МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

1) $\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

2) $\sin(2\alpha+4\beta) = \sin 2\alpha(\cos^2 2\beta - \sin^2 2\beta) + \sin 4\beta\cos 2\alpha +$

$+\sin 2\alpha = \sin 2\alpha(\cos^2 2\beta + \underline{1-\sin^2 2\beta}) + \sin 4\beta\cos 2\alpha =$

$= \sin 2\alpha \cdot 2\cos^2 2\beta + 2\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha =$

$$= 2\cos 2\beta\underbrace{(\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha)}_{\text{п.1.}} = -\frac{8}{17}$$

$$2\cos 2\beta = \frac{-8\cdot\sqrt{17}}{-17} = \frac{8}{\sqrt{17}}$$

$$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \to \sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$$

3.1) $\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} + \cancel{\sin}\cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$

$8\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha - 1 = -1$

$\cos^2\alpha + 4\sin\alpha\cos\alpha = 0$

$\left[\begin{array}{l}\cos\alpha = 0 \text{ – для этого знач. } \operatorname{tg}\alpha \text{ неопр.}\\ \cancel{\sin\alpha\cos\alpha}\ \cos\alpha + 4\sin\alpha = 0\end{array}\right.$

$\Downarrow \operatorname{tg}\alpha = -\frac{1}{4}$

3.2) $\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} - \frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$8\sin\alpha\cos\alpha - 1 + 2\sin^2\alpha = -1$

$\sin\alpha(\sin\alpha + 4\cos\alpha) = 0 \Leftarrow \left[\begin{array}{l}\sin\alpha = 0 \to \operatorname{tg}\alpha = 0\\ \sin\alpha + 4\cos\alpha = 0 \to \operatorname{tg}\alpha = -4\end{array}\right.$

Ответ: $-\frac{1}{4}; 0; -4$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№3

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$$

$$x^2+6x+3^{\log_4(x^2+6x)} \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}$$

Пусть $x^2+6x=a$, ~~тогда~~, a должно быть >0

$a+3^{\log_4 a} \geq |a|^{\log_4 5}$, Известно: $c^{\log_c b}=b$

$$4^{\log_4 a}+4^{\log_4 a \cdot \log_4 3} \geq 4^{\log_4 |a| \cdot \log_4 5}$$

$$\underbrace{4^{\log_4 a}}_{>0}\left(1+4^{\log_4 a(\log_4 3-1)}-4^{\log_4 a(\log_4 5-1)}\right) \geq 0 \quad (*)$$

$(*)$ $1+4^{\log_4 a\cdot\log_4 \frac{3}{4}}-4^{\log_4 a \log_4 \frac{5}{4}} \geq 0$

$$1+\left(\frac{3}{4}\right)^{\log_4 a}-\left(\frac{5}{4}\right)^{\log_4 a} \geq 0$$

$$\log_4 a \leq 2$$

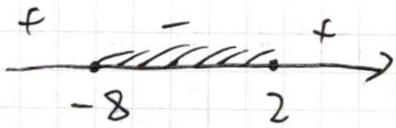
$$a \leq 16$$

Подставим:

$$x^2+6x \cancel{+a} \leq 16$$

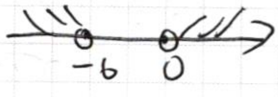
$$x^2+6x-16 \leq 0$$

$$(x+8)(x-2) \leq 0$$



$x^2+6x>0$

$x(x+6)>0$



Ответ: $[-8;-6)\cup(0;2]$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

(как централ и впис опир на одну дугу)

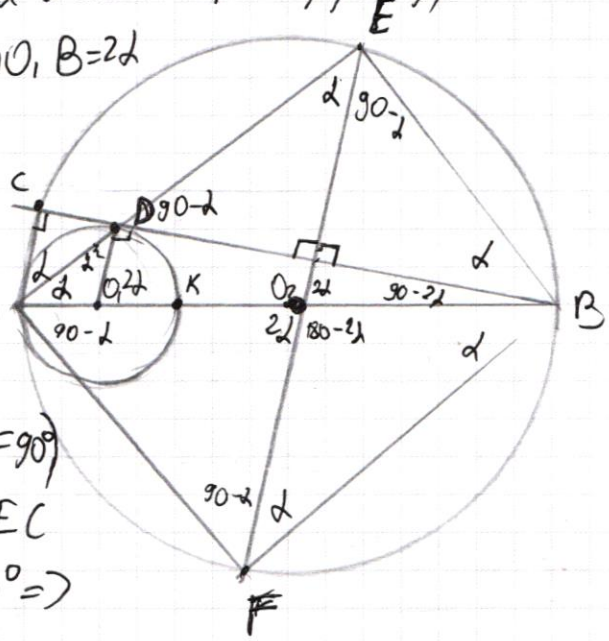
1) Пусть $\angle DAB = \alpha$, тогда $\angle DO_1B = 2\alpha$

