МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x \geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$; $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\exists\ 2\alpha+2\beta = x;\ 2\beta = y$

$\begin{cases} \sin(x) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(x+y)+\sin(x-y) = -\frac{2}{17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ 2\sin x\cos y = -\frac{2}{17} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} \sin x = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \Rightarrow \cos x = \pm\frac{4}{\sqrt{17}} \\ \cos y = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin y = \pm\frac{4}{\sqrt{17}} \end{cases}}$

$\cos y = -\sin x \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = x+\frac{\pi}{2}+2\pi k \mid k\in Z \\ y = -x-\frac{\pi}{2}+2\pi k \mid k\in Z \end{array}\right.$

$\Downarrow$ знак несущ. тк $k\in Z$

$\left[\begin{array}{l} x-y = -\frac{\pi}{2}+2\pi k \mid k\in Z \\ x-y = 2x+\frac{\pi}{2}. \end{array}\right.$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{2\cos^2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$

$\sin 2\alpha = \sin(x-y) = \sin x\cos y - \cos x\sin y =$

<u>сут. вариантов I</u> $= -\frac{1}{17} \pm \frac{16}{17} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \\ \sin 2\alpha = -1 \end{array}\right.$

$\cos 2\alpha = \cos(x-y) = \cos x\cos y + \sin x\sin y =$

$= \left(\pm\frac{4}{\sqrt{17}}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{17}} + \left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)\cdot\left(\pm\frac{4}{\sqrt{17}}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2\alpha = \frac{8}{17} \\ \cos 2\alpha = -\frac{8}{17} \\ \cos 2\alpha = 0 \end{array}\right.$

Получается, что $\left[\begin{array}{l} \cos 2\alpha = \frac{8}{17} \\ \cos 2\alpha = -\frac{8}{17} \\ \cos 2\alpha = 0 \end{array}\right.$ и $\left[\begin{array}{l} \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \\ \sin 2\alpha = -1 \end{array}\right.$

Всего 6 вариантов, из которых основному триг. тождеству удовлетворяют 3, что подх. под усл-е задачи.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \\ \cos 2\alpha = \frac{8}{17} \end{cases} \Big| \to \operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{15}{17}}{1+\frac{8}{17}} = \frac{3}{5} \\ \begin{cases} \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \\ \cos 2\alpha = -\frac{8}{17} \end{cases} \to \operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{3} \\ \begin{cases} \sin 2\alpha = \frac{15}{17} \\ \cos 2\alpha = 0 \end{cases} \Big| - ?! \text{ по О.Т.Т.} \\ \begin{cases} \sin 2\alpha = -1 \\ \cos 2\alpha = \frac{8}{17} \end{cases} \Big| ?! \text{ по О.Т.Т.} \\ \begin{cases} \sin 2\alpha = -1 \\ \cos 2\alpha = -\frac{8}{17} \end{cases} \Big| \text{ по О.Т.Т.} \\ \begin{cases} \sin 2\alpha = -1 \\ \cos 2\alpha = 0 \end{cases} \Big| \to \operatorname{tg}\alpha = \frac{-1}{1+0} = -1 \end{array}\right.$$

Ответ: $\{-1;\ \frac{3}{5};\ \frac{5}{3}\}$

№2.

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

1) Для начала разберемся с 1 ур-ем

$$y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 6x \\ y^2-12xy+36x^2 = xy-6x-y+6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 6x \\ (y-6x)^2 = (y-6)(x-1) \end{cases}$$

2) $9x^2+y^2-18x-12y=45 \Leftrightarrow (3x-3)^2+(y-6)^2=0$

Σ двух квадратов, т.е. неотр. чисел равна $0 \to$ $\to$ каждое из них $=0 \to$ кажд. из возводимых $=0 \to \begin{cases} 3x-3=0 \\ y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases}$ Это единственная возможная пара решений системы (т.к. !для 2 ур-я). Подст. её в 1), чтобы проверить. Получим $(6-6)^2 = 0 \cdot 0 \Leftrightarrow 0=0$ - истина $\to$ $\to$ пара $(1;6)$ - !решение нашей системы

Ответ: $\{(1;6)\}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (черновик)

$|x^2-26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)}$

Т.к. существует $\log_5(26x-x^2)$, то

$26x-x^2>0 \Leftrightarrow x\in(0;26)$ Значит,

$|x^2-26x| = 26x-x^2$.

