МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant|x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{№2}$

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{(3y-2)(x-1)} \\ 3x^2 - 6x + 3 + 3y^2 - 4y + \frac{4}{3} = 4 + 3 + \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3y-2) - 2(x-1) = \sqrt{(3y-2)(x-1)} \\ 3(x-1)^2 + \frac{(3y-2)^2}{3} = \frac{25}{3} \end{cases}$$

$\exists \quad a = x - 1; \ b = 3y - 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} b - 2a = \sqrt{ab} \\ 3a^2 + \frac{b^2}{3} = \frac{25}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 - 4ab + 4a^2 = ab \\ 9a^2 + b^2 = 25 \end{cases}$$

(1): $\quad (b - a)(b - 4a) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} b = a \\ b = 4a \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 9a^2 + a^2 = 25 \\ 9a^2 + 16a^2 = 25 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 10a^2 = 25 \\ 25a^2 = 25 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \pm\sqrt{\frac{5}{2}} \\ a = \pm 1 \end{array}\right.$$

Значит,

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x - 1 = \pm\sqrt{\frac{5}{2}} \\ 3y - 2 = \pm\sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases} \\ \begin{cases} x - 1 = \pm 1 \\ 3y - 2 = \pm 4 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 + \sqrt{\frac{5}{2}} \\ y = \frac{2 + \sqrt{\frac{5}{2}}}{3} \end{cases} \text{ — не подх. при проверке} \\ \begin{cases} x = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}} \\ y = \frac{2 - \sqrt{\frac{5}{2}}}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \text{ — не подх. при проверке} \end{array}\right.$$

~~Ответ: $\left(1+\sqrt{\frac{5}{2}}; \frac{2+\sqrt{\frac{5}{2}}}{3}\right)$; $\left(1-\sqrt{\frac{5}{2}}; \frac{2-\sqrt{\frac{5}{2}}}{3}\right)$; $(2; 2)$; $\left(0; -\frac{2}{3}\right)$~~

$$\boxed{\text{Ответ: } \left(1 - \sqrt{\frac{5}{2}}; \ \frac{2 - \sqrt{\frac{5}{2}}}{3}\right); \ (2; 2)}$$

$\boxed{№3}$ $3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq \underbrace{|x^2+6x|}_{>0}{}^{\log_4 5}-x^2$

$x^2+6x>0$

$x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty)$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}-x^2$

$x^2+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}-3^{\log_4(x^2+6x)}$

$\exists\ x^2+6x=t;\ t>0$

$t \geq t^{\log_4 5}-3^{\log_4 t}$

$t+3^{\log_4 t}-t^{\log_4 5} \geq 0$

$t+3^{\log_4 t}-5^{\log_4 t} \geq 0$

$4^{\log_4 t}+3^{\log_4 t}-5^{\log_4 t} \geq 0$

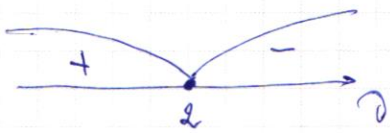
$\exists\ \log_4 t=\vartheta;\ \vartheta\in\mathbb{R}$

$4^\vartheta+3^\vartheta-5^\vartheta \geq 0$

$5^\vartheta\left(\frac{4^\vartheta+3^\vartheta}{5^\vartheta}-1\right) \geq 0 \Rightarrow$ Нули: $\underbrace{5^\vartheta=0}_{\text{нет действ. корней}}$ или $\frac{4^\vartheta+3^\vartheta}{\underbrace{5^\vartheta}_{\neq 0}}-1=0$

$4^\vartheta+3^\vartheta=5^\vartheta$

$\underline{\vartheta=2}$



Значит, $\vartheta\in(-\infty;2]$

$\log_4 t\in(-\infty;2] \Rightarrow t\in(0;16] \Rightarrow \begin{cases} x^2+6x>0 \\ x^2+6x\leq 16 \end{cases}$

(1): $x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty)$

(2): Нули: $x=2;\ x=-8 \Rightarrow$

$\Rightarrow x\in[-8;2]$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \\ x\in[-8;2] \end{cases} \Leftrightarrow x\in[-8;-6)\cup(0;2]$

$\boxed{\text{Ответ: } x\in[-8;-6)\cup(0;2]}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{N5}$ $f(p)=\left[\frac{p}{4}\right]$; $f(ab)=f(a)+f(b)$