(O_1 – центр ω)

$\rightarrow \angle DBO_1 = 90 - 2\alpha$ ($\angle O_1DB = 90^\circ$ по св-ву касательной), тогда

$\angle CAD = \angle BAC - \angle DAC =$

$= \alpha$ (т.к AB – диаметр, $\angle ACB = 90^\circ$)



2) Рассмотрим $\triangle AEC$: $\angle AEC$ опирается на диаметр $\Rightarrow = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EBD = 90 - \alpha - 90 + 2\alpha = \alpha$

3) $\angle AEF = \angle ABF = \alpha$ (т.к они опираются на одну дугу AF) тогда $\angle EBA = 90 - 2\alpha + \alpha + \alpha = 90^\circ \Rightarrow EF$ – диаметр $\Rightarrow EF \cap AB = O_2$

4) По св-ву касат и секущей: (1) $BD^2 = BK \cdot BA = (2R - 2r)(2R)$ (r, R – радиусы ω и Ω)

$\frac{169}{4} = 4(R^2 - rR)$, (2) $\triangle BO_1D \sim \triangle BAC \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{BO_1}{BA} = \frac{2R - r}{2R} = \frac{6{,}5}{9}$

$\Rightarrow r = \frac{5}{9}R$, вернёмся к (1): $\frac{169}{16} = (R^2 - \frac{5}{9}R^2) \longrightarrow R = \frac{39}{8}$; $r = \frac{65}{24}$

5) $\angle AFE = 90 - \alpha$ (т.к $\angle AFB$ (опир на AB) $= 90^\circ$ и $\angle BFO_2 = \alpha$)

Рассмотрим $\triangle BDO_1$:

$\cos 2\alpha = \frac{O_1D}{BO_1} = \frac{r}{2R - r} = \frac{\cancel{65}^{5}}{\cancel{169}_{13}} = 2\cos^2\alpha - 1 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$

$\Rightarrow \sin(90 - \alpha) = \angle AFE = \cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}} \Rightarrow \angle AFE = \arcsin\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)$

6) $S_{AEF} = \frac{1}{2}\underset{\sin\angle AFE \cdot 2R}{AE} \cdot EF \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{\sqrt{13}} \cdot \frac{39}{8}\right) \cdot \frac{2 \cdot 39}{8} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{9}{8} \cdot \frac{39}{4} = \frac{351}{32}$

$R = \frac{39}{8} = 4\frac{7}{8}$

$r = \frac{65}{24} = 2\frac{17}{24}$

$S_{AEF} = \frac{351}{32} = 10\frac{31}{32}$

Ответ: $r = 2\frac{17}{24}$; $4\frac{7}{8}$; $\angle AFE = \arcsin\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)$; $S_{AEF} = 10\frac{31}{32}$

№2

$$\begin{cases} 3y-2x = \sqrt{3yx-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y-2x = \sqrt{(3y-2)(x-1)} \\ 3\left(x^2-2x+y^2-\frac{4}{3}y-\frac{4}{3}\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y-2x = \sqrt{(3y-2x)(x-1)} \\ 3(x-1)^2 + \frac{(3y-2)^2}{3} - \frac{25}{3} = 0 \end{cases}$$

Пусть $x-1=a$; $3y-2x=b$, $b \geq 0$, $a \geq 0$ иначе $\sqrt{*} < 0$

$$\begin{cases} b = \sqrt{ab} \\ 3a^2 + \frac{b^2}{3} = \frac{25}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = ab \\ 9a^2+b^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b(b-a)=0 \\ 9a^2+b^2=25 \end{cases}$$

1) $b=a$:

$9a^2+a^2=25 \to a=\pm\sqrt{\frac{5}{2}}$, но $a \geq 0 \Rightarrow a=b=\sqrt{\frac{5}{2}}$

2) $b=0$:

