МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geqslant |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 27$, $3 \leqslant y \leqslant 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax + b \geqslant 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

© МФТИ, 2022

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - x^2$;

т.к. $x^2+6x>0$, то модуль упразд. означает +;

$\log_4(x^2+6x) = t$;

$3^t + 4^t \geq 5^t$; слева и справа две возраст. функции;

они имеют пересечение только ~~в~~ ~~точке~~ при $t=2$;

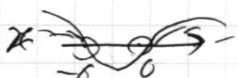
$9+16 = 25$, а дальше равенства не будет никогда по теореме ~~дерк~~ Ферма $x^n+y^n=z^n$ при $n>2$ не имеет корней; при $t=3$ $3^3+4^3 \geq 5^3$ – неверно

а т.к. пересечений далее не будет, то 5^t будет больше всегда, чем 3^t+4^t;

при $t<2$ ситуация будет обратная, а значит нер-во верно при $t \in (-\infty; 2]$;

$\log_4(x^2+6x) \leq 2$;

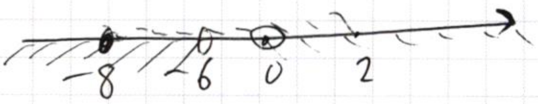
ОДЗ: $x^2+6x>0$; $x(x+6)>0 \Leftrightarrow$



$x \in (-\infty;-6) \cup (0;+\infty)$

$\log_4(x^2+6x) - \log_4 16 \leq 0$

$$\begin{cases}(4-1)(x^2+6x-16) \leq 0 \\ x \leq -6 \\ x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-2)(x+8) \leq 0 \\ x<-6 \\ x>0\end{cases}$$



Ответ: $x \in [-8;-6) \cup (0;2]$

№ ~~2~~ 2

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} & (1) \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4; & (2) \end{cases}$$

$y \geq \frac{2}{3}x$

$9y^2-15xy+4x^2+2x+3y-2=0;$

решим отн. y;

$9y^2-y(15x-3)+4x^2+2x-2=0;$

$D=81x^2-162x+81=9^2(x-9)^2$

$y_1=-\frac{x+17}{3}$; $y_2=\frac{-4x+13}{3}$

подставим во (2)

y_1: $15x^2+64x+387=0$; $D<0$

y_2: $25x^2-114x+128=0;$

$\frac{D}{4}=57^2-25\cdot128=49;$

$\left[\begin{aligned} x_1&=\frac{57+7}{25}=\frac{64}{25} \\ x_2&=\frac{57-7}{25}=2 \end{aligned}\right.$ $\quad y(x_1)=\frac{\frac{-4\cdot64}{25}+14}{3}$

$y(x_2)=2;$

$2\geq\frac{2}{3}\cdot2$ – верно; $\quad \frac{\frac{-4\cdot64}{25}+14}{3}\geq\frac{2}{3}\cdot\frac{64}{25}$

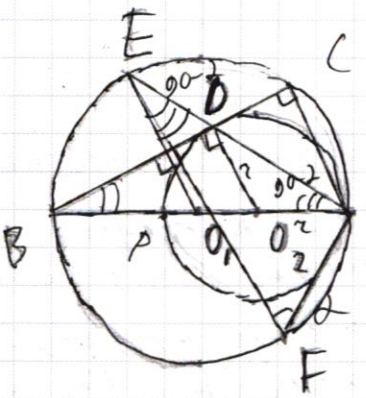
$14\geq\frac{6\cdot64}{25}$; $14\geq15\frac{9}{25}$ – ложь

Ответ: $(2;2)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4



С по т. сек. и кас. кас;

$BD^2 = BP^2 \cdot BA$;

$BP = AB - PA = 2R - 2r$;

$\triangle$ ~~ABC~~ ACB – прям., т. к. AB – диам.

