$3^{\log_4(x^2+6x)} \geqslant (x^2+6x)^{\log_4 5} - x^2 - 6x$

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

$\log_4 t \cdot \log_4 3 \geqslant \log_4(t^{\log_4 5} - t) = \log_4 t + \log_4(t^{\log_4 5 - 1} - 1)$

11 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

$\log_4 t(\log_4 3 - 1) \geqslant \log_4(t^{\log_4 5 - 1} - 1)$ $\quad 3^{\log_4 t} \geqslant t^{\log_4 5}$

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$2+6=16-8$

$\log_4(t$

$$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \quad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

$\log_4 3 - 1 = \log_4 3 - \log_4 4 = \log_4 \frac{3}{4}$

$2+4=8-2$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$1+2=3-1$

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}, \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4. \end{cases}$$

$\log_4 t \cdot \log_4 3 + \log_4 t \geqslant \log_4|t|$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$f(\frac{1}{y})=$

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

$f(x) \geqslant 0$

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 27$, $3 \leqslant y \leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

$f(\frac{1}{y})$ $\quad \log_4 3^{\log_4(t)} \geqslant \log_4(t(t^{\log_4 5 - 1} - 1))$

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$f(2)=0$ $\quad \frac{5}{4}$

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax+b \geqslant 8x^2-34x+30$$

$f(3)=0$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

$\log_4(t) \cdot \log_4 3 \geqslant \log_4 t + \log_4(t^{\log_4 5 - 1} - 1)$

$f(5)=1$

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

$f(7)=1$

$f(11)=2$ $\quad f(19)=4$ $\quad 0=0$

$f(4)=0$

$f(13)=3$ $\quad f(23)=5$

$f(4)=f(6)+f(\frac{1}{2})=0$

$f(17)=4$

fC

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$$

$$x^2+6x \geq 0 \Rightarrow 3^{\log_4(x^2+6x)} \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - x^2 - 6x$$

$$x^2+6x = t$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{3^{\log_4(t)}} \cdot 3^{\log_4 t} \geq t^{\log_4 5} - t$$

$$\log_4 t \cdot \log_4 3 \geq \log_4 t + \log_4\left(t^{\log_4 5 - 1} - 1\right)$$

$$\log_4 t\left(\log_4 3 - 1\right) \geq \log_4\left(t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1\right)$$

$$\log_4 t \cdot \log_4 \frac{3}{4}$$

$$\log_4\left(t^{\log_4 \frac{3}{4}}\right) \geq \log_4\left(t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1\right)$$

$$t^{\log_4 \frac{3}{4}} \geq t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1$$

$$t^{\log_4 3} \geq t^{\log_4 5} - t$$

$$0 \geq t^{\log_4 5} - t - t^{\log_4 3} =$$

$$\log_4 \frac{3}{4} = \log_4 3 - 1$$

$$= t\left(\cancel{1 - t^{\log}} \; t^{\log_4 \frac{5}{4}} -\right.$$

$$\log_4 \frac{5}{4} = \log_4 5 - 1$$

$$t^{\log_4 5} - t^{\log_4 3} = t$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$tg\alpha - ?$ $\cos\alpha \neq 0$

Решение:

$\sin((2\alpha+2\beta)+2\beta) + \sin((2\alpha+2\beta)-2\beta) = -\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \sin 2\beta \cos(2\alpha+2\beta) +$

$+ \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta - \sin 2\beta\cos(2\alpha+2\beta) = -\frac{8}{17}$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ — по усл. $\Rightarrow$

$\frac{-2}{\sqrt{17}}\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{4\sin 2\alpha}{\sqrt{17}} \pm \frac{\cos 2\alpha}{\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2\alpha \pm \cos 2\alpha = -1$

$8\sin\alpha\cos\alpha \pm (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = -1 \quad \Big| : \cos^2\alpha \neq 0$ (по усл.)

$8tg\alpha \pm (1 - tg^2\alpha) = -\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\boxed{\frac{1}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha + 1}$

$8tg\alpha \pm (1 - tg^2\alpha) = -tg^2\alpha - 1$

№1 (продолжение).