Рассмотрим второе условие:

$f(ab)=f(a)+f(b) \Rightarrow f(b)=f(ab)-f(a)$

$f(b)=f\left(\frac{ab}{a}\right)=f(ab)-f(a) \Rightarrow$ Если $c=ab$, то $f\left(\frac{c}{a}\right)=f(c)-f(a)$

Рассмотрим значения ф-ии f для $t\in[3;27]$; $t\in\mathbb{N}$

$f(3)=0$	$f(8)=0$	$f(13)=3$	$f(18)=0$	$f(23)=5$
$f(4)=0$	$f(9)=0$	$f(14)=1$	$f(19)=4$	$f(24)=0$
$f(5)=1$	$f(10)=1$	$f(15)=1$	$f(20)=1$	$f(25)=2$
$f(6)=0$	$f(11)=2$	$f(16)=0$	$f(21)=1$	$f(26)=3$
$f(7)=1$	$f(12)=0$	$f(17)=4$	$f(22)=2$	$f(27)=0$

$f\left(\frac{x}{y}\right)<0$, если $f(x)<f(y)$. Для каждого возможного значения $f(x)$ рассмотрим все возможные значения x при которых $f(y)>f(x)$

Введем мн-ва: $X_1, Y_1; X_2; Y_2; X_3; Y_3; X_4; Y_4; X_5; Y_5$ такие, чтобы $f\left(\frac{\text{элемент } X_1}{\text{элемент } Y_1}\right)<0$ для любых элементов.

Тогда $X_1=\{3;4;6;8;9;12;16;18;24;27\}$

$Y_1=\{5;7;10;11;13;14;15;17;19;20;21;22;23;25;26\}$

$X_2=\{5;7;10;14;15;20;21\}$

$Y_2=\{11;13;17;19;22;23;25;26\}$

$X_3=\{11;22;25\}$

$Y_3=\{13;17;19;23;26\}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$X_4 = \{13; 26\}$

$Y_4 = \{17; 19; 23\}$

$X_5 = \{17; 19\}$

$Y_5 = \{23\}$

Таким образом $f\left(\frac{\text{элемент } X_1}{\text{элемент } Y_1}\right) < 0$ для любых пар элементов.

Значит, кол-во различных пар

$N = |X_1| \cdot |Y_1| + |X_2| \cdot |Y_2| + |X_3| \cdot |Y_3| + |X_4| \cdot |Y_4| + |X_5| \cdot |Y_5|$,

где $|A|$ - мощность мн-ва A.

$N = 10 \cdot 15 + 7 \cdot 8 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 150 + 56 + 15 + 6 + 2 = 229$