$\exists\ 26x-x^2 = a>0$

Тогда исх. ур-е равносильно следующему:

$a^{\log_5 12} + a \geq 13^{\log_5 a}$

$a^{\log_5 12 - 1} + 1 \geq \left(\frac{13}{5}\right)^{\log_5 a}$

$a^{\log_5 12}\ ?\ 12^{\log_5 a}$ = при $a=5$, при $a=1$

при $a=12$,

Далее л.4 решает

$(5k)^{\log_5 12}\ ?\ 12^{\log_5 5k}$

$12\cdot k^{\log_5 12}\ ?\ 12^{1+\log_5 k}$

$k^{\log_5 12}\ ?\ 12^{\log_5 k}$

$BD = 13$

$BQ = 2R - 1 = 65 - 31,2 = 33,8$

$33,8^2 - 13^2 = 20,8\cdot 46,8 = \frac{208\cdot 468}{100}$

$65^2 - 25^2 = 90\cdot 40 =$

$AC = 60,\ BC = 25$

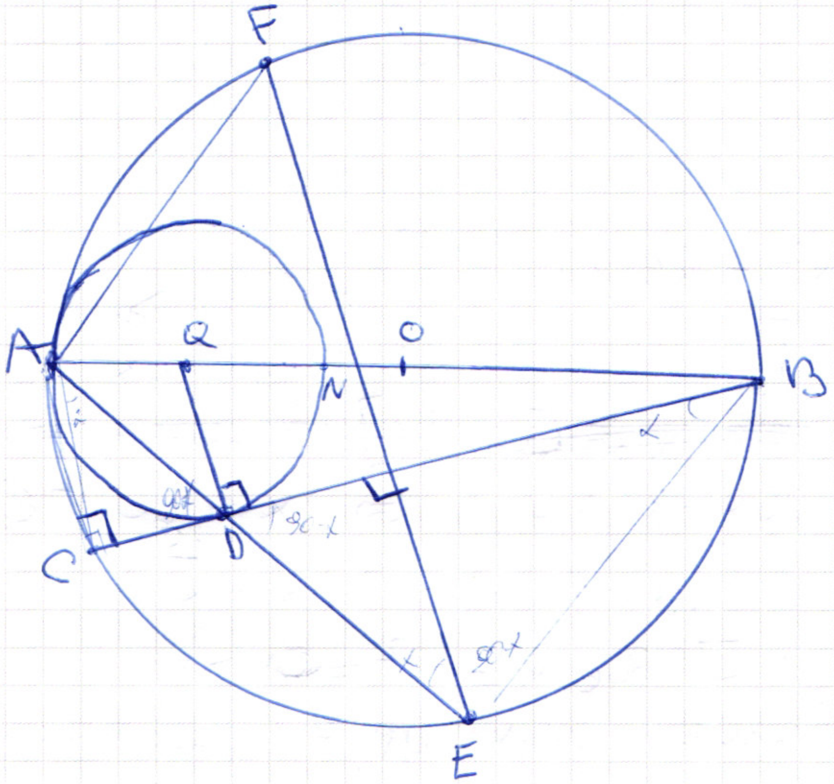
$\frac{25}{13} = 60$

$25^2\cdot 13 : 13^2\cdot 5^2$

№ 4.

Дано:
$\Omega \cap \omega = A$
AB диам Ω
BC - хорда Ω, кас. ω в т. D
$[AD) \cap \Omega = E$
$EF \perp BC$,
$F \in \Omega$
$CD = 12$,
$BD = 13$

R; r; $\angle AFE$; S_{AFE} - ?