$\triangle BO_2D \sim \triangle BCA$ (по ~~двум~~ 2 углам)

$\frac{O_2B}{BA} = \frac{BD}{CB}$; $BD = \frac{13}{2}$

$BC = 9$;

$\frac{2R-r}{2R} = \frac{13}{2\cdot 9}$ $18R - 9r = 13R$;

$5R = 9r$; $R = \frac{9}{5}r$;

$\frac{169}{4} = (2R-2r)2R = \left(\frac{18}{5}r - 2r\right)\frac{18}{5}r$

$\frac{169}{4} = \frac{\cancel{18}^{9}\cdot\cancel{18}}{25}r^2$; $\boxed{r = \frac{5\cdot 13}{3\cdot 8};\ R = \frac{13\cdot 3}{8}}$

$\angle EO_1A$ – центральный $= 2\angle EFA = 2\alpha$;

$\angle O_1AE = \frac{180-2\alpha}{2} = 90-\alpha$; $O_1E = \cancel{r}\ R$;

$\triangle O_1AE \sim \triangle O_2AD$; $\frac{AD}{AE} = \frac{5}{9}$;

$\begin{cases} AD\cdot DE = CD\cdot DB; \\ AD = \frac{5}{9}AE \end{cases} \Leftrightarrow AD = \frac{\sqrt{5\cdot 13}}{4}$

Т. cos для $\angle BAE$;

$r^2 = r^2 + AD^2 - 2AD\cdot r\cdot\cos(90-\alpha)$;

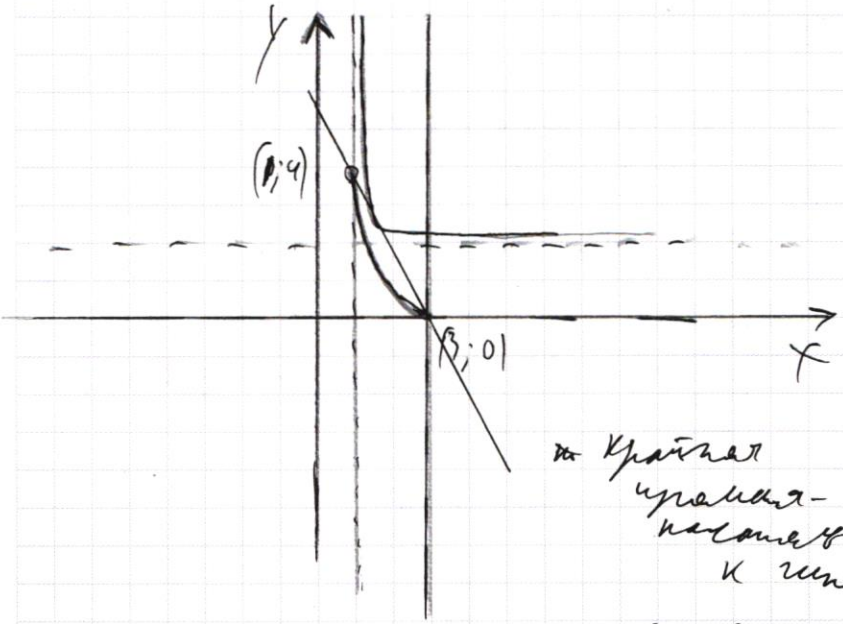
$\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{5\cdot 13}}$

№ 6

$y_2 = ax + b = y_1$; $y_1 = 2 + \frac{1}{2(x-1)}$

y_2 г-парабола ; важно знать, что $y_2(1) = 4$

$y_2(3) = 0$;



очевидно, что прямая данная проходит в точках (0;4) и (3;0), а остальные прямые — параллельные ей, что они пересекут перпот- ось до (3;0)

Кратная прямая-касательная к гиперболе.

~~0 = a. 4 = a·0 + b, b~~

$4 = a + b$; $4 = -2a$; $a = -2$;

$0 = 3a + b$; $b = 6$;

$y = -2x + 6$; проверим на общую точку с гиперболой ;

$-2x + 6 = 2 + \frac{1}{2(x-1)} \Longleftrightarrow (2x-3)^2 = 0$;

$x = \frac{3}{2}$

$\Downarrow$

$y = -2x + 6$ — ещё и касательная к гиперболе

Ответ: $(-2; 6)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}$;

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta=-\frac{8}{17}$;

$\cos 2\beta=\frac{4}{\sqrt{17}}$; $\sin 2\beta=\pm\frac{1}{\sqrt{17}}$;

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$;

sin+ :

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}+\frac{1}{\sqrt{17}}(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$8\sin\alpha\cdot\cos\alpha+2\cos^2\alpha=0$; $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$;

$4\,tg\,\alpha+1=0$; $tg\,\alpha=-\frac{1}{4}$;

sin– : $2\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}-\frac{1}{\sqrt{17}}(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)+\frac{1}{\sqrt{17}}=0$;