$\boxed{\text{Ответ: } 229}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

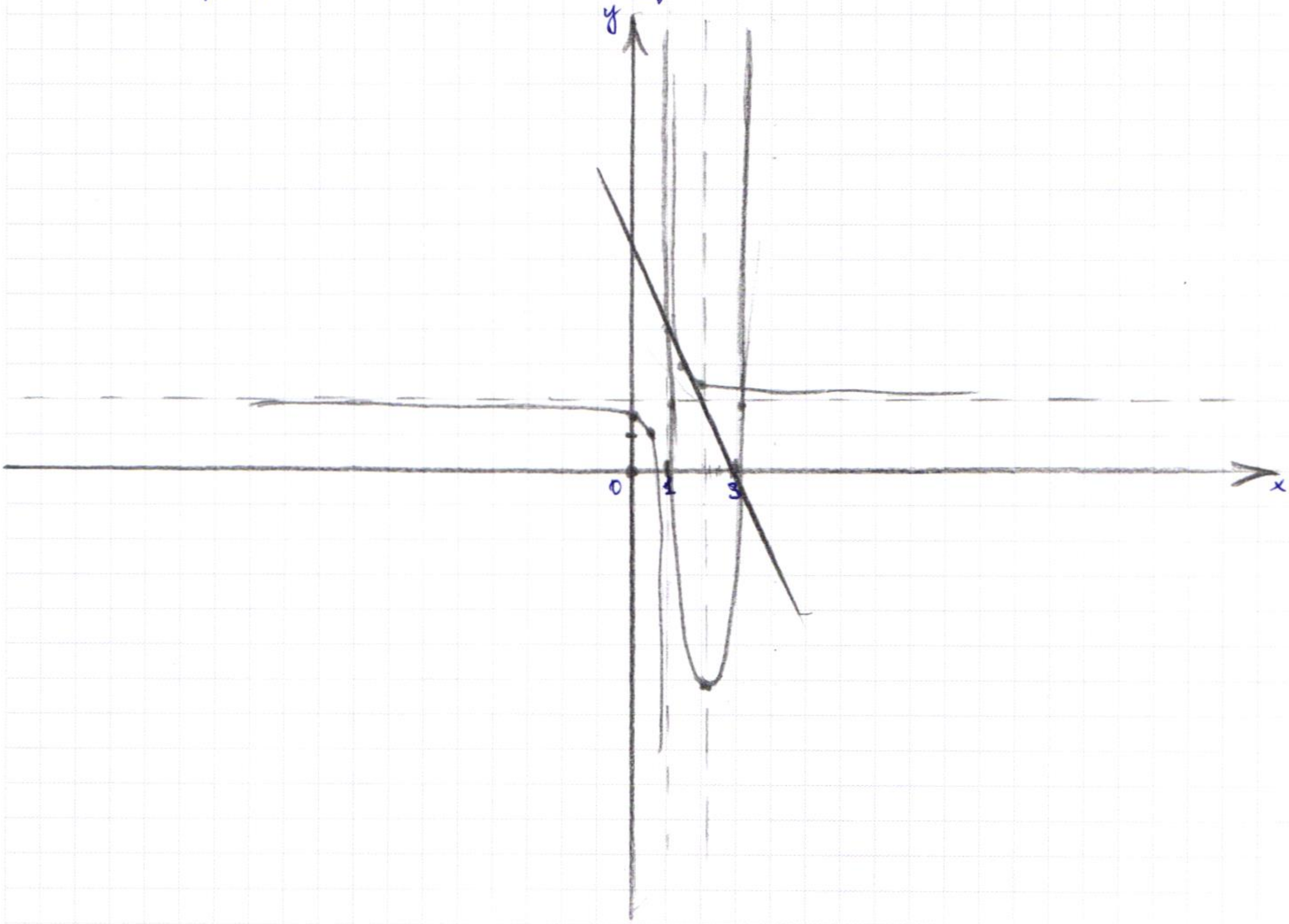
$\boxed{№6}$ $$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$$

$$\frac{4x-4}{2x-2}+\frac{1}{2x-2} \geq ax+b \geq 2\left(\left(2x-\frac{17}{4}\right)^2-\frac{49}{16}\right)$$

$$2+\frac{1}{2x-2} \geq ax+b \geq 2\left(\left(2\left(x-\frac{17}{8}\right)\right)^2-\frac{49}{16}\right)$$

$$2+\frac{1}{2x-2} \geq ax+b \geq 2\left(4\left(x-\frac{17}{8}\right)^2-\frac{49}{16}\right)$$

$$\underbrace{2+\frac{1}{2x-2}}_{\text{гипербола}} \geq \underbrace{ax+b}_{\text{прямая}} \geq \underbrace{8\left(x-\frac{17}{8}\right)^2-\frac{49}{8}}_{\text{парабола}}$$



При $x \in (1; 3]$, если $ax+b$ не пересекает график гиперболы $y = \frac{4x-3}{2x-2}$, (касается может), то

$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax+b$ (т.к. $x = 1$ – вертикальная асимптота)

$$\left.\begin{matrix} x_1 = 1;\ y_1 = 4 \\ x_2 = 3;\ y_2 = 0 \end{matrix}\right| \to \begin{cases} 4 = a \cdot 1 + b \\ 0 = a \cdot 3 + b \end{cases}$$

$2a = -4$

$a = -2 \Rightarrow b = 6$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 6

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{№1}$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17} \end{cases}$$

$\cos 2\alpha = 1-2\sin^2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\sin^2\alpha = 1-\cos 2\alpha$

$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\alpha = -\frac{1}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta + \sin 2\alpha$

(1): $\sin(2(\alpha+\beta)) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2(\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta)\cdot(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2(\sin\alpha\cos\alpha\cos^2\beta+\sin\beta\cos\beta\cos^2\alpha - \sin\beta\cos\beta\sin^2\alpha - \sin\alpha\cos\alpha\sin^2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2(\sin\alpha\cos\alpha(\cos^2\beta-\sin^2\beta)+\sin\beta\cos\beta(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2(\sin\alpha\cos\alpha\cos 2\beta+\sin\beta\cos\beta\cos 2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad \sin 2\alpha\cos 2\beta+\sin 2\beta\cos 2\alpha$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = \sin 2\alpha\cos 4\beta+\cos 2\alpha\sin 4\beta+\sin 2\alpha =$