1. Центры $\underset{O}{\Omega}$ и $\underset{Q}{\omega}$ лежат на AB
2. $AB \cap \omega = N$
3. По Т. о секущ. и кас. $BN \cdot AB = BD^2 \to (2R-2r) \cdot (2R) = 13^2$
4. Из п-уг $\triangle QDB$ $QD^2 + BD^2 = QB^2$

$r^2 + 13^2 = (2R-r)^2$.

5. $\angle ACB = \angle QDB = 90^\circ$; $\angle ABD = \angle ABC$ - общий

$\triangle ACB \sim \triangle QDB$ с $k = \frac{BC}{BD} = \frac{25}{13}$

$\frac{AB}{QB} = \frac{25}{13} \to \frac{2R}{2R-r} = \frac{25}{13} \to 26R = 50R - 25r$

$25r = 24R$

$r = \frac{24}{25}R$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)

6. Подст-это в формулу из п.3

$$(2R - \frac{48}{25}R)\cdot(2R) = 169$$

$$\frac{4}{25}R^2 = 13^2 \Rightarrow R = \frac{13\cdot5}{2} = 32,5;$$

$$r = \frac{24}{25}\cdot\frac{13\cdot5}{2} = \frac{12\cdot13}{5} = 31,2.$$

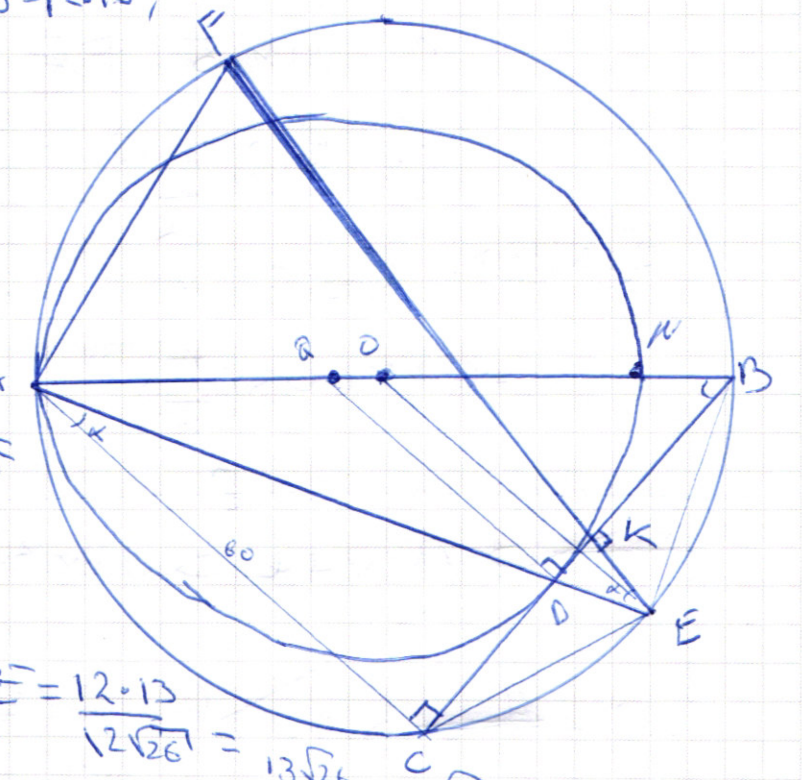
7. $AD\cdot DE = CD\cdot DB = 12\cdot13;$

8. $AC \perp BC$; $FE \perp BC$

$AC \parallel FE$

$ACEF$ – вписанная трапеция

$AF = CE$; $AE = CF$



9. $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} =$ (из п-ка ACD)

$= \sqrt{60^2 + 12^2} =$

$= 12\sqrt{26} \Rightarrow DE = \frac{12\cdot13}{12\sqrt{26}} = \frac{13\sqrt{26}}{26} = \frac{\sqrt{26}}{2}$

10. В р/б $\triangle AOE$ $\exists \angle AOE = x \rightarrow$ по т.cos $AE^2 = 2R^2 - 2R^2\cos x$

$$\left(\frac{25}{2}\right)^2\cdot 26 = \left(\frac{65}{2}\right)^2\cdot 2\cdot(1-\cos x)$$

$$1-\cos x = \frac{5^4\cdot 26\cdot 2^2}{13^2\cdot 5^2\cdot 2\cdot 2^2} = \frac{25}{13} \rightarrow \cos x = -\frac{12}{13}$$