1). случай.

$8tg\alpha + 1 - tg^2\alpha = -tg^2\alpha - 1$

$8tg\alpha + 2 = 0$

$tg\alpha = -\frac{1}{4}.$

2). случай.

$8tg\alpha - 1 + tg^2\alpha = -tg^2\alpha - 1$

$2tg^2\alpha + 8tg\alpha = 0$

$tg\alpha(2tg\alpha + 8) = 0$

$tg\alpha = 0 \qquad tg\alpha = -4.$

Полученные ответы не противоречат изначальным условиям.

Ответ: $tg\alpha = 0; -4; -\frac{1}{4}$.

№2.

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} = \sqrt{(3y-2)(x-1)} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$$

Произведём замену: $3y - 2 = a$; $x - 1 = b$.

Тогда: $\begin{cases} a - 2b = \sqrt{ab} \\ 9b^2 + a^2 = 25 \end{cases}$ $\Rightarrow a^2 + 4b^2 - 4ab = ab$ +

$\Downarrow$

$a^2 + 4b^2 - 5ab = 0$

$(a - 4b)(a - b) = 0$

$a = 4b \qquad a = b$

$\cancel{10a^2 + 5b^2 - 5ab = 25}$

$\cancel{2a^2 + b^2 - ab - 5 = 0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение).

~~1) случай:~~

$\cancel{a=b \Rightarrow 3y-2=x-1 \Rightarrow x=3y-1 \Rightarrow}$

$\cancel{\Rightarrow 3(3y-1)^2+3y^2-6(3y-1)-4y=4}$

$\cancel{3(9y^2+1-6y)+3y^2-18y+6-4y=4}$

$\cancel{27y^2+3-18y+3y^2-18y+6-4y=4}$.

~~1). случай:~~

$\cancel{a=b \Rightarrow 9a^2+b^2=145b^2}$

$\cancel{145b^2=25 \Rightarrow b^2=\frac{25}{145}=\frac{5}{29} \Rightarrow b=\pm\sqrt{\frac{5}{29}} \Rightarrow}$

$\cancel{\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{5}{29}}+1;\ y=\frac{\pm\sqrt{\frac{5}{29}}+2}{3}}$

2). случай:

1). случай:

$a=b \Rightarrow 9b^2+a^2=10b^2$

$10b^2=25 \Rightarrow b^2=\frac{25}{10}=\frac{5}{2} \Rightarrow b=\pm\sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow a=\pm\sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{5}{2}}+1;\ y=\frac{\pm\sqrt{\frac{5}{2}}+2}{3}$

2). случай:

$a=4b \Rightarrow \cancel{9b^2+b^2=145b^2}\ 9b^2+a^2=25 \Rightarrow 25b^2=25 \Rightarrow$

$\cancel{145b^2=25 \Rightarrow b^2=\frac{25}{145} \Rightarrow b=\pm\sqrt{\frac{5}{29}} \Rightarrow} \Rightarrow b=\pm1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\pm1+1 \Rightarrow y=\frac{\pm4+2}{3}$

№2 (продолжение).

Итого получаем пары ответов:

$x = \sqrt{\frac{5}{2}} + 1$; $y = \frac{\sqrt{\frac{5}{2}} + 2}{3}$ → не подходит по ОДЗ

$x = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}}$; $y = \frac{2 - \sqrt{\frac{5}{2}}}{3}$

$x = 2$; $y = 2$

$x = 1$; $y = -\frac{2}{3}$ → не подходит по ОДЗ.

Остальные ответы подходят подстановкой, кроме последнего и первого

Ответ: ~~$x = \sqrt{\frac{5}{2}} + 1$; $y = \frac{\sqrt{\frac{5}{2}} + 2}{3}$~~

1). $x = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}}$; $y = \frac{2 - \sqrt{\frac{5}{2}}}{3}$

2). $x = 2$; $y = 2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5.

