# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

? 1. [3 балла] Углы $\alpha$ и $\beta$ удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}, \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45. \end{cases}$$

$9(x^2-2x+1)-9 \quad +(y^2-12y+36)-36$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2 - 26x\right|^{\log_5 12} + 26x \geqslant x^2 + 13^{\log_5(26x - x^2)}.$$

4. [5 баллов] Окружности $\Omega$ и $\omega$ касаются в точке $A$ внутренним образом. Отрезок $AB$ – диаметр большей окружности $\Omega$, а хорда $BC$ окружности $\Omega$ касается $\omega$ в точке $D$. Луч $AD$ повторно пересекает $\Omega$ в точке $E$. Прямая, проходящая через точку $E$ перпендикулярно $BC$, повторно пересекает $\Omega$ в точке $F$. Найдите радиусы окружностей, угол $AFE$ и площадь треугольника $AEF$, если известно, что $CD = 12$, $BD = 13$.

5. [5 баллов] Функция $f$ определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел $a$ и $b$ из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа $p$ ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее $x$). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $4 \leqslant x \leqslant 28$, $4 \leqslant y \leqslant 28$ и $f(x/y) < 0$.

? 6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8 - 6x}{3x - 2} \geqslant ax + b \geqslant 18x^2 - 51x + 28$$

выполнено для всех $x$ на промежутке $\left(\frac{2}{3}; 2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина $Y$ которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра $TY$. Известно, что $XY = \sqrt{3}$, $TX = \sqrt{2}$, $TZ = 2$. Найдите длину ребра $XZ$. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

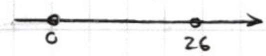
# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 $|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geqslant x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

ОДЗ: $26x-x^2>0$

$x^2-26x<0$

$x(x-26)<0$




$x\in(0;26)$

Т.к. из ОДЗ $26x-x^2>0$, исходное нер-во равносильно нер-ву:

$(26x-x^2)^{\log_5 12}+26x \geqslant x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

$12^{\log_5(26x-x^2)}+26x-x^2 \geqslant 13^{\log_5(26x-x^2)}$

$12^{\log_5(26x-x^2)}+5^{\log_5(26x-x^2)} \geqslant 13^{\log_5(26x-x^2)}$

Ⅎ $\log_5(26x-x^2)=t$

$12^t+5^t\geqslant 13^t \quad |:13^t>0 \ \forall t\in R$

$\left(\frac{12}{13}\right)^t+\left(\frac{5}{13}\right)^t\geqslant 1$

Пусть $f(t)=\left(\frac{12}{13}\right)^t+\left(\frac{5}{13}\right)^t$, $g(t)=1$. $f(t)$ ~~убывает~~ монотонно убывает как сумма двух монотонно убывающих ф-ций, $g(t)$ - горизонтальная прямая, поэтому уравнение $f(t)=g(t)$ имеет не более одного корня, и если корень есть, то для всех $t$, не превосходящих этого корня, $f(t)\geqslant g(t)$, а для всех $t$, больших этого корня, $f(t)<g(t)$. При $t=2$ $f(t)=\left(\frac{12}{13}\right)^2+\left(\frac{5}{13}\right)^2=1=g(t)$, поэтому нер-во $f(t)\geqslant g(t)$ равносильно нер-ву $t\leqslant 2$.

$\log_5(26x-x^2)\leqslant 2$

$\log_5(26x-x^2)-\log_5 25\leqslant 0$

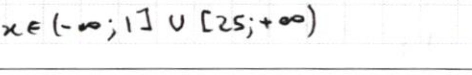
Применим метод рационализации:

$(5-1)(26x-x^2-25)\leqslant 0 \quad |:4$

$26x-x^2-25\leqslant 0 \quad |\cdot(-1)$

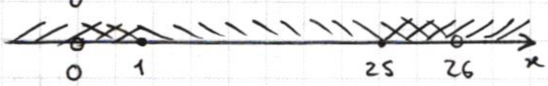
$x^2-26x+25\geqslant 0$

$(x-1)(x-25)\geqslant 0$




$x\in(-\infty;1]\cup[25;+\infty)$

С учётом ОДЗ:




Ответ: $x\in(0;1]\cup[25;26)$.