11. $\angle AFE = \frac{1}{2}\angle AOE \rightarrow \cos\angle AFE = \sqrt{\frac{1+\frac{12}{13}}{2}} = \frac{5}{\sqrt{26}}$

и $\angle AFE < 90°$

№ 21 (проекции)

$\Rightarrow \angle AFE = \arccos\left(\frac{5}{\sqrt{26}}\right)$

12. $EF \cap BC = K$; $\triangle ACD \sim \triangle DKE$ (по 2 ∠)

$\frac{CD}{DK} = \frac{AD}{DE} = 24 \rightarrow DK = \frac{CD}{24} = 0,5$;

$CK = 12,5$

Отм. ч $KE = \frac{AC}{24} = \frac{60}{24} = 2,5.$

13. $KE \cdot KF = CK \cdot BK \Rightarrow$

$2,5 KF = 12,5 \cdot 12,5 \rightarrow KF = 5 \cdot 12,5 = 62,5.$

14. AFEC – р/б трап → CK – высота и в △FAE;

т.е. $h = 12,5$; $FE = \underset{KE+KF}{26 \cdot 2,5}$

$S = \frac{5 \cdot 2,5 \cdot 26 \cdot 2,5}{2} = 5 \cdot 13 \cdot 2,5 \cdot 2,5 = 396,25$

Ответ: $R = 32,5$; $r = 31,2$; $\angle AFE = \arccos\left(\frac{5}{\sqrt{26}}\right)$; $S = 396,25$

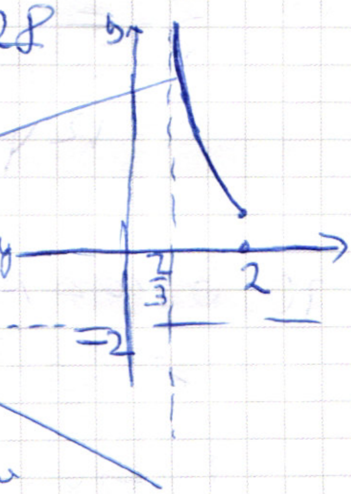
№ 6

$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28$

⇓

$-2 + \frac{4}{3x-2} \geq ax+b$ на $\left(\frac{2}{3}; 2\right]$

на $\left(\frac{2}{3}; 2\right]$ ниже гр. функ



$3x-2 > 0 \Rightarrow$ домн. на $(3x-2)$

$8-6x \geq 3ax^2 + (3b-2a)x - 2b$

$3ax^2 + (3b-2a+6)x - 2b - 8 \leq 0$ на

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

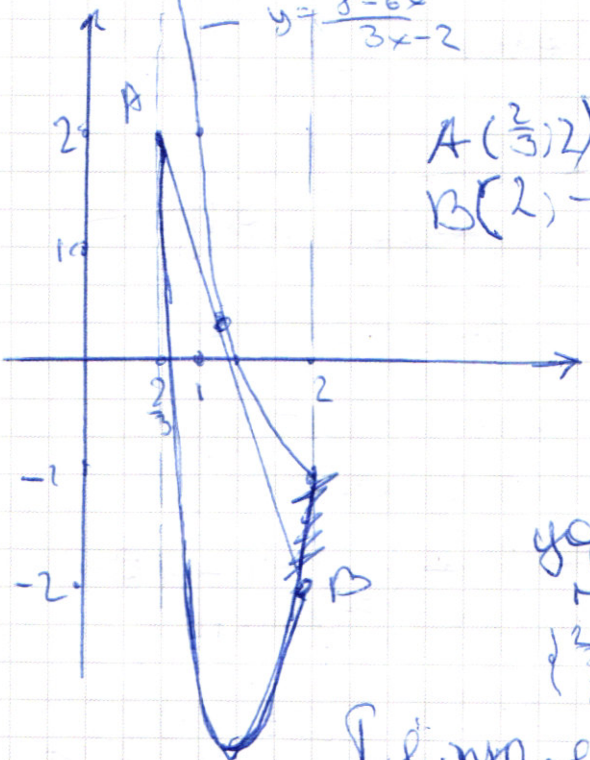
№ 6.