Рассмотрим $f\left(\frac{p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\dots p_n^{\alpha_n}}{p_1^{\beta_1}\cdot p_2^{\beta_2}\dots p_n^{\beta_n}}\right) =$

$= \alpha_1 f(p_1) + \alpha_2 f(p_2) + \dots + \alpha_n f(p_n) + \beta_1 f\left(\frac{1}{p_1}\right) + \dots + \beta_n f\left(\frac{1}{p_n}\right).$

p_i - простое число (i-ое).

$x; y \in N \Rightarrow$ любое число можно представить в таком виде, ~~сколько~~

$3 \le x; y \le 27 \Rightarrow$ Тогда по условию:

$f(3)=0$; $f(5)=1$; $f(7)=1$; $f(11)=2$; $f(13)=3$; $f(17)=4$; $f(19)=4$; $f(23)=5$.

$f(2)=0$. $f(x)=f(x)+f(1) \Rightarrow f(1)=0$.

~~$f(\dots)$~~ $f(6)=f(2)+f(3)=0=f(18)+f\left(\frac{1}{3}\right)=$

$=f(2)+f(9)+f\left(\frac{1}{3}\right)=f(2)+2f(3)+f\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right)=0$.

$f\left(\frac{1}{p_i}\right)=f(2)+f(p_i)-f(2)-2f(p_i)=-f(p_i)$.

для всех i.

Найдём $f(n)$ для каждого $n \in [3;27]$.

$f(2)=0$	$f(11)=2$	$f(20)=1$
$f(3)=0$	$f(12)=0$	$f(21)=1$
$f(4)=0$	$f(13)=3$	$f(22)=2$
$f(5)=1$	$f(14)=1$	$f(23)=5$
$f(6)=0$	$f(15)=1$	$f(24)=0$
$f(7)=1$	$f(16)=0$	$f(25)=2$
$f(8)=0$	$f(17)=4$	$f(26)=3$
$f(9)=0$	$f(18)=0$	$f(27)=0$
$f(10)=1$	$f(19)=4$	

№5 (продолжение).

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \iff f(x) < f(y)$.

~~Если $y \neq 0$~~

При $y = 0$ таких x $\varnothing$

~~При $y \neq 0$ таких x~~

У нас 10 чисел имеют 0, 7 чисел 1, 3 числа 2, 2 числа 3, 2 числа 4, и одно 5. Если $y = 1$, то способов $7 \cdot 10 = 70$

$y = 2$, то способов $3 \cdot 17 = 51$

$y = 3$, то способов $2 \cdot 20 = 40$

$y = 4$, то способов $2 \cdot 22 = 44$

$y = 5$, то способов 24 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Всего способов $70 + 51 + 40 + 44 + 24 = 229$.

Ответ: 229.

№3.

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$$

по ОДЗ $x^2+6x \geq 0 \Rightarrow$ модуль можно отбросить

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - x^2$$

$$3^{\log_4(x^2+6x)} \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - x^2 - 6x$$

Пусть $x^2+6x = t$, тогда:

$$3^{\log_4(t)} \geq t^{\log_4 5} - t = t\left(t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1\right)$$

Прологарифмируем по основанию 4.

$$\log_4 t \cdot \log_4 3 \geq \log_4 t + \log_4\left(t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1\right)$$

$$\log_4 t \cdot \log_4 \frac{3}{4} \geq \log_4\left(t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1\right)$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение).

~~$\log_4 (t^{\frac{3}{4}} \geq$~~

$$\log_4\left(t^{\log_4 \frac{3}{4}}\right) \geq \log_4\left(t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1\right)$$

$$t^{\log_4 \frac{3}{4}} \geq t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1$$

№5.