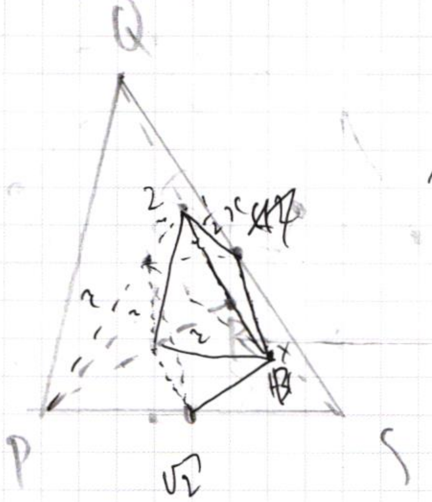
$8\sin\alpha\cos\alpha+2\sin^2\alpha=0$; $(:\cos^2\alpha)$

$tg^2\alpha+4\,tg\,\alpha=0$;

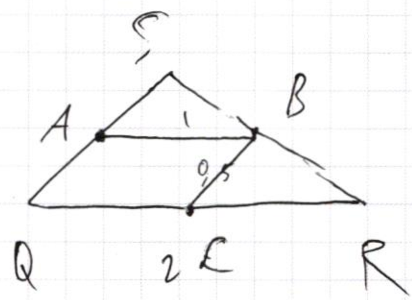
$tg\,\alpha(tg\,\alpha+4)=0$; $tg\,\alpha=0$; $tg\,\alpha=-4$;

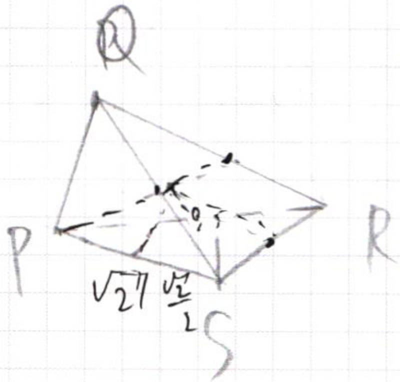
Ответ: $-\frac{1}{4}$; -4; 0

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$AB = 1$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2;$ $\quad 36\cdot 4=144$

$\begin{cases} 9y^2-15xy+4x^2+2x+3y-2=0; \\ \cancel{9x^2+9y^2-18x-12y-12=0}; \end{cases}$ $\quad 169\cdot 3=507$ $\quad 81-3=78$ $\quad 78:2=39$

$9y^2-y(15x-3)+4x^2+2x-2=0;$

$D=(15x-3)^2-4\cdot 9(4x^2+2x-2)=225x^2-90x+9-144x^2-72x+72=$

$=81x^2-162x+81=(9x-9)^2=9^2(x-9)^2$ $\quad 13\cdot 8=104$

$y_1=\dfrac{-15x+3+9(x-9)}{2\cdot 9}=\dfrac{-6x-78}{2\cdot 9}=\dfrac{-3x-39}{9}=$

$=-\dfrac{x+13}{3};$ $\quad 26\cdot 3=78$

$y_2=\dfrac{-15x+3-9x+81}{2\cdot 9}=\dfrac{-24x+84}{2\cdot 9}=\dfrac{-12x+42}{9}=$

$=\dfrac{-4x+14}{3};$ $\quad 9\left(y+\dfrac{x+13}{2}\right)\left(y-\dfrac{-4x+14}{3}\right)=0;$

$y=-\dfrac{x+13}{2};$ $\quad y=\dfrac{-4x+14}{3};$ $\quad y\geq\dfrac{2}{3}x;$

$\cancel{\frac{2}{3}x\leq\ldots\frac{x+13}{2}}$

$3x^2+3\dfrac{(x+13)^2}{4}-6x-2(x+13)=4;$

$12x^2+3x^2+78x+507-6x-8x-104-16=0$

$15x^2+64x+387=0;$ $\quad 32\cdot 32=1024$ $\quad 407-16=387$

$\dfrac{D}{4}=32^2-15\cdot 387<0$ $\quad 387\cdot\ldots$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$4 \cdot 14 = 56$