$9a^2=25 \to a=\pm\frac{5}{3}$, но $a\geq 0 \Rightarrow a=\frac{5}{3}$

Подставим:

1) $x=a+1=\sqrt{\frac{5}{2}}+1$; $y=\frac{b+2x}{3}=\frac{3\sqrt{\frac{5}{2}}+2}{3}=\sqrt{\frac{5}{2}}+\frac{2}{3}$

2) $x=a+1=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$; $y=\frac{b+2x}{3}=\frac{16}{9}=1\frac{7}{9}$

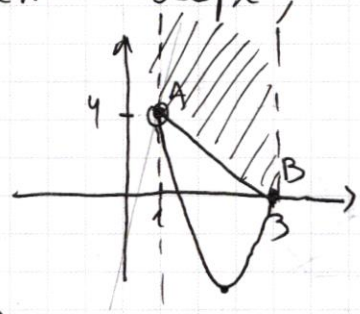
Ответ: $\left(\sqrt{\frac{5}{2}}+1; \sqrt{\frac{5}{2}}+\frac{2}{3}\right)$; $\left(2\frac{2}{3}; 1\frac{7}{9}\right)$

№6

$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$

1) Пусть $f(x) = 8x^2-34x+30$ - парабола с верш $\left(\frac{17}{8}; -\frac{49}{8}\right)$ ветви вверх, при $x=1$: $y = 8-34+30=4$ (т. A)

$x=3$: $y = 72-102+30=0$ (т. B)



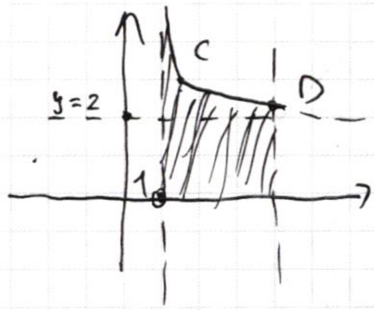
для прямой AB: $y=-2x+6$

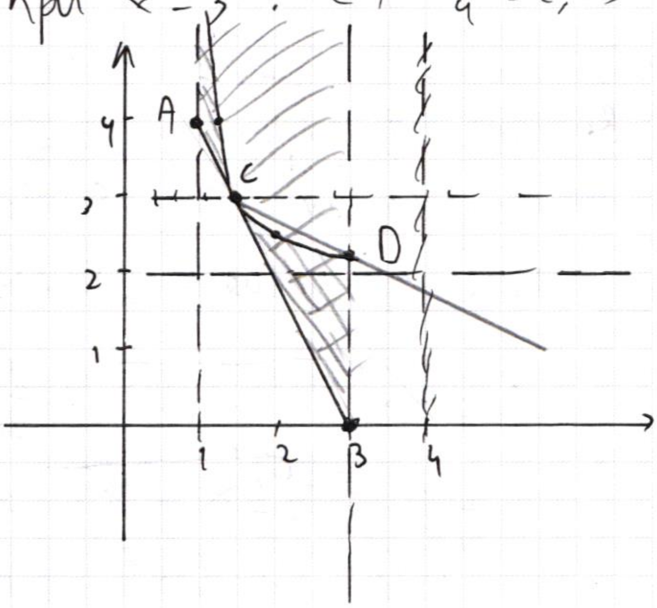
Тогда для промет $[1;3]$ $ax+b \geq -2x+6$

2) $\frac{4x-3}{2x-2} = 2 + \frac{1}{2x-2} = g(x)$ при $x=1,5$: $2+1=3$ (C)

гипербола

при $x=3$: $2+\frac{1}{4}=2,25$ (D)





3) C - т. пересечения => чтобы данное нер-во выполнялось $C \in ax+b$

пусть $l(x)=ax+b$

$3 = 1,5a+b$

Рассмотрим промежуток при $x=3$; $y \in [0; 2,25]$ будем подставлять, пока $ax+b \leq g(x)$ и $(ax+b) \geq f(x)$ - такая прямая - только одна => $A \in ax+b$

$\begin{cases} 3 = 1,5a+b \\ 4 = a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 1,5a+4-a \\ b=4-a \end{cases} \rightarrow a=-2;\ b=6$