$= \sin 2\alpha(\cos 4\beta+1)+\cos 2\alpha\sin 4\beta =$

$= \sin 2\alpha(2\cos^2 2\beta-1+1)+\cos 2\alpha\sin 4\beta =$

$= 2\sin 2\alpha\cos^2 2\beta+\cos 2\alpha\sin 4\beta = 2\sin 2\alpha\cos^2 2\beta+2\sin 2\beta\cos 2\beta\cos 2\alpha =$

$= 2(\sin 2\alpha\cos^2 2\beta+\sin 2\beta\cos 2\beta\cos 2\alpha)$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cos 2\beta+\sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad \frac{1}{17}$

$\sin^2(2\alpha+2\beta) = \frac{1-\cos(4\alpha+4\beta)}{2}\cdot 8 = \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha$

$4-4\cos(4\alpha+4\beta) = \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha$

$4(1-\cos(2(2\alpha+2\beta))) = \sin((2\alpha+2\beta)+2\beta)+\sin 2\alpha$

$4(1-(1-2\sin^2(2\alpha+2\beta))) = \sin((2\alpha+2\beta)+2\beta)+\sin 2\alpha$

$4(2\sin^2(2\alpha+2\beta)) = \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta+\cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta + \sin 2\alpha$

$2-\sqrt{\frac{5}{2}}-2\left(1-\sqrt{\frac{5}{2}}\right) = 2-\sqrt{\frac{5}{2}}-2+2\sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{5/2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\boxed{N2}$

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3y(x-1)-2(x-1)} \\ 3x^2-6x+3+2y^2-4y+2+y^2=9 \end{cases}$$

$\cancel{3y-2x=\sqrt{(3y-2)(x-1)}}$

$\cancel{3(x-1)^2+2(y-1)^2+y^2=9}$

$\cancel{3x^2-6x+3+3(3y^2-4y+\frac{4}{3})=4+3+4}$

$3x^2-6x+3+3y^2-4y+\frac{4}{3}=4+3+4/3$

$3(x-1)^2+\frac{(3y-2)^2}{3}=\frac{25}{3}$

$9(x-1)^2+(3y-2)^2=25$

$$\begin{cases} a=x-1 \\ b=3y-2 \end{cases}$$ — замена

$$\begin{cases} b-2a=\sqrt{ab} \\ 9a^2+b^2=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2-4ab+4a^2=ab \\ 9a^2+b^2=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2-5ab+4a^2=0 \\ 9a^2+b^2=25 \end{cases}$$

$(b-a)(b-4a)=0$

$\left[\begin{array}{l} a=b \\ b=4a \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 9b^2+b^2=25 \\ 9a^2+16a^2=25 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} 10a^2=25 \\ 25a^2=25 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} a^2=\frac{5}{2} \\ a^2=1 \end{array}\right.$

$a=\pm\sqrt{\frac{5}{2}}$

$a=\pm 1$

$b^2-5ab+4a^2=0$

$\cancel{(b-a)(b-5a)=0}$

$D=25a^2-16a^2=9a^2=(3a)^2$

$b=\frac{5a+3a}{2}=4a$

$b=\frac{5a-3a}{2}=a$

$3y-2x=$

$=(3y-2)-2(x-1)=$

$=3y-2-2x+2=3y-2x$

$3y-2$

$x-1$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-1=\pm\sqrt{\frac{5}{2}} \\ 3y-2=\pm\sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases} \\ \begin{cases} x-1=\pm 1 \\ 3y-2=\pm 4 \end{cases} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1+\sqrt{\frac{5}{2}} \\ y=\frac{2+\sqrt{\frac{5}{2}}}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=1-\sqrt{5/2} \\ y=\frac{2-\sqrt{5/2}}{3} \end{cases} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=0 \\ y=-\frac{2}{3} \end{cases} \end{array}\right.$

$\cancel{8}\ 2(4x^2-17x+15)=8x^2-34x+30=$

$=2\left(\left(2x-\frac{17}{4}\right)^2-\frac{49}{16}\right)=2\left(\left(2\left(x-\frac{17}{8}\right)\right)^2-\frac{49}{16}\right)$