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$$

$\frac{4x-3}{2x-2}$; ~~ax~~ $8x^2-34x+30$ на $(1;3]$ - возрастают

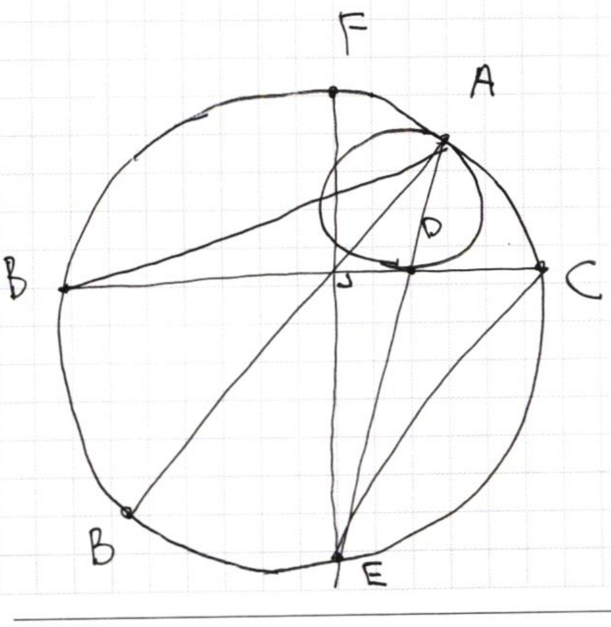
$\Rightarrow$ перед нами система:

$$\begin{cases} 4x-3 \geq (ax+b)(2x-2) \\ ax+b \geq 8x^2-34x+30 \end{cases}$$ на промежутке $(1;3]$.

$$4x-3 \geq 2ax^2-2ax+2bx-2b$$

$$2ax^2-(2a-2b+4)x-(2b-3) \leq 0$$

№4.



☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №7

(Нумеровать только чистовики)

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17} \\ \sin 2\alpha \cos 2\beta - \sin 2\alpha \sin 2\beta + 2\sin 2\beta \cancel{\sin 2\alpha} \cos 2\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17} \end{cases}$$

$\cancel{\sin 2\alpha + \sin 2\alpha \cos tg 2\beta}$

$tg 2\alpha \cos 2\beta - \sin 2\beta + 2\sin 2\beta \cos 2\beta + tg 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$12-6+3-8=1$

$\cancel{3y-2x}$

$3y-$

$9y^2+4x^2-12xy = 3xy-2x-3y+2$

$9y^2+4x^2-15xy+2x+3y-2=0$

$f(ab) = f(a)+f(b)$.

$f(p) = [p/4]$.

$f(3) = 0$

$\cancel{f(5)}$

$f(2) = 0$

$f(5) = 1$

$f(7) = 1$

$f(1) = 0$

$\cancel{f(x}$

$f(\frac{x}{y}) = f(x) + f(\frac{1}{y})$

$f(\frac{1}{y}) = f(1) + f$

$f(\frac{1}{y}) < 0$

$\frac{1}{27} \le \frac{1}{y} \le \frac{1}{3}$

$f(\frac{1}{3}) = f(\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{6})$.

$f(\frac{1}{3}) = f(3) + f(\frac{1}{9})$

$f(\frac{2}{5}) = f(2) + f(\frac{4}{5})$.

$f(\frac{m}{n}) = f(2) + f(\frac{m}{2n})$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \Leftrightarrow 2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$2\sin\alpha\cos\alpha + 2\sin(\alpha+2\beta)\cos(\alpha+2\beta) = -\frac{8}{17}$

$2\sin\alpha\cos\alpha + 2(\sin(\alpha+\beta)\cos\beta + \cos(\alpha+\beta)\sin\beta)(\cos\alpha\cos 2\beta - \sin\alpha\sin 2\beta)$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(30+60) =$

$\cos($

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax+b \geqslant 8x^2-34x+30$

$3y-2x = \sqrt{3xy-2x-3y+2}$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4$

$3x^2+3y^2-6x-4y-4=0$

$x+y \quad x+y$

$4x-3 \geqslant (ax+b)(2x-2) \geqslant 8x^2-34x+30$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2\sin\alpha\cos\alpha(\cos^2\beta-\sin^2\alpha)-4\sin\alpha\cos\alpha\sin\beta\cos\beta+$

$+2\sin\beta\cos\beta(\cos^2\beta-\sin^2\beta)(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)+2\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{8}{17}$