112

$y = \frac{-4x+14}{3};$

$3x^2 + \frac{(-4x+14)^2}{3} - 6x - \frac{4}{3}(-4x+14) = 4$

$3x^2 + \frac{16x^2 - 112x + 196}{3} - 6x - \frac{-16x+56}{3} = 4$

$9x^2 + 16x^2 - 112x + 196 - 18x + 16x - 56 = 12;$

$\cancel{25x^2 - 2x + 16 = 0;}$

$25x^2 - 114x + 128 = 0;$

$\frac{D}{4} = 57^2 - 25 \cdot 128 = 49$

$196 - 56 = 140$

$112 + 12 = 124$

$124 + 56 = 180$

$57 \cdot 57$: $399 + 285 = 3249$

$128 \cdot 25$: $640 + 256 = 3200$

$x_1 = \frac{57+7}{25} = \frac{64}{25}$

$x_2 = 2;$

$y = \frac{-8+14}{3} = 2$

$(2;2)$

$y \geq \frac{2}{3}x$

$y = \frac{-\frac{4 \cdot 64}{25} + 14}{3}$

$-\frac{4 \cdot 64}{25} + 14 \geq \frac{2 \cdot 64}{25};$

$64 \cdot 6 = 384$

$14 \geq \frac{6 \cdot 64}{25}$ — ложь;

$384 : 25 = 15$, -25, 134, -125, 9

$\frac{1}{2} \sin \frac{2\alpha + 4\beta + 2\alpha}{2} \cdot \cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha + 2\beta) \cos 2\beta = -\frac{16}{17};$

$-\frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \cos 2\beta = -\frac{16}{17};$

$\cos 2\beta = \frac{16 \cdot \sqrt{17}}{17}$

$\sin x + \sin y = \frac{1}{2} \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$

$\frac{1}{2}\left(\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{y}{2} + \sin\frac{y}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}\right) \cdot \left(\cos\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{y}{2} + \sin\frac{x}{2} \cdot \sin\frac{y}{2}\right) =$

$= \frac{1}{2}\left(\sin\frac{x}{2} \cos\frac{x}{2} \cdot \cos^2\frac{y}{2} + \sin\frac{y}{2} \cdot \cos\frac{y}{2} \cos^2\frac{x}{2} \right.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha + 4\beta) \cancel{+} + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$;

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2(\alpha + \beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\sin(\alpha+\beta) \cdot \cos(\alpha+\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{4\alpha + 4\beta}{2} \cdot \cos 2\beta$

$\cancel{\frac{1}{2}\sin(2\alpha+2\beta) \cdot \cos 2\beta} =$

$\cancel{2\sin(\alpha+\beta) \cdot \cos(\alpha+\beta)}$ $\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$;

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$;

$\sin 2\alpha(\cos 4\beta + 1) + \cancel{2}\sin \cancel{4}\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin x + \sin y =$

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{9y^2 - 12xy + 4x^2 = 3xy - 2x - 3y + 2}; \\ \cancel{3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4}. \end{cases}$$

$\cancel{y(3y-4) + 3x(x-6)}$

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$3x^2-6x+3y^2-4y-4=0;$

$\cancel{3(x^2-2x)+3}\ \frac{8}{4}=9-\cancel{3y^2}\cdot 3(3y^2-4y-4)=$

$=9-9y^2+12y+12=-9y^2+12y+21=-3(3y^2-4y-7);$

$$\begin{cases} 9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2 \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9y^2+4x^2-15xy+2x+3y-2=0 \\ 9x^2+9y^2-18x-12y-12=0; \end{cases}$$

$5x^2+15xy-20x-15y-10=0;$ $\quad D=(3y-4)^2+4(3y+2)=$

$x^2+3xy-4x-3y-2=0;$ $\quad =9y^2-24y+16+12y+8=$

$x^2+x(3y-4)-3y-2=0;$ $\quad =9y^2-12y+24=$

$=(3y-2)^2+20;$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geq|x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$

$x^2+6x=t;$ $\quad t>0;$

$3^{\log_4 t}+t\geq|t|^{\log_4 5}$ $\quad |t|=\begin{cases} t, & t\geq 0 \\ -t, & t<0 \end{cases}$

$t^{\log_4 3}+t^{\log_4 4}-t^{\log_4 5}\geq 0;$ $\quad 2^x-2^1;\Longleftrightarrow(2-1)(x-1)$

$\cancel{t(t^{\log_4 3-1}-t^{\log})}$

$\cancel{(t-1)}$ $\quad t(t^{\log_4 3-1}-t^{\log_4 5-1}+1)\geq 0;$

$\log_4 3-\log_4 4=\log_4\frac{3}{4}$

$t^{\log_4\frac{3}{4}}-t^{\log_4\frac{5}{4}}+1\geq 0;$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\cancel{4x-3}$ $y = \frac{4x-3}{2x-2}$; $\cancel{\frac{4x-3}{2(x-1)}}$ $\frac{34}{3}$ 1