(5) Т.к. для любых $a$ и $b$ выполнено $f(ab)=f(a)+f(b)$, для любого $x$ вида $p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\cdot\ldots\cdot p_n^{\alpha_n}$ $f(x)=\alpha_1 f(p_1)+\alpha_2 f(p_2)+\ldots+\alpha_n f(p_n)$. ($p_i$ – простые).

Т.к. для любого простого $p$ $f(p)=[p/4]$, $f(x)=\alpha_1[p_1/4]+\alpha_2[p_2/4]+\ldots+\alpha_n[p_n/4]$.

По свойству $f(ab)=f(a)+f(b)$ $f(x)=f(1/x)+f(x^2)$, но из описанного выше вида ф-ции $f(x^2)=2f(x)$, т.к. при возведении в квадрат все $\alpha_i$ умножаются на 2, => ~~f(1/~~ $f(x)=f(1/x)+2f(x)$, => $f(1/x)=-f(x)$.

Поэтому $f(x/y)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)=f(x)-f(y)$.

По условию требуется найти кол-во натуральных пар $(x;y)$, таких, что $4\le x\le 28$, $4\le y\le 28$ и $f(x/y)<0$. Последнее условие равносильно $f(x)-f(y)<0$, т.е. $f(x)<f(y)$.

Построим таблицу значений функции в натуральных точках заданного отрезка, найдя их по алгоритму, описанному выше:

| $x$ | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 3 | 1 | 1 | 0 | 4 | 0 | 4 | 1 | 1 | 2 | 5 | 0 | 2 | 3 | 0 | 1 |

Итого для 9 чисел $f(x)=0$, для 8 чисел $f(x)=1$, для 3 чисел $f(x)=2$, для 2 чисел $f(x)=3$, для 2 чисел $f(x)=4$ и для 1 числа $f(x)=5$.

Для любого $x$ можно составить пару с числом $y$ тогда и только тогда, когда $f(x)<f(y)$, поэтому итоговое кол-во пар равно:

$9\cdot 16+8\cdot 8+3\cdot 5+2\cdot 3+2\cdot 1=231$.

Ответ: 231.

(2) $\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$ $\begin{cases} (y-6)-6(x-1)=\sqrt{(y-6)(x-1)} \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$

Пусть $y-6=a$, $x-1=b$. $\begin{cases} a-6b=\sqrt{ab} \\ 9b^2+a^2=90 \end{cases}$ $\begin{cases} a-6b\geqslant 0 \\ (a-6b)^2=ab \quad (1) \\ 9b^2+a^2=90 \end{cases}$

(1) $(a-6b)^2=ab$

$a^2-13ab+36b^2=0$

$(a-4b)(a-9b)=0$

$\left[\begin{array}{l} a=4b \\ a=9b \end{array}\right.$

$\begin{cases} a\geqslant 6b \\ \left[\begin{array}{l} a=4b \\ a=9b \end{array}\right. \\ 9b^2+a^2=90 \end{cases}$ $\begin{cases} a\geqslant 6b \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=4b \\ 25b^2=90 \end{cases} \\ \begin{cases} a=9b \\ 90b^2=90 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$ $\begin{cases} a\geqslant 6b \\ \left[\begin{array}{l} a=\frac{12\sqrt{10}}{5}, b=\frac{3\sqrt{10}}{5} \\ a=-\frac{12\sqrt{10}}{5}, b=-\frac{3\sqrt{10}}{5} \\ a=9, b=1 \\ a=-9, b=-1 \end{array}\right. \end{cases}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left[\begin{array}{l} a=-\frac{12\sqrt{10}}{5},\ b=-\frac{3\sqrt{10}}{5} \\ a=9,\ b=1 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} y-6=-\frac{12\sqrt{10}}{5},\ x-1=\frac{-3\sqrt{10}}{5} \\ y-6=9,\ x-1=1 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=1-\frac{3\sqrt{10}}{5},\ y=6-\frac{12\sqrt{10}}{5} \\ x=2,\ y=15 \end{array}\right.$$

Ответ: $(2;15)$, $\left(1-\frac{3\sqrt{10}}{5};\ 6-\frac{12\sqrt{10}}{5}\right)$.