Ответ: $(-2; 6)$

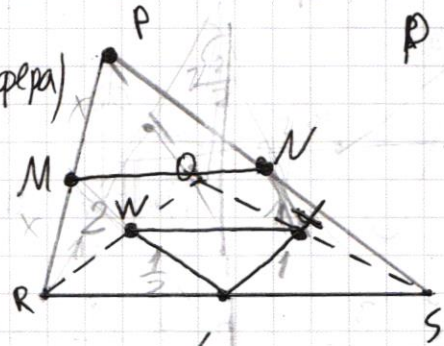
☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N7 ~~$\log(2x^2+8)$~~

$QS=1$

$PS=\sqrt{2}$

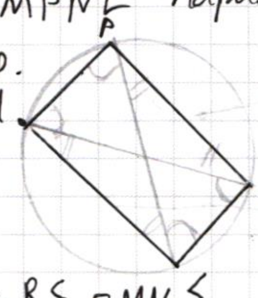


1) $P, M, N, L \in \alpha$ ~~где~~ $\in W$ (сфера)

Рассмотрим PMNL

NL - ср. линия $\triangle RPS \Rightarrow$
$= \frac{1}{2}PR$ и $NL \parallel PR$

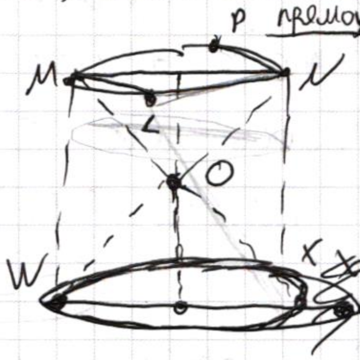
тогда $MP = NL$ и $MP \parallel NL \Rightarrow$ MPNL - параллелограм.



2) т.к $P, M, N, L \in W$, то параллелогр. вписан в окружность $\Rightarrow$ это прямоугольник $\Rightarrow \angle RPS = 90^\circ$

3) WX - ср линия в $\triangle RQS$ $WX = \frac{1}{2}RS = MN$

$WX \parallel RS \Rightarrow \parallel MN$ MNXW - прямоуг.



~~$WL = \sqrt{ML^2+MW^2} = \frac{1}{2}$~~

~~$LN = \sqrt{LX^2 - NX^2} = \sqrt{1-NX^2}$~~

~~$LN^2 = 1 - NX^2$ $(NX = MW)$~~

~~$WL^2 = MW^2 + ML^2 \to MW^2 = \frac{1}{4}$~~

т.к MNXW - прямоуг, то P проец. в Q

$$\begin{cases} RQ^2 + PQ^2 = PR^2 \\ QS^2 + PQ^2 = PS^2 \to PQ^2 = 1 \end{cases}$$

$PR^2 = 1 + 4 = 5 \to PR = \sqrt{5}$

4) $RS = \sqrt{PR^2+PS^2} = \sqrt{5+2} = \sqrt{7}$ Ответ: $\sqrt{7}$

5) $R_{наим} = PQ/2 = \frac{1}{2}$ Ответ: 0,5

№5.

$f(ab) = f(a) + f(b)$ $f(p) = [p/4)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

на промежутке $[3; 27]$ простые числа: 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23.

$f(3) = f\left[\frac{3}{4}\right] = 0$; $f(13) = 3$

$f(5) = f\left[\frac{5}{4}\right] = 1$; $f(17) = 4$

$f(7) = 1$ $f(19) = 4$

$f(11) = 2$ $f(23) = 5$

$f(y) > f(x)$

Всего пар:

