55; 275; $+275$

$255 \mid 17$; -17; 85; 15

$f(2\cdot\frac{1}{2})=f(\frac{1}{2})+f(2)\Rightarrow f($

$f(1)=f(\frac{1}{x})+f(x)\Rightarrow f(\frac{1}{x})=-f(x)$

$f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$

N 4.

1) $f(x)=0$ $\quad 10\cdot 14$ $\quad 140$

2) $f(x)=1$ $\quad 7\cdot 7$

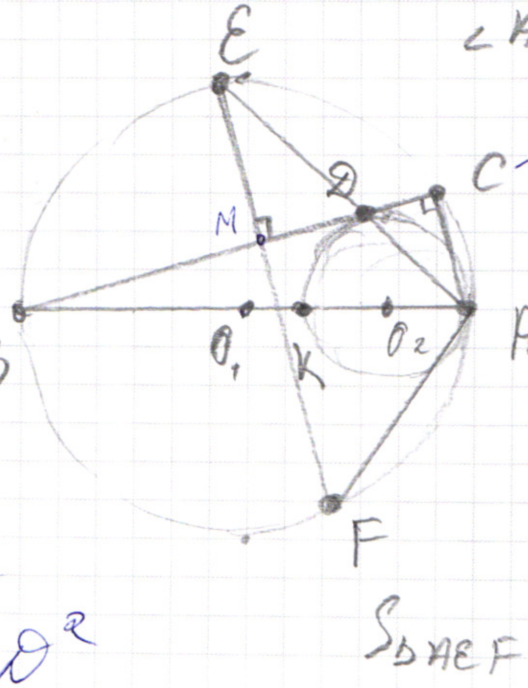
3) $f(x)=2$ $\quad 3\cdot 4$

4) $f(x)=3$ $\quad 1\cdot 3$

5) $f(x)=4$ $\quad 2\cdot 1$

$R, r-?$

$\angle AFE-?$



$3825 \mid 25$; -25; 132; -125; 75; 153

$153 \mid 9$; -9; 63; 17

$ED=\frac{15}{2}$

$BD=\frac{17}{2}$ $\quad \frac{BD}{BC}=\frac{BK+r}{BK+2r}$

$S_{\triangle AEF}$

$$\begin{cases} BK(BK+2r)=BD^2 \\ (BK+2r)BD=(BK+r)BC \end{cases}$$

$\frac{MD}{DC}=\frac{ED}{DA}$

$4\sqrt{17}$ $\quad \frac{4}{\sqrt{17}}\cdot\frac{\sqrt{17}}{2}=$ $\quad ED\cdot DA=BD\cdot DC$

- [x] черновик
- [ ] чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = 2\cos^2\alpha\cdot tg\alpha = \frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha}$

$\cancel{\sin 2\alpha\cdot\cos}$ $2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{2}{5}$

$\cos 2\beta\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{1}{5} \Rightarrow \cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos 2\beta = \cos^2\beta(1-tg^2\beta) = \frac{1-tg^2\beta}{1+tg^2\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$tg^2\alpha = t \quad t>0$

$\cancel{\frac{1-t}{1+t} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}-\sqrt{3}t = 1+t \Rightarrow t(1+\sqrt{3}) = \sqrt{5}-1}$

$\cancel{t = \frac{\sqrt{5}-1}{1+\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5}-1)^2}{4} = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2}$

$\cancel{tg\alpha = \left[\begin{array}{l}\frac{\sqrt{5}-1}{2}\\ \frac{1-\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.}$ $\cancel{\sin}$ $\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\sqrt{\frac{5}{5}-\frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ = $\sin 2\beta$

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{1}{\sqrt{3}}\sin 2\alpha + \frac{2}{\sqrt{3}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin 2\alpha + 2\cos 2\alpha = -1$

$\frac{2t}{1+t^2} + 2\frac{1-t^2}{1+t^2} = -1$

$2t+2-2t^2 = -1-t^2$

$t^2-2t-3=0$

$\left[\begin{array}{l}t=-1\\ t=3\end{array}\right.$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№4.

180

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases}$$

$D = 144 - 4(36y^2-36y-45) = \cancel{144} \cdot 4(-9+36y^2+36y) =$

$= 4(6y-3)^2 \quad x_{1,2} = \dfrac{12 \pm 2(6y-3)}{2} = 6 \pm (6y-3)$

$$\left[\begin{array}{l} x=3+6y \\ x=9-6y \end{array}\right.$$

$2(3+6y)\cdot y-12y-3-6y+6 =$

$= 9+12y^2-18y = 3(4y^2-6y+3) \quad 36-4\cdot4\cdot3<0$

$y<\frac{1}{2} \quad 3-6y>0 \quad 6y<3 \quad y<\frac{1}{2}$

$9-36y+36y^2 = 3(4y^2-6y+3)$

$12y^2-12y+\cancel{3}-4y^2+6y-\cancel{3}=0$

$8y^2-6y=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=\frac{3}{4} \end{array}\right. \Rightarrow y=0$

$2y(4y-3)$

$3-12y= \quad -108 \quad 9-18y>0 \quad y\le\frac{1}{2}$

$36 \times 36 = 216 + 108 = 1296 - 4\cdot$ $-384 = 912$ $32 \times 12 = 64 + 32 = 384$

2) $x=9-6y$

$2y(9-6y)-12y+6y-9+6 = -12y^2+12y-3 =$

$= -3(4y^2-4y+1) \quad = 3(2y-1)^2 -$

$3^2(3-6y)^2 = 9(9-36y+36y^2)$ $28 \times 28 = 224 + 56 = 784$

$3(9-36y+36y^2) = -4y^2+4y-1$

$112y^2-112y+28=0 \quad x=9-3=6$

$28y^2-28y+7=0 \quad y=\frac{1}{2}$

$4y^2-4y+1=0$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$B\cdot k^2 + q\cdot 2Bk = \frac{289}{4}$$

$$q = \left(\frac{289}{4} - Bk^2\right)\cdot\frac{1}{2Bk}$$

$$\left(\frac{17}{2}\right)^3\cdot\frac{17}{2} = \left(Bk + \left(\frac{289}{4} - Bk^2\right)\cdot\frac{1}{2Bk}\right)\cdot 16$$

$$\frac{289}{4} - Bk^2 + 2Bk^2 = \frac{17^3}{2^7}\cdot 2Bk \qquad \frac{2Bk^2 + \frac{289}{4} - Bk}{2Bk}$$

$$\cancel{Bk^2 = \frac{289}{4}\Big/\frac{17}{2^5}}$$

$$Bk^2 - \frac{17^3}{2^6}Bk + \frac{289}{4} = 0$$

$$\frac{17^2}{2^2}$$

$$1 + t^{\log_3 4}\cdot\log_4 3 - t$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)