МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geqslant |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 27$, $3 \leqslant y \leqslant 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax + b \geqslant 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin(2\alpha) = 2\cdot\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(2\beta)$

подставим вместо $\sin(2\alpha+2\beta)$ $-\frac{1}{\sqrt{17}}$.

получим $-\frac{2}{\sqrt{17}}\cdot\cos(2\beta) = -\frac{8}{17} \;\Big|\cdot\left(-\frac{\sqrt{17}}{2}\right)$

$\cos 2\beta = \frac{4\sqrt{17}}{17}$ $\quad \cos^2 2\beta + \sin^2 2\beta = 1$

$\sin^2 2\beta = 1-\cos^2 2\beta = 1 - \frac{16\cdot 17}{17\cdot 17} = \frac{17-16}{17} = \frac{1}{17}.$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}.$

воспользуемся формулами $\sin 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$

$\cos 2\alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$

получаем $\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}\cos 2\beta + \frac{(1-\operatorname{tg}^2\alpha)}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}.$

домножим на $(1+\operatorname{tg}^2\alpha)>0$

$2\operatorname{tg}\alpha\cdot\cos 2\beta + (1-\operatorname{tg}^2\alpha)\cdot\sin 2\beta = -\frac{(1+\operatorname{tg}^2\alpha)}{\sqrt{17}}.$

получим квадратное относительно $\operatorname{tg}\alpha$.

~~От~~ квадратное уравнение имеет не более 2 решений. Откуда чтобы 3 решения? ~~От~~ Ситуация реализуема благодаря $\sin^2\beta = \frac{1}{17}$ т.к

№ 2 $\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$

$3xy-2x-3y+2=x(3y-2)+2-3y=(x-1)(3y-2)$

сделаем замену $x-1=t$

$3y-2=v$

~~Зд~~ $3y-2x=3y-2+2-2x=v-2t.$

$3x^2+3y^2-6x-4y-4=0$

$3(x-1)^2-3+3y^2-4y-4=0$

$3(x-1)^2+3y^2-4y-7=0$

$3(x-1)^2+3y^2-4y+\frac{4}{3}-\frac{4}{3}-7=0$

$3(x-1)^2+\frac{1}{3}(9y^2-12y+4)-\frac{25}{3}=0$

$3t^2+\frac{1}{3}\cdot v^2-\frac{25}{3}=0 \quad |3 \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow 9t^2+v^2=25$

для новых переменных система примет вид. $\begin{cases} v-2t=\sqrt{vt}. \\ 9t^2+v^2=25 \end{cases}$ возведем в квадрат, но учтем $v-2t\geq 0$ получаем равносильность

$\begin{cases} v^2-4vt+4t^2=vt \\ 9t^2+v^2=25 \end{cases}$

$\begin{cases} v^2-5vt+4t^2=0 \\ 9t^2+v^2=25 \end{cases}$

Р-м первое $v^2-5vt+4t^2=0$ решим относительно v

$D=25t^2-16t^2=9t^2 \quad v_1=\frac{5t-3t}{2};\ v_2=\frac{5t+3t}{2}$

$v_1=t;\ v_2=4t.$

Р-м случай $v=t$

черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 продолжение

$\sin\beta$ принимает 2 значения отсюда получаем 2 различных квадратных уравнения

Т.е. первое, когда $\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$.

$2tg_{\alpha} \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} + (1-tg^2\alpha)\cdot\frac{1}{\sqrt{17}} = -\frac{(1+tg^2\alpha)}{\sqrt{17}} \quad | \sqrt{17}$

$8tg_{\alpha} + (1-tg^2_{\alpha}) = -(1+tg^2_{\alpha})$

$8tg_{\alpha} + (1+1-tg^2_{\alpha}+tg^2_{\alpha}) = 0$

$8tg_{\alpha} = -2$

$tg_{\alpha} = -\frac{1}{4}$ первое значение

Т.е. второе, когда $\sin\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$.