Для $f(3) \to$ 7 чисел $> f(3) \Rightarrow$ 7 пар

Для $f(5) \to$ 5 чисел $> f(5) \Rightarrow$ 5 пар

Для $f(7) \to$ 5 пар

Для $f(11) \to$ 4 пары

Для $f(13) \to$ 3 пары

Для $f(17) \to$ 1 пара

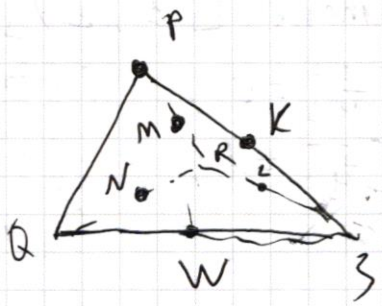
Для $f(19) \to$ 1 пара

Всего: $7 + 5 + 5 + 4 + 3 + 1 + 1 = 26$

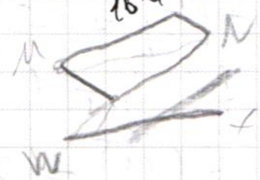
Ответ: 26

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{64}{17}$ / 81

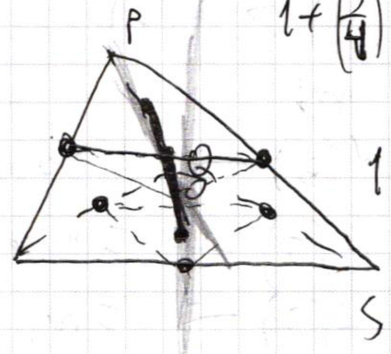


$\frac{27}{16\cdot 4} - \frac{125}{16\cdot 4}$



$QR = ?$ $QS = 1$ $PS = \sqrt{2}$

$RS - ?$



$1 + \left(\frac{3}{4}\right)^t - \left(\frac{5}{4}\right)^t$

$1 + \frac{9}{16} - \frac{25}{16}$

$t = 2$

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha =$

$= \sin 2\alpha \, \cancel{\cos}$ $(\cancel{\sin}\cos^2 2\beta - \sin^2 2\beta) +$

$+ \sin 4\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha =$

$= \sin 2\alpha(\cos^2 2\beta + 1 - \sin^2 2\beta) + \sin 4\beta \cos 2\alpha =$

$= \sin 2\alpha \cdot 2\cos^2 2\beta + 2\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha =$

$\left[\frac{1}{44}\right]$ $= 2\cos 2P$

$2^{2\cdot 3} = 8^{2}$ 64 $(2^2)^3 = 4^3$

$8\sin\alpha\cos\alpha + 2\cos^2\alpha - 1 = -1$

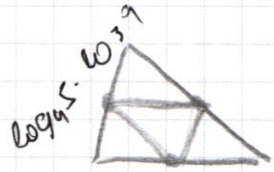
N3 $3^{\log_4(x^2+16x)}$

$4\sin 2\alpha - \cos 2\alpha = -1$

3^2

$-1 + 2\sin^2\alpha = -1$

$c^{\log_c b} = b$



$1 + \frac{3}{4} - \frac{5}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{\sin\alpha}{\cos}$ $= -4$

$3^{\log_3 a}$

$a + 3^{\log_4 a} \geq a^{\log_4 5}$

$4^{\log_4 3^{\log_4 a}}$

$4^{\log_4 a \cdot \log_4 3}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3y(x-1)-2(x-1)} \\ 3\left(x^2-2x+y^2-\frac{4}{3}y-\frac{4}{3}\right)=0 \end{cases}$$

$4+12+9=\frac{25}{9}$

$$3\left((x-1)^2-1+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{4}{9}-\frac{4}{3}\right)=0$$

$b=4-k$

$$3(x-1)^2+\frac{(3y-2)^2}{3}-\frac{25}{3}=0$$

$4=k+b$

$0=3k+b$

$3k+4-k=$

пусть $x-1=a$ $\quad 3y-2=b$

$0=2k+4$

$k=-2$

$b=6$

$$\begin{cases} b=\sqrt{ab} \to b^2=ab \qquad b(b-a)=0 \\ 3a^2+\frac{b^2}{3}-\frac{25}{3}=0 \to 9a^2+b^2=25 \end{cases}$$

$2+2$

$\frac{15}{2}+\frac{5}{6}$

$9a^2+a^2=25$

$10a^2=25$

$a^{\log_a b}=b$

$4=4x$

$k_1=4$

$\begin{array}{r} 4 \\ 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ +17 \\ \hline 289 \end{array}$

№8

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geq ax+b\geq 8x^2-34x+30$$

$4x-3 \,|\, 2x-2$

$4x-4 \,|\, 2$

1

$2(4x^2-17x+15)$

$-1=0{,}5a$

$-2=a$

$$f(x)=8x^2-34x+30$$

$x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{34}{16}=\frac{17}{8}$

$y_0=\frac{17^2}{8}-\frac{34\cdot 17}{8}+30=30-\frac{17^2}{8}=\frac{-49}{8}$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+4\beta) = \sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha =$

$1-2\sin^2 2\beta$

$= \sin 2\alpha - 2\sin 2\alpha \sin^2 2\beta + 2\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha =$

$= 2\sin\alpha\cos\alpha - 4\sin\alpha\cos\alpha\ 4\cdot\sin^2\beta\cdot\cos^2\beta + 4\sin\beta\cos\beta$