(1) $\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$ ; $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$

$\cancel{\sin(2\alpha+4\beta)=\sin(4\alpha+4\beta-2\alpha)=\sin(2(2\alpha+2\beta))\cos 2\alpha-\cos(2(2\alpha+2\beta))\sin 2\alpha}\Rightarrow$

$\cancel{\Rightarrow \sin(2(2\alpha+2\beta))-\cos(2(2\alpha+2\beta))\sin 2\alpha}$

$\exists\ 2\alpha+2\beta=\gamma$.

$\sin(2\alpha+4\beta)=\sin(4\alpha+4\beta-2\alpha)=\sin(2\gamma-2\alpha)=\sin 2\gamma\cos 2\alpha-\cos 2\gamma\sin 2\alpha$.

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$, $\Rightarrow \sin 2\gamma\cos 2\alpha-\cos 2\gamma\sin 2\alpha+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$. (1)

$\cos 2\gamma=1-2\sin^2\gamma=1-2\cdot\frac{1}{17}=\frac{15}{17}$, $\Rightarrow |\sin 2\gamma|=\sqrt{1-\left(\frac{15}{17}\right)^2}=\frac{8}{17}$, $\Rightarrow \sin 2\gamma=\pm\frac{8}{17}$. (2)

Из (1) и (2): $\left[\begin{array}{l} \frac{8}{17}\cos 2\alpha-\frac{15}{17}\sin 2\alpha+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17} \\ -\frac{8}{17}\cos 2\alpha-\frac{15}{17}\sin 2\alpha+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \frac{8}{17}\cos 2\alpha+\frac{2}{17}\sin 2\alpha=-\frac{2}{17} \\ -\frac{8}{17}\cos 2\alpha+\frac{2}{17}\sin 2\alpha=-\frac{2}{17} \end{array}\right.$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{8}{17}\cos 2\alpha+\frac{2}{17}\sqrt{1-\cos^2 2\alpha}=-\frac{2}{17} \\ \frac{8}{17}\cos 2\alpha-\frac{2}{17}\sqrt{1-\cos^2 2\alpha}=-\frac{2}{17} \\ -\frac{8}{17}\cos 2\alpha+\frac{2}{17}\sqrt{1-\cos^2 2\alpha}=-\frac{2}{17} \\ -\frac{8}{17}\cos 2\alpha-\frac{2}{17}\sqrt{1-\cos^2 2\alpha}=-\frac{2}{17} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow \cos 2\alpha\in\left\{-\frac{4}{5};\ 0\ (\text{пост. корень});\ \frac{4}{5}\right\}$, $\Rightarrow$

$\Rightarrow \cos 2\alpha\in\left\{-\frac{4}{5};\ \frac{4}{5}\right\}$

$\mathrm{tg}^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow \mathrm{tg}\,\alpha=\pm\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}-1}=\pm\sqrt{\frac{2}{1+\cos 2\alpha}-1}$

$$\left[\begin{array}{l} \mathrm{tg}\,\alpha=\pm\sqrt{\frac{2}{1+\frac{4}{5}}-1} \\ \mathrm{tg}\,\alpha=\pm\sqrt{\frac{2}{1-\frac{4}{5}}-1} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \mathrm{tg}\,\alpha=\pm\frac{1}{3} \\ \mathrm{tg}\,\alpha=\pm 3. \end{array}\right.$$

Ответ: $\left\{-3;-\frac{1}{3};\frac{1}{3};3\right\}$.

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

в виде ГМТ?