$2tg_{\alpha}\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} - \frac{(1-tg^2_{\alpha})}{\sqrt{17}} = -\frac{(1+tg^2_{\alpha})}{\sqrt{17}} \quad | \sqrt{17}$

$8tg_{\alpha} + (tg^2_{\alpha}-1) = -(1+tg^2_{\alpha})$

$tg^2_{\alpha} - 1 + 8tg_{\alpha} + 1 + tg^2_{\alpha} = 0$

$2tg^2_{\alpha} + 8tg_{\alpha} + 2 = 0 \quad | \frac{1}{2}$

$tg^2_{\alpha} + 4tg_{\alpha} + 1 = 0$

$tg_{\alpha} = t. \qquad t^2+4t+1=0$

$D = 16-4 = 12 \qquad t_1 = \frac{-4+\sqrt{12}}{2} = -2+\sqrt{3}$

$t_2 = \frac{-4-\sqrt{12}}{2} = -2-\sqrt{3}$

$tg_{\alpha} = -2-\sqrt{3}$; $tg_{\alpha} = -2+\sqrt{3}$ еще 2 значения.

Ответ: $-\frac{1}{4}$; $-2+\sqrt{3}$; $-2-\sqrt{3}$

№2 продолжение

подставим во-второе

$9t^2+t^2=25$

$10t^2=25$

$t^2=\frac{5}{2}$ $\quad t_1=\sqrt{\frac{5}{2}}$ $\quad t_2=-\sqrt{\frac{5}{2}}$

~~при~~ в этом случае

$v=\sqrt{\frac{5}{2}}$

проверим $\sqrt{\frac{5}{2}}-2\sqrt{\frac{5}{2}}<0$ неподх

при $t_2=-\sqrt{\frac{5}{2}}$ $\quad v=-\sqrt{\frac{5}{2}}$

проверим $-\frac{\sqrt{5}}{2}-\left(-2\sqrt{\frac{5}{2}}\right)>0$ подходит.

имеем пару $t=-\sqrt{\frac{5}{2}}$; $v=-\sqrt{\frac{5}{2}}$.

2-й случай $v=4t$.

подставим во-второе

$9t^2+16t^2=25$

$\left[\begin{array}{l} t=1, \text{ при этом } v=4 \\ t=-1. \text{ при этом } v=-4. \end{array}\right.$

проверим каждую пару.

$4-2>0 \Rightarrow t=1, v=4$ подходят

$-4-(-2)<0 \Rightarrow$ пара $t=-1$, $v=-4$ не подходит

получаем

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} t=1 \\ v=4 \end{cases} \\ \begin{cases} -\sqrt{\frac{5}{2}}=v \\ -\frac{\sqrt{5}}{2}=t. \end{cases} \end{array}\right.$$

2-я ситуация $t=1$, $v=4$

$x=1+t=2$

$y=\frac{v+2}{3}=2$ первая пара решений

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

в случае $t=-\sqrt{\frac{5}{2}}$ $v=-\sqrt{\frac{5}{2}}$ №2 продолжение

$x=-\sqrt{\frac{5}{2}}+1$

$y=\frac{-\sqrt{\frac{5}{2}}+2}{3}$ вторая пара.

Эти решения не нужно проверять т.к все переходы были равносильны, все нужные проверки уже сделаны

Ответ: $(2;2)$; $\left(-\sqrt{\frac{5}{2}}+1;\ \frac{-\sqrt{\frac{5}{2}}+2}{3}\right)$

№3 $3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geq|x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$

ОДЗ: $x^2+6x>0$

$x(x+6)>0$

$\boxed{x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty)}$

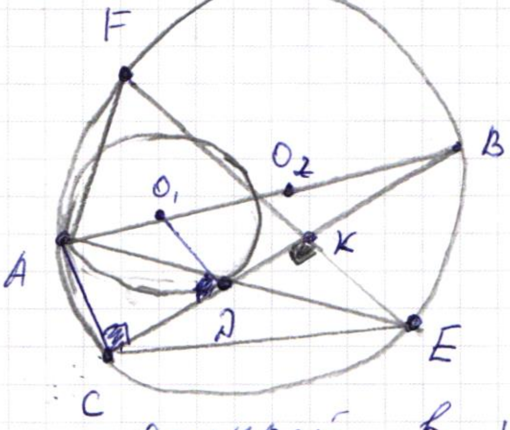
$3^{\log_4(x^2+6x)}=x^2+6x^{\log_4 3}$ докажем. ОДЗ учтено, показательные функции >0, прологарифмируем по основанию 4, это равносильно

$\log_4 3\cdot\log_4(x^2+6x)=\log_4(x^2+6x)\cdot\log_4 3$, ~~что~~ доказано; в силу того что $(x^2+6x)>0$

$|x^2+6x|=x^2+6x$.