$(1-2\sin^2\beta)(1-2\sin^2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha - 16\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\beta\cdot\cos^2\beta$

$+ 4\sin\beta\cos\beta - 8\sin^3\beta\cos\beta - 8\sin^2\alpha\sin^3\beta\cos$

$\frac{39}{8}\cdot 9$, $\frac{351}{32}$, $65-48=17$

$\frac{65}{24}\cdot\frac{9}{8}$

$\frac{13^2\cdot 3^2}{4^2\cdot 2^2} = R^2 \to \frac{13\cdot 3}{4\cdot 2} = \frac{39}{8}$

$r = \frac{39}{8}\cdot\frac{5}{9} = \frac{65}{24}$

$\frac{169}{16} = \frac{4}{9}R^2$

$1 - 2\sin^2\beta - 2\sin^2\alpha + 4\sin^2\beta\cdot\sin^2\alpha$

$\cos^2 - 1 + \cos$

$BD^2 - CD^2 = BC^2$

$\frac{65\cdot 24}{24(169)}$

$\sqrt{\frac{169-25}{4}} = \frac{12}{2}$

$\frac{39}{4}\cdot\frac{65}{24}$

$CD = 2{,}5 = \frac{5}{2}$

$BD = \frac{13}{2}$

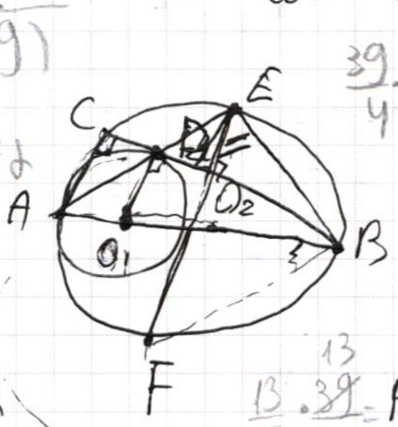
$\sin 30 = \cos 60$

$\cos 30 = \sin 60$

$\sin\alpha = \frac{CD}{BD} = \frac{5}{13}$

$\frac{18}{13} = 2\cos^2\alpha$

$\sqrt{\frac{9}{13}} = \cos\alpha$

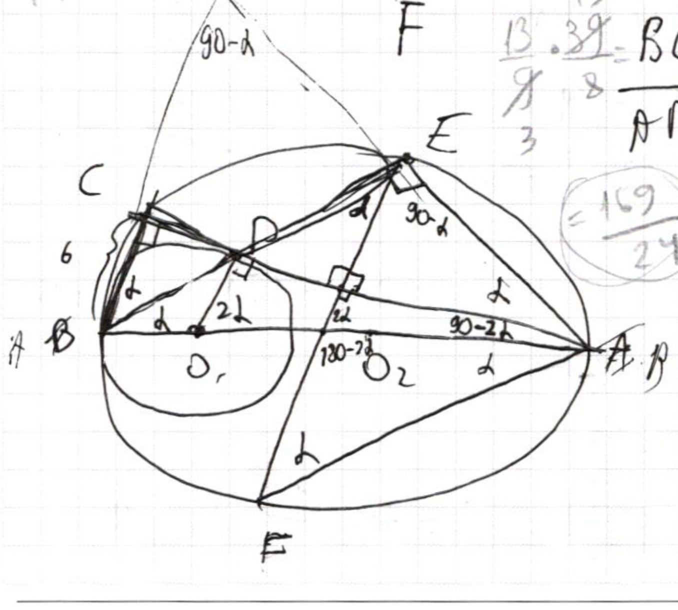


$39\cdot 6 = 234$

$\frac{13}{9}\cdot\frac{39}{8}$ $\frac{BO_1}{AB} = \frac{2R-r}{2R} = \frac{r}{AC} = \frac{BD}{BC}$ $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{13}\cdot\frac{39}{8}\cdot\frac{2}{13}$ $= \frac{39\cdot 9}{4\cdot 8}$

169

$= \frac{169}{24}$



$90 - 2\alpha + \alpha = 90$

$180-90-90+\alpha$

$AD^2 = AQ\cdot AB$

$\angle AFE = \alpha$

$\frac{2R-r}{2R} = \frac{5}{9}$

$180 - 2\alpha + \alpha + \gamma = 180$

$18R - 9r = 13R$

$\angle EAF = 90° = EF = 2R$

$5R = 9r$

$\frac{r}{R} = \frac{5}{9}$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)