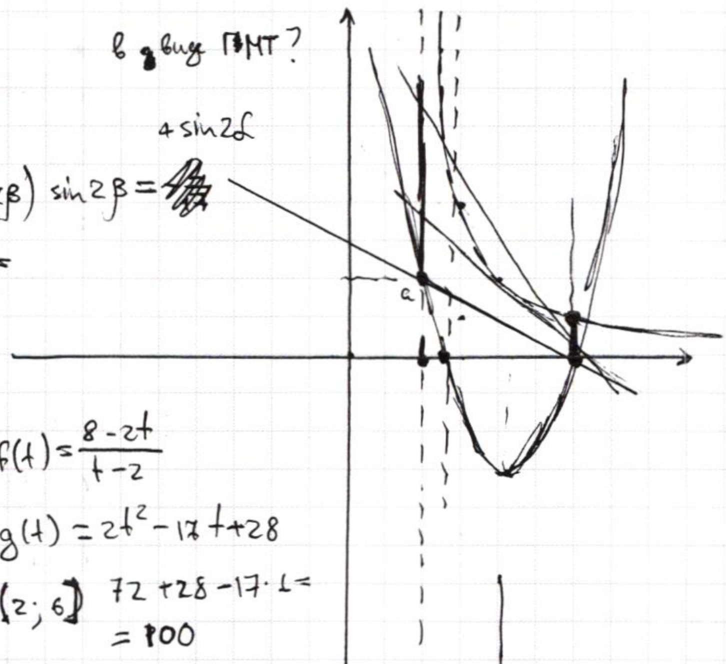
$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$4\sin 2\alpha$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta =$

$a\cos 2\beta + b\sin 2\beta + \sin 2\alpha =$

$\sin(2\alpha+4\beta)\cos 2\beta -$




$f(t) = \frac{8-2t}{t-2}$

$g(t) = 2t^2 - 17t + 28$

$(2;6]$ $72+28-17\cdot 6 =$
$= -2$

$-1$

$g(2) \le 2$ $\quad f(6) = -1$

$2a+b \geq 2$ $\quad g(6) = -2$ $\quad \frac{8-2t}{t-2} = \frac{a}{3}t + b$

$8-2t = (\frac{a}{3}t+b)(t-2)$

$6a+b \geq -2$

$6a+b \leq -1$

$\frac{8-2t}{t-2} = 2t^2 - 17t + 28$

$-\left(\frac{2t-4-4}{t-2}\right) = 2t^2 - 17t + 28$

$-\left(2 - \frac{4}{t-2}\right) = 2t^2 - 17t + 28$

$\frac{4}{t-2} = 2t^2 - 17t + 30$

$\frac{4}{t-2} = 2(t-6)(t-2,5)$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\sin(2\alpha+4\beta-2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+4\beta) = \sin(4\alpha+4\beta-2\alpha)$

$\sin(4\alpha+4\beta)\cos 2\alpha - \cos(4\alpha+4\beta)\sin 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$k_1 \cos 2\alpha - k_2 \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\frac{2}{17}\sqrt{1-t^2} = -\frac{2}{17} - \frac{8}{17}t$

$2\sqrt{1-t^2} = -2-8t$ $\quad -2-8t > 0$

$2(1-t^2) = (8t+2)^2$

$2-2t^2 = 64t^2 + 32t+4$

$66t^2+32t+2=0$

$D = 32^2 - 4\cdot 2\cdot 66$

$8t+2\sqrt{1-t^2} = -2$ $\quad 8t-2\sqrt{1-t^2} = -2$

$4(1-t^2) = (8t+2)^2$ $\boxed{-2-8t \geq 0}$ $\quad 4(1-t^2) =$

$1-t^2 = (4t+1)^2$

$\cancel{1}-t^2 = 4t^2+4t+\cancel{1}$

$5t^2+4t=0$

$(5t+4)t=0$

$\boxed{\begin{aligned} t&=0 \\ t&=-\frac{4}{5}\end{aligned}}$

$-8t+2\sqrt{1-t^2} = -2$

$2\sqrt{1-t^2} = 8t-2$

$\cancel{4}(1-t^2) = \cancel{4}(4t-1)^2$

$\cancel{1}-t^2 = 4t^2-4t+\cancel{1}$

$5t^2-4t=0$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$\exists x = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots$