$2\sin\alpha\cos\alpha(\cos^2\beta-\sin^2\beta)+2\sin\beta\cos\beta(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

si $\quad\sin2\alpha\cos4\beta+\sin4\beta\cos2\alpha+\sin2\alpha=-\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha+4\beta)$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos2\beta+\sin2\beta\cos(2\alpha+2\beta)+\sin2\alpha=-\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}\Rightarrow\cos^2(2\alpha+2\beta)=\sqrt{\frac{16}{17}}$

$-\frac{\cos2\beta}{\sqrt{17}}\pm\sin2\beta\sqrt{\frac{16}{17}}$

$-\frac{\cos2\beta}{\sqrt{17}}\pm\frac{4\sin2\beta}{\sqrt{17}}+\sin2\alpha=-\frac{8}{17}$

1). $\frac{4\sin2\beta-\cos2\beta}{\sqrt{17}}+\sin2\alpha=-\frac{8}{17}$

$\log_4\left(3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\right)=$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\sin$

$$\sin((2\alpha+2\beta)+2\beta)+\sin((2\alpha+2\beta)-2\beta)=-\frac{8}{17}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta+\cancel{\cos(2\alpha+2\beta)}\sin 2\beta+$$

$2\alpha=x$

$$+\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta-\cancel{\cos(2\alpha+2\beta)}\sin 2\beta=$$

$2\beta=y$

$$=-\frac{8}{17}$$

$$\sin(x+y)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta=-\frac{8}{17}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{17}}\cos$$

$$\sin(x+\cancel{y}+y)+\sin(x+y-y)=-\frac{8}{17}$$

$$\sin(x+y)\cos y+\cancel{\cos(x+y)}\sin y+\sin(x+y)\cos y-\cancel{\cos(x+y)}\sin y=$$

$$=-\frac{8}{17}$$

$$2\sin(x+y)\cos y=-\frac{8}{17}$$

$$-\frac{2}{\sqrt{17}}\cos y=-\frac{8}{17}$$

$$\cos y=\frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\sin(x+y)=\frac{-1}{\sqrt{17}}$$

$$\sin x\cos y+\sin y\cos x=-\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{4}{\sqrt{17}}\sin x\pm\frac{1}{\sqrt{17}}\cos x=-\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$4\sin x\pm\cos x=1$$

$$4\sin 2\alpha\pm\cos 2\alpha=1$$

$$8\sin\alpha\cos\alpha\pm(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)=1$$

$$8\,\mathrm{tg}\,\alpha\pm(1-\mathrm{tg}^2\alpha)=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t^{\log_4 \frac{3}{4}}$

t^6

$\log_4 \frac{5}{4} - \log_4 \frac{3}{4} = \log_4 \frac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{4}} = \log_4 \frac{5}{3}$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f\left(\frac{1}{y}\right) = f(2) + f\left(\frac{1}{2y}\right)$

$f\left(\frac{1}{y}\right) = f(3) + f\left(\frac{1}{3y}\right)$

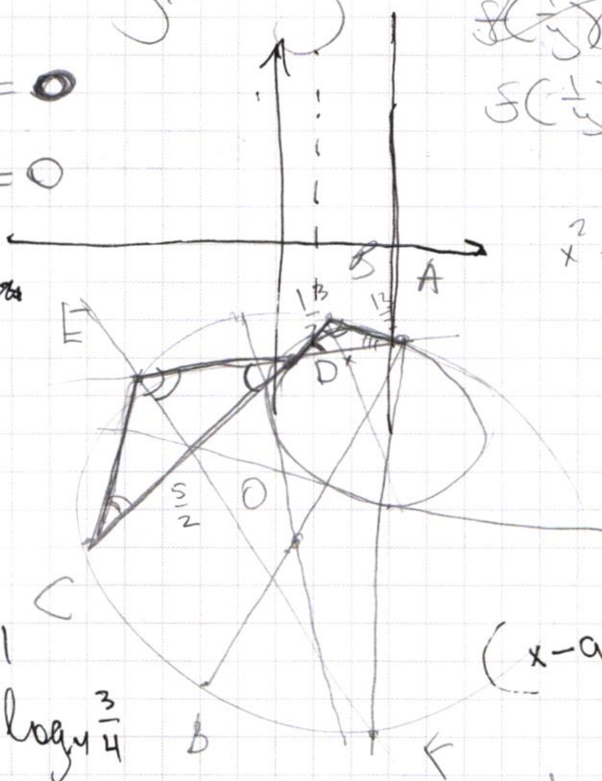
$\cancel{f\left(\frac{1}{y}\right) = f(6) + f\left(\frac{1}{6y}\right)}$