$(x^2+6x)^{\log_4 3}+x^2+6x\geq(x^2+6x)^{\log_4 5}$

№ 4.



Окружность с центром O_2 – Ω; с центром O_1 – w_1; точки $A; O_1; O_2; B$ лежат на 1 прямой

$O_1D \perp BC$ (радиус проведенный в точку касания)

Р-м $\triangle O_1DB$ по т. Пифагора

$O_1D^2 + BD^2 = O_1B^2$ обозначим радиус окружности w – r; радиус окружности Ω – R; для любого отношения $\frac{r}{R}$

$O_1B = 2R - r$;

подставим $(2R-r)^2 = \frac{169}{4} + r^2$

$4R^2 - 4Rr + \cancel{r^2} = \frac{169}{4} + \cancel{r^2}$

$4R^2 - 4R \cdot r = \frac{169}{4}$

Р-м $\triangle ABC$, т.к AB – диаметр $\angle C = 90°$

Р-м $\triangle ABC$ и $\triangle BO_1D$ они подобны (по 3 равным углам $\angle B$ – общий и углы по $90°$)

$\frac{BO_1}{AB} = \frac{BD}{BC}$; $\frac{2R-r}{2R} = \frac{13}{2 \cdot 9}$

$18(2R-r) = 13 \cdot 2R$

$36R - 18r = 26R$

$10R = 18r$ $R = \frac{9}{5}r$ подставим в $4R^2 - 4Rr = \frac{169}{4}$

$4 \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{9}{5} r^2 - 4 \cdot \frac{9}{5} r^2 = \frac{169}{4}$

$\frac{4 \cdot 9}{5} r^2 \left(\frac{9}{5} - 1\right) = \frac{169}{4}$ $\frac{16 \cdot 9}{5 \cdot 5} r^2 = \frac{169}{4}$ $r^2 = \frac{169 \cdot 25}{4 \cdot 16 \cdot 9}$

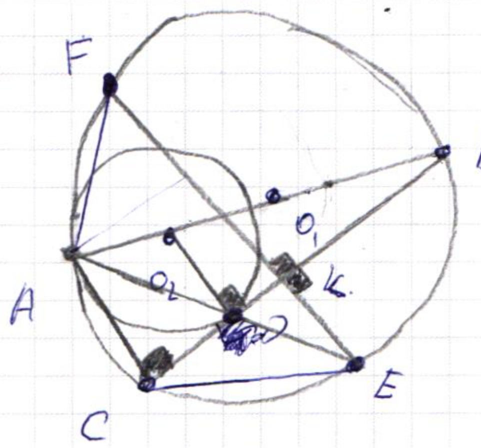
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$CD = \frac{5}{2}$ $BD = \frac{13}{2}$

$(2R-r)^2 = r^2 + \frac{169}{4}$

$4R^2 - 4Rr + \cancel{r^2} = \cancel{r^2} + \frac{169}{4}$

второе $\frac{169}{4} = 2R\cdot(2R-2r)$

$2R\cdot 2(R-r) = 4R(R-r)$

$\frac{2R}{2R-r} = \frac{9\cdot 2}{13}$

$26R = 2R - r =$ через подобие => r знаем.

зная R надо найти AE

AC знаю, CD знаю => AD знаю.

через $CB \cap AE$ знаю DE. => $\angle AFE$ известен.

CE знаю => знаю AF из равнобоких трапеции. осталось найти EK.

нанести решающий удар.

$\frac{AC}{EK}$ через подобие.

зная KE найдем CE и FE

$\frac{KE}{AC} = \frac{AD}{DE}$ $180 - D - 90 = 90 - D$.