$f(x) = \alpha_1 [p_1/4] + \alpha_2 [p_2/4] + \dots + \alpha_n [p_n/4] \Rightarrow f(x^2) = 2f(x)$

$f(x) = f(1/x) + f(x^2)$

$\underline{f(1/x) = -f(x)}$

$2f(2)$

$f(x) - f(y) < 0$

$f(x) < f(y)$

$144 + 64 + 15 + 8 =$

$= 144 + 64 + 23 =$

$= 144 + 87 = 231$

| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 3 | 1 | 1 | 0 | 4 | 0 | 4 | 1 | 1 | 2 | 5 | 0 | 2 | 3 | 0 | 1 |

$\underbrace{9x^2 - 18x + 9}\boxed{-9} + \underbrace{y^2 - 12y + 36}\boxed{-36} = 45$

$\cancel{(y-6x)^2} = (y-6)(x-1)$

$\cancel{y^2 - 12xy + 36x^2}$

$y - 6x = \begin{cases} (y-6) - 6(x-1) = \sqrt{(x-1)(y-6)} \\ 9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90 \end{cases}$

$\frac{8-2t}{t-2} \geq 2t^2 - 17t + 28$

$-\frac{2t-8}{t-2} \geq 2t^2 - 17t + 28$

$-\left(\frac{2t-4-4}{t-2}\right) \geq 2t^2 - 17t + 28$

$-\left(2 - \frac{4}{t-2}\right) \geq 2t^2 - 17t + 28$

$\frac{4}{t-2} - 2 \geq 2t^2 - 17t + 28$

$a^2 - 12ab + 36b^2 = ab$

$a^2 - 13ab + 36b^2 = 0$

$D = 169 - 4 \cdot 36 = 169 - 144 =$

$= 25b^2$

$a = \frac{13b \pm 5b}{2} = \left[\begin{array}{l} 9b \\ 4b \end{array}\right.$

$4(a; b)$

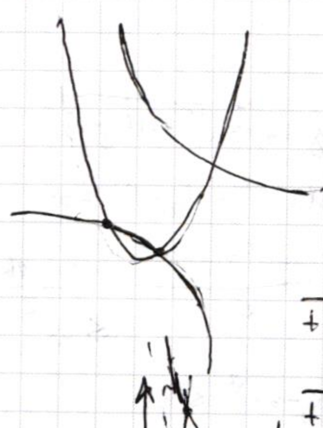
$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ 9b^2 + a^2 = 90 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{c}{3} - 6b = \sqrt{\frac{bc}{3}} \\ c^2 + b^2 = 90 \end{cases}$

$\begin{cases} c - 18b = \sqrt{3bc} \\ c^2 + b^2 = 90 \end{cases}$

$28 \times 39$; 351; 117; 1521; $-1296$; 225

$324 \times 4 = 1296$



30

$a^2 - 9ab - 4ab + 36b^2 = 0$

$\left[\begin{array}{l} 2{,}5 \\ 6 \end{array}\right.$ $a(a-9b) - 4b(a-9b) = 0$

$(a-4b)(a-9b) < 0$

$t^2 - 8{,}5t + 15$

$c^2 - 36bc + 324b^2 = 3bc$

$c^2 - 39bc + 324b^2 = 0$

$D = 39^2 \cdot b^2 - 4 \cdot 324 b^2 = (15b)^2$

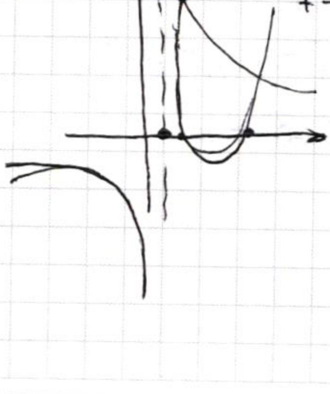
$c = \frac{39b \pm 15b}{2} = \left[\begin{array}{l} 27b \\ 12b \end{array}\right.$