102

$2\cdot\sqrt{2} = \cancel{24}$ $2{,}8$

$\begin{array}{r|l} 4x-3 & 2x-2 \\ -\ 4x-4 & 2 \\ \hline 1 & \end{array}$

$y = 2 + \frac{1}{2x-2}$ $\frac{17}{2{,}8} \approx$

$\frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}; 3{,}7$

$8-34+30 = -4$

$y' = \frac{-2}{(2x-2)^2} = -\frac{2}{(2x-2)^2}$ $f'g - fg'$

$30 - \frac{289}{8}$

$y = 2 + \frac{1}{2(x-1)}$

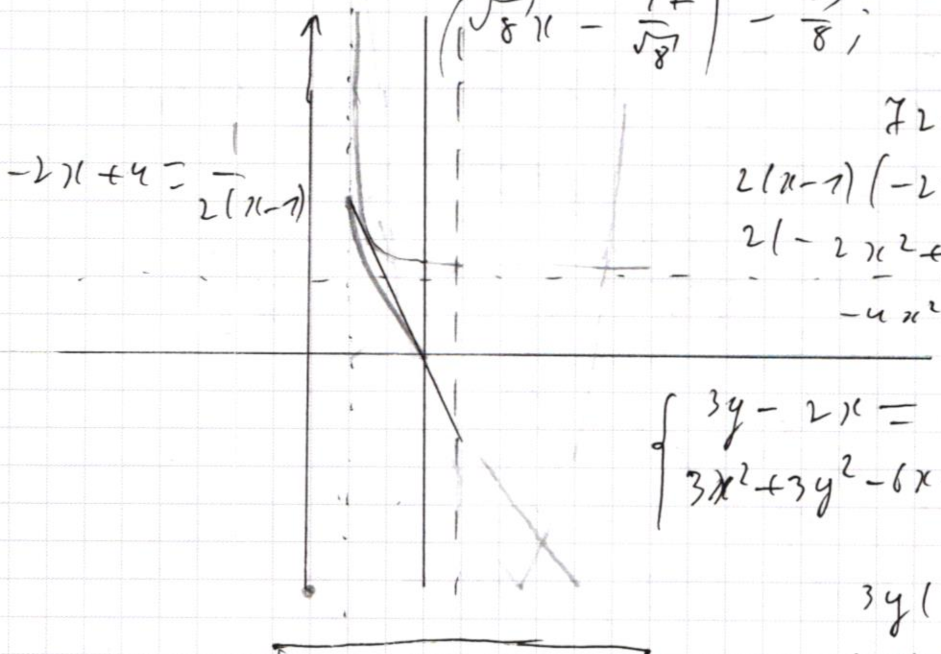
$\frac{240-289}{8} = -\frac{49}{8}$

$\frac{34}{26} =$ $(\sqrt{8}x)^2 - 2\sqrt{8}\frac{17}{\sqrt{8}}\cdot x + 30 + \frac{17^2}{8} - \frac{17^2}{8}$

$\left(\sqrt{8}x - \frac{17}{\sqrt{8}}\right)^2 - \frac{49}{8}$;

$\frac{1}{2x}$

$-2x+4 = \frac{1}{2(x-1)}$



$72 - 102 + 30 = 0$;

$2(x-1)(-2x+4) = 1$;

$2(-2x^2 + 2x - 4 + 4x) = 1$

$-4x^2 + 4x - 8 + 8x = 1$

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$$

$3y(x-1) - 2(x-1)$

$3y - 2x = \sqrt{(3y-2)(x-1)}$

$3x(x-2)$ $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$y(3y-4)$ $(2x-3)^2$

$3(x^2 - 2x)$

$3((x-1)^2 - 1) + 3y^2 - 4y = 4$

$3(x-1)^2 + 3y^2 - 4y - 7 = 0$;

$3(x-1)^2 + 3\left(y - \frac{7}{3}\right)(y+1) = 0$; $\frac{D}{4} = 4 + 3\cdot 7 = 25$

$$\left[\begin{array}{l} y_1 = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3} \\ y_2 = \frac{2-5}{3} = -1 \end{array}\right.$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