$=2\left(4x^2-17x+\frac{289}{16}-\frac{49}{16}\right)=$

$=8x^2-34x+30$

$8x^2-34x+30=8\left(x^2-\frac{34}{8}x+\frac{30}{8}\right)=8\left(x^2-\frac{17}{4}x+\frac{15}{4}\right)=8\left(\left(x-\frac{17}{8}\right)^2\right.$

$\frac{289}{16}$

$17\cdot17=289$; $15\cdot16=240$

$(x-1)^2=$

$=x^2-2x+1$

$(3y-2)^2=9y^2-12y+4$

черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

$x^2+6x\le16$ $\quad x^2+6x-16=0$ $\quad D=36+64=100$ $\quad x\in[-8;2]$

$x^2+6x-16\le0$ $\quad \left[\begin{array}{l} x=\frac{-6+10}{2}=2 \\ x=\frac{-6-10}{2}=-8 \end{array}\right.$

$(x-2)(x+8)\le0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a^{\log_e c}=c^{\log_e a}$ $\quad x^2+6x\ne1$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\ge|x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$

$\boxed{x^2+6x>0}$

$x(x+6)>0$

$x\notin(-6;0)$

$x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty)$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\ge(x^2+6x)^{\log_4 5}-x^2$

$x^2+6x\ge(x^2+6x)^{\log_4 5}-3^{\log_4(x^2+6x)}$

$\log_3(x^2+6x)\ge\log_3\left((x^2+6x)^{\log_4 5}-3^{\log_4(x^2+6x)}\right)$

$\log_{x^2+6x}(x^2+6x)\ge\log_{x^2+6x}\left((x^2+6x)^{\log_4 5}-3^{\log_4(x^2+6x)}\right)$

$t\ge t^{\log_4 5}-3^{\log_4 t}$

$t^1-t^{\log_4 5}\ge-3^{\log_4 t}$

$(t-1)\underbrace{(1-\log_4 5)}_{<0}\le3^{\log_4 t}$

$\log$ $\quad$] $x^2+6x=t$; $t>0$

$0<x^2+6x\le16$

$\left\{\begin{array}{l} x^2+6x>0 \\ x^2+6x\le16 \end{array}\right.$

$\log_3$ $\boxed{t\ge t^{\log_4 5}-3^{\log_4 t}}$

$x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty)$

$\log_3\left(3^{\log_4 5}\right)=\log_4 5$

$\cancel{\log_3 t\ge\log_3\left(t^{\log_4 5}-3^{\log_4 t}\right)}$

$\log_c a-\log_c b=$

$=\log_c\frac{a}{b}$

$\cancel{\log_3 t-\log_3\left(t^{\log_4 5}-3^{\log_4 t}\right)\ge0}$

$\left\{\begin{array}{l} x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \\ x\in[-8;2] \end{array}\right.$

$\cancel{(3-1)}$

$t-t^{\log_4 5}\ge-3^{\log_4 t}$

$\log_a f(x)=\log_a g(x)$

$\log_a f(x)-\log_a g(x)=0$

$(x^2+6x)\in(0;16]$

$\cancel{t-t^{\log_4 5}}$

$(a-1)(f(x)-g(x))=0$

$t^{\log_4 5}-t\le3^{\log_4 t}$

$t^{\log_4 5}-t-3^{\log_4 t}=0$

$t>t^{\log_4 5}-t^{\log_4 3}$

$\log_4 t\in(-\infty;2]$

$4>5^{\log_4 t}-3^{\log_4 t}$

$t\in(0;16]$

$5^D\left(\frac{4^D+3^D}{5^D}-1\right)\ge0$

$t=4^{\log_4 t}$

$t+3^{\log_4 t}-5^{\log_4 t}\ge0$

$5^D=0$ невозм.