$\frac{4}{t-2} \geq 2t^2 - 17t + 30$

$b^2 = \frac{90}{25}$

$\frac{4}{t-2} \geq 2(t-2{,}5)(t-6)$

$b = \pm \frac{3\sqrt{10}}{5}$



$c \geq 18b$

$9b^2 + 16b^2 = 90$

$b^2 = \frac{90}{25}$

$b = \pm \frac{3\sqrt{10}}{5}$

$145 b^2 = 90$

$b^2 = \frac{90}{145} =$ 18

$a = \pm \frac{12\sqrt{10}}{5}$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\sin((2\alpha+2\beta)+2\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sqrt{1-\frac{1}{17}} = \sqrt{\frac{16}{17}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \frac{2}{1+\cos 2\alpha} - 1$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\cdot \sin 2\beta = -\frac{2}{17}$

$$\left[\begin{array}{l} -\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta + \frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\beta = -\frac{2}{17} \\ -\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta - \frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\beta = -\frac{2}{17} \end{array}\right.$$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\sqrt{1-t^2} + \frac{4}{\sqrt{17}}t = -\frac{2}{17}$

$\sqrt{1-t^2} = \left(-\frac{2}{17} - \frac{4}{\sqrt{17}}t\right)\cdot(-\sqrt{17})$

$1-t^2 = 17\left(\frac{4}{\sqrt{17}}t + \frac{2}{17}\right)^2$

$1-t^2 = 17\left(\frac{16}{17}t^2 + \frac{16}{17\sqrt{17}}t + \frac{4}{289}\right)$

$1-t^2 = 16t^2 + \frac{16}{\sqrt{17}}t + \frac{4}{17}$

$17t^2 + \frac{16}{\sqrt{17}}t - \frac{13}{17} = 0$

$D = \frac{16^2}{17} + \frac{4\cdot 17\cdot 13}{17}$

$$\begin{cases} y-6x = \sqrt{x(y-6)-(y-6)} \\ 9x^2+y^2-18x-12y-45=0 \end{cases}$$

$y-6x \leqslant$

$(y-6x)^2$

$y-6x = \sqrt{(x-1)(y-6)}$

$9(x^2-2x+1) + (y^2-12x+36) = 90$

$$\begin{cases} 9(x-1)^2+(y-6)^2 = 90 \\ y-6x = \sqrt{(x-1)(y-6)} \end{cases}$$

$\underbrace{(x-1)^2+(y-6)^2}_{\leqslant 90} = 90 - 8(x-1)^2$

ОДЗ: $26x - x^2 > 0$

$|x^2-26x|^{\log_5 12} + 26x \geqslant x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)}$

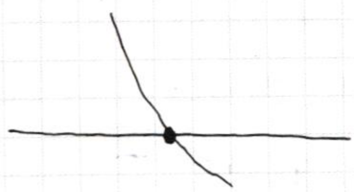
$12^{\log_5(26x-x^2)} + 26x - x^2 - 13^{\log_5(26x-x^2)} \geqslant 0$

$$\begin{cases} y-6x = \sqrt{(x-1)(y-6)} \\ 9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90 \end{cases}$$

$\exists\ 26x - x^2 = t,\ t>0$

$\frac{(x-1)^2+(y-6)^2}{2} = \frac{90-8(x-1)^2}{2} \leqslant 45$

$12^{\log_5 t} + t - 13^{\log_5 t} \geqslant 0$



$12^{\log_5 t} + 5^{\log_5 t} \geqslant 13^{\log_5 t}$

$(y-6x)^2 \leqslant 45$

$\left(\frac{12}{13}\right)^{\log_5 t} + \left(\frac{5}{13}\right)^{\log_5 t} \geqslant 1$

$\boxed{y \geqslant 6x}$

$y^2 - 12xy + 36x^2$

$\log_5 t \leqslant 2$

$9(x-1)^2 + 36(x-1)^2 = 90$

$(x-1)^2 = 2$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)