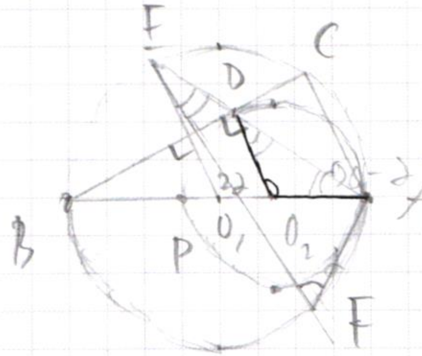
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

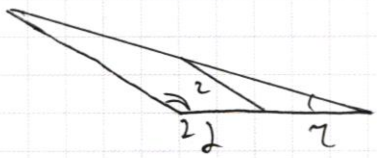
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$R=\frac{13\cdot3}{8}$; $r=\frac{5\cdot13}{3\cdot8}$;

$\frac{180-2\alpha}{2}=90-\alpha$;



$\frac{r}{R}=\frac{5\cdot13\cdot8}{3\cdot8\cdot13\cdot3}=\frac{5}{9}$

$AD\cdot DE=BD\cdot CD$; $AD\cdot DE=\frac{5}{2}\cdot\frac{13}{2}$;

$\frac{AD}{AE}=\frac{r}{R}$; $\frac{AD}{AE}=\frac{5}{9}$; $AD=\frac{5}{9}AE=\frac{5}{9}(AD+DE)$

$4AD^2=\frac{5\cdot13}{4}$; $4AD=DE$ $\frac{4}{9}AD=\frac{5}{9}DE$

$AD=\frac{\sqrt{5\cdot13}}{4}$; $r=\frac{5\cdot13}{3\cdot8}$

$r^2=r^2+\frac{5\cdot13}{16}-2r\cdot\frac{\sqrt{5\cdot13}}{4}\cdot\sin\alpha$;

$\sin\alpha=\frac{\cancel{5\cdot13}\cdot\cancel{3\cdot8}\cdot\cancel{4}}{\cancel{16\cdot2}\cdot\cancel{5\cdot13}\sqrt{5\cdot13}}=\frac{3}{\sqrt{5\cdot13}}$;

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(a\cdot1)=f(a)+f(1)$; $f(1)=0$;

$f(x:y)=f(x)+f(\frac{1}{y})$ $\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\sin x\cdot\cos^2\frac{y}{2}+\frac{1}{2}\sin y\cdot\cos^2\frac{x}{2}+$

$+\frac{1}{2}\sin^2\frac{x}{2}\sin y+\frac{1}{2}\sin^2\frac{y}{2}\sin x)=$

$3y-2x=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$

$(x-1)^2+(y-\frac{7}{3})(y+1)=0$; $=\frac{1}{4}(\sin y+\sin x)$

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$; $2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos2\beta=-\frac{8}{17}$;

$+\frac{\cos2\beta}{\sqrt{17}}=\frac{4}{17}$; $\cos2\beta=\frac{4}{\sqrt{17}}$;

$\sin2\beta=$.

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3^{\log_4 t} + \frac{4^{\log_4 t}}{3^{\log_3 t}} - 5^{\log_4 t} \geq 0;$ $(: 3^{\log_3 t} > 0)$

$3^{\log_4 t - \log_3 t} - \frac{5^{\log_4 t}}{3^{\log_3 t}} \geq 0;$

$2^x - 2^1$

$t^{\log_4 3} + t - t^{\log_4 5} \geq 0;$

$5^z = k$

$t^{\log_4 \frac{3}{4}} - t^{\log_4 \frac{5}{4}} + 1 \geq 0;$

$3^{\log_4 t} + 4^{\log_4 t} - 5^{\log_4 t} \geq 0,$ $\log_4 t = z;$

$3^z + 4^z - 5^z \geq 0;$ $3^z + 4^z \geq 5^z;$

~~$y = 3^x + 4^x$~~

$(3^z)^{\log_5 5} + (4^z)^{\log_5 5} \geq 5^z$

$5^{\log_5 3^z} + 5^{\log_5 4^z} \geq 3^z$

$5^{z \cdot \log_5 3} + 5^{z \cdot \log_5 4} - 5^z \geq 0;$

$k^{\log_5 3} + k^{\log_5 4} - k \geq 0,$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}};$