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№4 продолжение

$r = \frac{13 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 3}$ $R = \frac{9}{5} \cdot \frac{13 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{13 \cdot 3}{2 \cdot 4}$

~~из $\triangle ACB$~~ AC из подобия $\triangle ACB$ и BO_1O

$\frac{r}{AC} = \frac{13}{18}$ $AC = \frac{18 \cdot \cancel{13}}{13} r = \frac{13 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 3} \cdot \frac{18}{13} =$

$= \frac{15}{4}$ Т-м $\triangle ACD$ $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{\frac{225}{16} + \frac{25}{4}} =$

$= \sqrt{\frac{325}{16}} = \frac{5}{4}\sqrt{13}$

$CD \cdot BD = AD \cdot DE$ (свойство пересекающихся хорд $DE = \frac{CD \cdot BD}{AD} = \frac{5 \cdot 13 \cdot 4}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{13}} = \sqrt{13}$

~~$AD = \frac{5}{4}\sqrt{13}$~~ = $AE = AD + DE = \frac{5}{4}\sqrt{13} + \sqrt{13} = \frac{9}{4}\sqrt{13}$.

т.к $\triangle AFE$ вписанный ~~в~~ $\frac{AE}{\sin\angle AFE} = 2R$ (Т.син)

~~$\sin\angle AFE = \frac{2R \cdot AE}{} = \frac{9}{4}\sqrt{13} \cdot 2 \cdot \frac{13 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{27 \cdot 13 \cdot \sqrt{13}}{}$~~

$\sin\angle AFE = \frac{AE}{2R} = \frac{9 \cdot \sqrt{13} \quad 2 \cdot 4}{4 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 3} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

Т-м FACE-вписанный четырехугольник, $\angle ACE >$ $> 90^\circ \Rightarrow \angle AFE = \arcsin\frac{3\sqrt{13}}{13}$

$FE \perp AB$, $AC \perp AB \Rightarrow FE \parallel AC \Rightarrow FACE$ - трапеция т.к она вписана в окружность она равнобокая $\Rightarrow CE = AF$ $K = FE \cap CB$

$\triangle ACD \sim KED$ $\frac{KE}{AC} = \frac{DE}{AD}$ $KE = \frac{DE}{AD} \cdot AC = \frac{\sqrt{13} \cdot 4 \cdot 15}{5\sqrt{13} \quad 4}$

$KE = 3$

$\sin\angle KCE = \frac{KE}{CE} \Rightarrow CE = \frac{KE}{\sin\angle KCE}$ $\angle KCE = 90^\circ - \arcsin\frac{3\sqrt{13}}{13}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 продолжение

$\sin\angle KCE = \cancel{\cos} \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\arcsin\frac{3\sqrt{13}}{13}\right) = \cos(2\arcsin\frac{3\sqrt{13}}{13})$

$\cos(2\arcsin\frac{3\sqrt{13}}{13}) = \sqrt{1 - \frac{9\cdot 13}{13\cdot 13}} = \sqrt{\frac{13-9}{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

$CE = \frac{3\cdot\sqrt{13}}{2} = AF$;

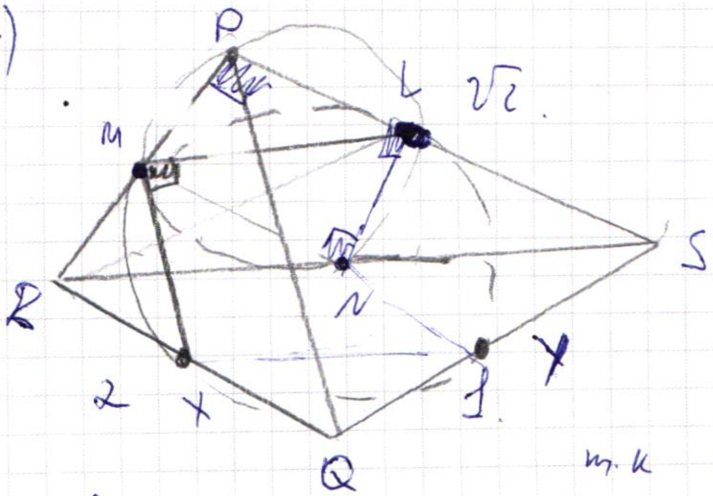
$FE = AC + 2KE = \frac{15}{4} + 3\cdot 2 = \frac{15+24}{4} = \frac{39}{4}$.