$f\left(\frac{1}{y}\right) = f(6y) + f($

$f(x$ $\quad \log_4 t \cdot \log$

$f(1) = 0$

$f(2) = 0$



$x^2 = \frac{2 \cdot 13^2}{4} - \frac{2 \cdot 13^2}{4} \cos \alpha$

$\log_4 \frac{3}{4} =$

$4^{\frac{3}{4}} =$

$\log_4 (|t| \cdot \log_4 5) =$

$\log_4 \frac{1}{4} = -1$

$(x - a + b - 2)(2x + 2$

$\log_4 64 = 3$

$x \log_4 \frac{1}{4} = \log_4 \frac{3}{4}$

$\log_4 5 - 1$

$\log_4 (x^2 + 6x)$

$+ 6x \geq |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2$

$\log_4 5$

$\cancel{x = \log}$

$3^{\log_4 (x^2 + 6x)} + x^2 + 6x \geq |x^2 + 6x|^{\log_4 5}$

$\log_a b = c$

$a^c = b$

$x^2 + 6x = t$

$t > 0$

$3^{\log_4 t} + t \geq |t|^{\log_4 5}$

$3^{\log_4 t} + t \geq t^{\log_4 5}$

$3^{\log_4 t} \geq t(t^{\log_4 5 - 1} - 1)$

$\log_4 (3^{\log_4 t}) =$

$3^{\log_4 t}$

$a^{\log_a b} = b$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$\Rightarrow 6y-4x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}$

$3x^2+3y^2$

$(a-4b)(a-b)=$

$2a$

$9y^2+4x^2-12xy=3xy-2x$

$=a^2+4b^2-4ab-ab=0$ $(a+4b)$

$2(3x-2y)$

$3y-2=a$

$x-1=b$

$3x-2y=b$ $2x-y=b$

$2ax^2-(2a-2b+4)x-(2b-3)\geq 0$

$3y-2x=a$ $2y$

$a^2+4b^2-5ab=0$

$4x-3\geq 2ax^2-2ax+2bx-2b$

$(3y-2x)^2=(3y-2)(x-1)$

$ax+b\geq 8x^2-34x+3a$

$(a+2b)($

$4x-3\geq(ax+b)(2x-2)$

$(x-3)(y-2)=xy-3y-2x+6$ $x=1$ $\Rightarrow 3y-2x$

$3y-$

$(3y-2)(x-1)=3xy-2x-3y+2$

$10a^2+5b^2-5ab=0$

$3y-2=0$

$2a^2+b^2-ab=0$

$3y-2x=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$

$y=\frac{2}{3}$

$(2a-b)(a-b)=0$

$2a^2+b^2$

$(3x+3y)(x+y$

$(3y-2)^2=9y^2-12y+4$

$(3x-3y+a)(x-y+b)=$

$a-2b=\sqrt{ab}$

$=3x^2+3y^2-23xy-3yb-3xy+3xb$

$a^2+4b^2-4ab=ab$

$a^2+4b^2-5ab=0$

$3+3\cdot\frac{4}{9}-6-\frac{8}{3}=4$

$9x^2-18x+9$

$9a^2+b^2=25$

$3+\frac{12}{9}-6-\frac{24}{9}=4$

$9x^2+9y^2-18x-12y=12$

$(9x^2-18x-9)+$

$9(x-1)^2+(3y-2)^2=25$

$6-4=\sqrt{12-4-6+2}$

$$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ 9a^2+b^2=25 \end{cases}$$

$10a^2+5b^2-5ab=25$

$2a^2+b^2-ab=5$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)