$4^D+3^D=5^D$

$D=2$

$4^{\log_4 t}+3^{\log_4 t}-5^{\log_4 t}\ge0$

$4^D+3^D-5^D\ge0$

$\log_4 t=D$; $D\in\mathbb{R}$

Нули: $4^D+3^D=5^D$

$D=2$

$D\in(-\infty;2]$

$\boxed{x\in[-8;-6)\cup(0;2]}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$3 \cdot \frac{2+\sqrt{5/2}}{3} - 2\left(1+\sqrt{\frac{5}{2}}\right) = \sqrt{3\cdot\frac{2+\sqrt{5/2}}{3} - 2}\left(1+\sqrt{5/2}-1\right)$ $f(ab) = f(a) + f(b)$

$2+\sqrt{5/2} - 2 - 2\sqrt{5/2} = \sqrt{5/2}$

$-\sqrt{5/2} = \sqrt{5/2}$

$\boxed{N5}$

$f(p) = [p/4]$

$f(2) = \left[\frac{1}{2}\right] = 0$

$f(3) = \left[\frac{3}{4}\right] = 0$

$f(5) = \left[\frac{5}{4}\right] = 1$

$f(7) = \left[\frac{7}{4}\right] = 1$

$f(11) = \left[\frac{11}{4}\right] = 2$

$f(13) = \left[\frac{13}{4}\right] = 3$

$f(17) = \left[\frac{17}{4}\right] = 4$

$f(19) = \left[\frac{19}{4}\right] = 4$

$f(23) = \left[\frac{23}{4}\right] = 5$

$f(29) = \left[\frac{29}{4}\right] = 7$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(b) = f(ab) - f(a)$

$f(b) = f\left(\frac{ab}{a}\right)$

$f(ab/a) = f(ab) - f(a)$

$f\left(\frac{c}{a}\right) = f(c) - f(a)$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

~~f(чётн.) = 0~~

~~f(:3) = 0~~

$f(4)$ $f(11)$ $f\left(\frac{4}{11}\right)$

$f(4) = f(2) + f(2) = 0$

$f(6) = f(2) + f(3) = 0$

$f(8) = 0$

$f(9) = 0$

$f(10) = 0 + 1 = 1$

$f(12) = 0$

$f(14) = 1$

$f(15) = 1$

$f(16) = 0$

$f(18) = 0$

$f(20) = 1$

$f(21) = 1$

$f(22) = 2$

$f(24) = 0$

$f(25) = 2$

$f(26) = 3$

$f(27) = 0$

$\begin{cases} x_1 \in \{3;4;6;8;9;12;16;18;24;27\} \\ y_1 \in \{5;7;10;11;13;14;15;17;19;20;21;22;23;25;26\} \end{cases}$

$\begin{cases} x_2 \in \{5;7;10;14;15;20;21\} \\ y_2 \in \{11;13;17;19;22;23;25;26\} \end{cases}$

$\begin{cases} x_3 \in \{11;22;25\} \\ y_3 \in \{13;17;19;23;26\} \end{cases}$

$\begin{cases} x_4 \in \{17;19\} \\ y_4 \in \{23\} \end{cases}$

$\begin{cases} x_5 \in \{13;26\} \\ y_5 \in \{17;19;23\} \end{cases}$

$x \in [3;27]$

$y \in [5;27]$

$f\left(\frac{x}{y}\right) - ?$

$\begin{cases} f\left(x\cdot\frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) \\ f\left(y\cdot\frac{1}{x}\right) = f(y) + f\left(\frac{1}{x}\right) \end{cases}$

~~$f\left(\frac{x}{y}\right) + f\left(\frac{y}{x}\right) = f(x) + f(y) + f\left(\frac{1}{y}\right) + f\left(\frac{1}{x}\right)$~~

~~$f\left(\frac{x^2}{y^2}\right) = f(x) + f(y) + f\left(\frac{1}{xy}\right)$~~

~~$f\left(\frac{x}{y}\right) + f\left(\frac{y}{x}\right) = f(x) + f(y) + f\left(\frac{1}{xy}\right)$~~

~~$f(1) - f(1)$~~

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f\left(\frac{1}{ab}\right)$

$f(2) = f\left(\frac{4}{2}\right) = f\left(\frac{6}{3}\right)$

$f(2) = f\left(\frac{20}{10}\right) = 0$

$f(5) = 1$

$f(5) = f$

$f\left(\frac{3}{a_1}\right) < 0$, если $f(a_1) > 0$

$f\left(\frac{x}{y_1}\right) < 0$, если

$y_1 \in \{5;7;10;11;13;14;15;17;19;20;21;22;23;25;26\}$

$X_1 \in \{3;4;6;8;9;12;16;18;24;27\}$

$N = |x_1|\cdot|y_1| + |x_2|\cdot|y_2| + |x_3|\cdot|y_3| + |x_4|\cdot|y_4| = 10\cdot15 + 7\cdot8 + 3\cdot5 + 2 = 223 + 6 = 229$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)