$S_{AFE} = \frac{1}{2}\sin\angle AFE \cdot FE \cdot AF = \frac{1}{2}\cdot\frac{3\sqrt{13}}{13}\cdot\frac{39}{4}\cdot\frac{3\sqrt{13}}{2} =$

$= \frac{27\cdot 13}{16}$

Ответ: $\frac{13\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 3}$; $\frac{13\cdot 3}{2\cdot 4}$; $\arcsin\frac{3\sqrt{13}}{13}$; $\frac{27\cdot 13}{16}$.

№7)



~~т.к. точки P,~~

Пусть середины

PR – M   RQ – X

PS – L   QS – Y

RS – N

т.к. точки P, M, N, L лежат в одной плоскости и принадлежат сфере сечение сферы плоскостью (PRS) – окружность проходящая через точки P, M, N, L => PMNL – вписан в окружность MN ∥ PL => ~~трапеция~~ равнобедренная пара-ей вписанная => ~~...~~ ~~равнобедрен~~ ~~=> RP = RS~~ он прямоугольник, аналогично ~~MXYL – вписан~~ т.к. ML, XY – средние линии => они параллельны

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 8

(Нумеровать только чистовики)

№7 продолжение $MX \parallel LY$ аналогично
аналогично рассмотрим он вписан.
получится вписанный 4-к $\Rightarrow$ он
прямоугольник $MX \perp ML$

$\left(PL = \frac{1}{2}PS = MN = \frac{1}{2}PS\right.$ (ср. линия)

если $MN \perp PR \Rightarrow PS \perp PR$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 продолжение

$(x^2+6x)^{\log_4 3} + x^2+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$

при $x^2+6x \in (0;1)$ левая часть больше т.к

~~справа возводим число меньше 1 в большую степень.~~

$x^2+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$

$\log_{x^2+6x}(x^2+6x) \leq \log_{x^2+6x}(x^2+6x)\cdot\log_4 5$

Это верно, ну и $(x^2+6x)^{\log_4 3}>0$

при $x^2+6x = 1$ левая часть больше за счет $(x^2+6x)^{\log_4 3}$, при $x^2+6x>1$.

$(x^2+6x)^{\log_4 3}+x^2+6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$ перепишем $a = x^2+6x > 1$.

$a^{\log_4 3}+a \geq a^{\log_4 5}$

$a^{\log_4 3}+a \geq 2\sqrt{a^{\log_4 3}\cdot a^{\log_4 4}} = 2\cdot a^{\frac{1}{2}\log_4 12}$ (неравенство Коши)

докажем $2\cdot a^{\frac{1}{2}\log_4 12} \geq a^{\log_4 5}$ ~~т.к обе части ≥ 0~~ ~~равносильно~~

~~$4\cdot a^{\log_4 12} \geq a^{2\log_4 5} = a^{\log_4 25}$~~ $\Big|\frac{1}{a^{\log_4 25}}$

$4\cdot a^{\log_4 12-\log_4 25} \geq 1 \;\Big|\frac{1}{4}$ $\quad a^{\log_4\left(\frac{12}{25}\right)} \geq \frac{1}{4}$. =

~~верно всегда~~ логарифмируем по основанию 4.

$\log_4\left(2\cdot a^{\frac{1}{2}\log_4 12}\right) \geq a^{\log_4 5}$ $\quad$ ~~$\frac{1}{2}+\log_4 a$~~ $\frac{1}{2}+\log_4 a\cdot\log_4 12 \geq$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$\geq \log_4 a \cdot \log_4 b$ всегда верно

Ответ: $(-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin\alpha + \sin\beta$

$2 - \frac{1}{2x-2} \geq ax+b$

$17\cdot17 = 100+140+49. = 49$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$

$\sin(\underbrace{\alpha+\beta}_{=x}) + \sin(\underbrace{\alpha-\beta}_{=y}) = 2\sin\alpha\cos\beta$

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$

$x_1 = \frac{34+7}{16}$ $x_2 = \frac{27}{16} =$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta$