$\sin 2\beta = \pm\sqrt{1 - \frac{16}{17}} = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}};$

$4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1;$

$8\sin\alpha \cdot \cos\alpha + \cos^2\alpha \cancel{- \sin^2\alpha + \sin^2\alpha} + \cos^2\alpha = 0;$

$\overset{4}{\cancel{8}}\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 2\cos^2\alpha =$

$4\,tg\,\alpha + 1 = 0$

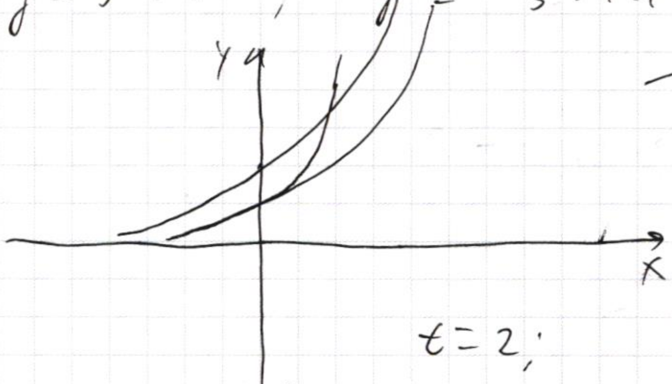
$tg\,\alpha = -\frac{1}{4}$

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 4^{\log_4(x^2+6x)} \geq 5^{\log_4(x^2+6x)}$$

$3^t + 4^t \geq 5^t$; $t=0$; $t=1$; $t=2$

$9+16\geq 25$,

$y = 3^t + 4^t$; $y' = 3^t \cdot \ln 3 + 4^t \ln 4$



$t=3$;

$27+64 \geq 125$;

$x^4 + y^4 = z^4$

$t=2$;

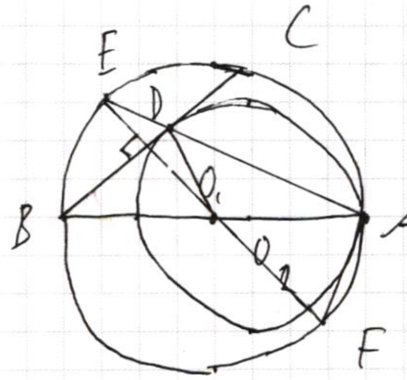
$\log_4(x^2+6x) = \log_4 16$;

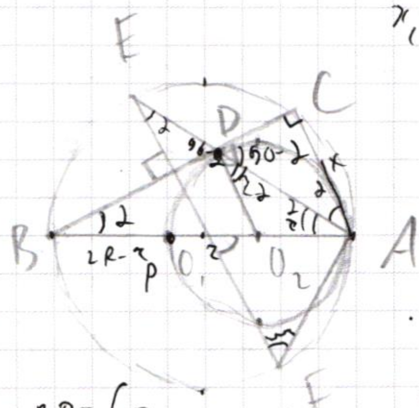
$x^2+6x-16=0$;

$\frac{D}{4} = 9+16=25$;

$x_1 = -3+5 = 2$

$x_2 = -3-5 = -8$;





$\frac{5}{2}+\frac{13}{2} = \frac{18}{2} = 9$

$BD^2 = BP \cdot BA$;

$BD^2 = (BA - 2r)BA$;

$(2R-r)^2 = r^2 + BD^2$;

$BD^2 = (2R-2r)2R$;

$4R^2 - 4Rr = BD^2$

$\frac{2R-r}{2R} = \frac{BD}{BC}$

$BP = (BA - 2r)$

$R^2 = \frac{169 \cdot 9}{4 \cdot 16}$

$(2R-r)^2 = r^2 + BD^2$

$R = \frac{13 \cdot 3}{8}$;

$4R^2 - 4rR = BD^2$

$4R^2 - 4Rr + r^2 = r^2 + BD^2$

$4R^2 - 4Rr = \frac{169}{4}$;

$(2R-r)9 = 13R$; $r = \frac{5}{9}R$,

$18R - 9r = 13R$;

$5R = 9r$;

$4R^2 - \frac{20}{9}R^2 = \frac{169}{4}$

$r = \frac{5 \cdot 13 \cdot 3}{9 \cdot 8} = \frac{65}{24}$.

$\frac{16R^2}{9} = \frac{169}{4}$;

$\frac{36-20}{9}R^2 = \frac{169}{4}$;

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)