$\alpha = 4(17\cdot17 -$

$30\cdot8 = 240$

$-\frac{2\cdot}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\beta = -\frac{8}{17}.$ $|\cdot(-8)$

3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

$\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta = \frac{4}{17}.$ $\cos 2\beta = \frac{4\sqrt{17}}{17}$

$\sin^2 2\beta = 1-\cos^2 2\beta.$

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\Big|\,\frac{1}{\cos 2\alpha}.$

$f(a\cdot\frac{1}{b}) = f(a)+f(\frac{1}{b}) < 0$

$\frac{2\operatorname{tg}x}{1+\operatorname{tg}^2x}$ $\frac{1-\operatorname{tg}^2x}{1+\operatorname{tg}^2x}$

пусть $\sin 2\beta$ находится однозначно.

=> проблема

$\frac{34}{16} = \frac{17}{8}$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4.$

$(3y-2)^2 = 9y^2-12y+4 = 3(3y^2-4y+\frac{4}{3})$

$3xy-2x-3y+2 = \;=t \;=v$

$= x(3y-2)+(2-3y) = (x-1)(3y-2)$

$-2x+2 = -2t.$

$v + t = \sqrt{vt}.$ $=t^2$ $3(x-1)^2.$

-2 -1

$\log_{\frac{1}{2}}4 < \log_{\frac{1}{2}}2$

$(3y-2)^2 = 9y^2 - 12y + 4 = 3\left(3y^2 - 4y + \frac{4}{3}\right)$ $+\frac{4}{3}$ $-\frac{4}{3}$

$3y^2 - 4y + \frac{4}{3} = \frac{1}{3}(3y-2)^2$

$2 =$

$3 \quad 3^{\log_4 (x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

$\log_b a \cdot \log_b c = \log_b c \cdot \log_b a$

$(x^2+6x)^{\log_4 3} + (x^2+6x)^1 \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$

$x^2+6x > 0$

$k^{\log_4 3} + k \geq k^{\log_4 5}$

$\cancel{\log_4 3 + 1 \log_k}$. $\log \leq 7$

$2\sqrt{a^{\log_4 12}} \geq a^{\log_4 5}$

$4 \cdot a^{\log_4 12} \geq a^{4\log_4 \frac{25}{4}}$

$a^{\log_{25} 12} \geq \frac{1}{4}$

$\log \frac{\sqrt{5}}{25}$

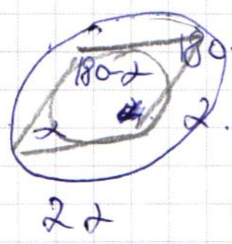
$\log_4 4$. $\quad \log_4 k \cdot \log_4 3 + \log_4 k - \log_4 5 \cdot \log k \geq 0$

$\log_4 k(1 + \log_4 3 - \log_4 5)$

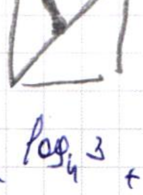
$a^{\frac{1}{2}\log_4 12} \vee \log_4 5$

$\frac{1}{2}\log_4 12 \vee \log_4 5$

$\log_4 4 + \log_4\left(\frac{3}{5}\right) = \log_4\left(\frac{12}{5}\right) > 0$ $\quad \log_5 12 \vee 2$



$\log_4 \quad \lg$



$\geq \sqrt{a^{\log_4 3} \cdot a^{\log_4 4}}$

$\sqrt{a^{\log_4 12}}$

$x^2+6x = 1. \quad x^2 \quad 3($

$k^{\log_4 3} + k \geq k^{\log_4 5}$. $\quad a^{\log_4 3} + a^{\log_4 4} \vee a^{\log_4 5}$.

$k^{\log_4 3} + k^{\log_4 4} \geq k^{\log_4 5}$ $\quad a^{\log_4 3} \vee a^{\log_4 5}$

при $k = 1$ все выполнено

при $k > 1$. $\quad k^{\log_{n+1} n} + k^{\log_{n+1} n+1} \geq k^{\log_{n+1} n+2}$.

пусть верно для $k^{n+1 \atop n+2} + k^{\log_{n+2} n+2} \geq k^{\log_{n+2} n+3}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)