$$\underbrace{\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28}\quad x\in\left(\frac{2}{3};2\right]$$

~~$18x^2+(51-a)x+(28-b)\leq 0$ на $x\in\left(\frac{2}{3};2\right]$~~

~~$D>0$; $x_1<\frac{2}{3}$; $x_2>2$~~

Начертим схематичные графики обеих функций.



$y=\frac{8-6x}{3x-2}$

$A\left(\frac{2}{3};2\right)$

$B(2;-2)$

$y=18x^2-51x+28$

$x_0=\frac{51}{2\cdot 18}=\frac{17}{12}$, это в нач. инт. $\to \cup$;

$$\frac{8-6x}{3x-2}=-2+\frac{4}{3x-2}$$

Тогда заметим, что для удовл. 2 нер-вам прямая не м.б. ниже, чем AB:

$$\begin{cases}\frac{2}{3}a+b=2\\ 2a+b=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-3\\ b=4.\end{cases}$$

Т.е. ур-е прямой AB: $y=-3x+4$.

Заметим, что ур-е $\frac{8-6x}{3x-2}=-3x+4$ в интересующем нас диапазоне имеет 1 корень $x=\frac{4}{3}$.

В точке $x=\frac{4}{3}$ $\left(\frac{8-6x}{3x-2}\right)'=\frac{\overbrace{-6\cdot(3x-2)}^{=-12}+\overbrace{(3x-2)(8-6x)}^{=0}}{\underbrace{(3x-2)^2}_{4}}=-3$, т.е.

$$\begin{cases}\left(\frac{8-6x}{3x-2}\right)'=(-3x+4)'\\ \frac{8-6x}{3x-2}=-3x+4\end{cases}$$

в точке $x=\frac{4}{3}$ $\to$ AB – касательная к гиперболе

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№6 (продолжение)

$\frac{8-6x}{3x-2}$. Получается, что AB снизу огр. параболой, сверху — гиперболой → AB — ! един. прямая

$a = -3$; $b = 4$

Ответ: $\{(-3;4)\}$

№5.

$f(ab) = f(a) + f(b)$; $f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$

$4 \le x \le 28$; $4 \le y \le 28$; $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

1. $f(1 \cdot x) = f(1) + f(x) \to f(1) = 0$
2. $f\left(x \cdot \frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) \to f\left(\frac{1}{x}\right) \overset{п.1}{=} -f(x)$
3. $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) \overset{п.2}{=} f(x) - f(y)$
4. $f(1)=0$; $f(2)=0$; $f(3)=0$; $f(5)=1$; $f(7)=1$; $f(11)=2$; $f(13)=3$; $f(17)=4$; $f(19)=4$; $f(23)=5$; Из очев. соображений $f(4)=0$; $f(6)=0$; $f(8)=0$; $f(9)=0$; $f(10)=1$; $f(12)=0$; $f(14)=1$; $f(15)=1$; $f(16)=0$; $f(18)=0$; $f(20)=1$; $f(21)=1$; $f(22)=2$; $f(24)=0$; $f(25)=2$; $f(26)=3$; $f(27)=0$; $f(28)=1$. Тогда наше множество $f(n)$ $n\in[4;28]$ сост-т из $\{\underbrace{0;0;0 \dots 0}_{9}; \underbrace{1;1;1 \dots 1}_{8}; \underbrace{2;2;2}_{3}; \underbrace{3;3}_{2}; \underbrace{4;4}_{2}; \underbrace{5}_{1}\}$

А найти нужно кол-во пар $(x;y)$, где $f(x) < f(y)$.

Это равно $9 \cdot (25-9) + 8 \cdot (25-9-8) + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 =$
$= 9 \cdot 16 + 8 \cdot 8 + 15 + 6 + 3 = 232$. Ответ: 232.

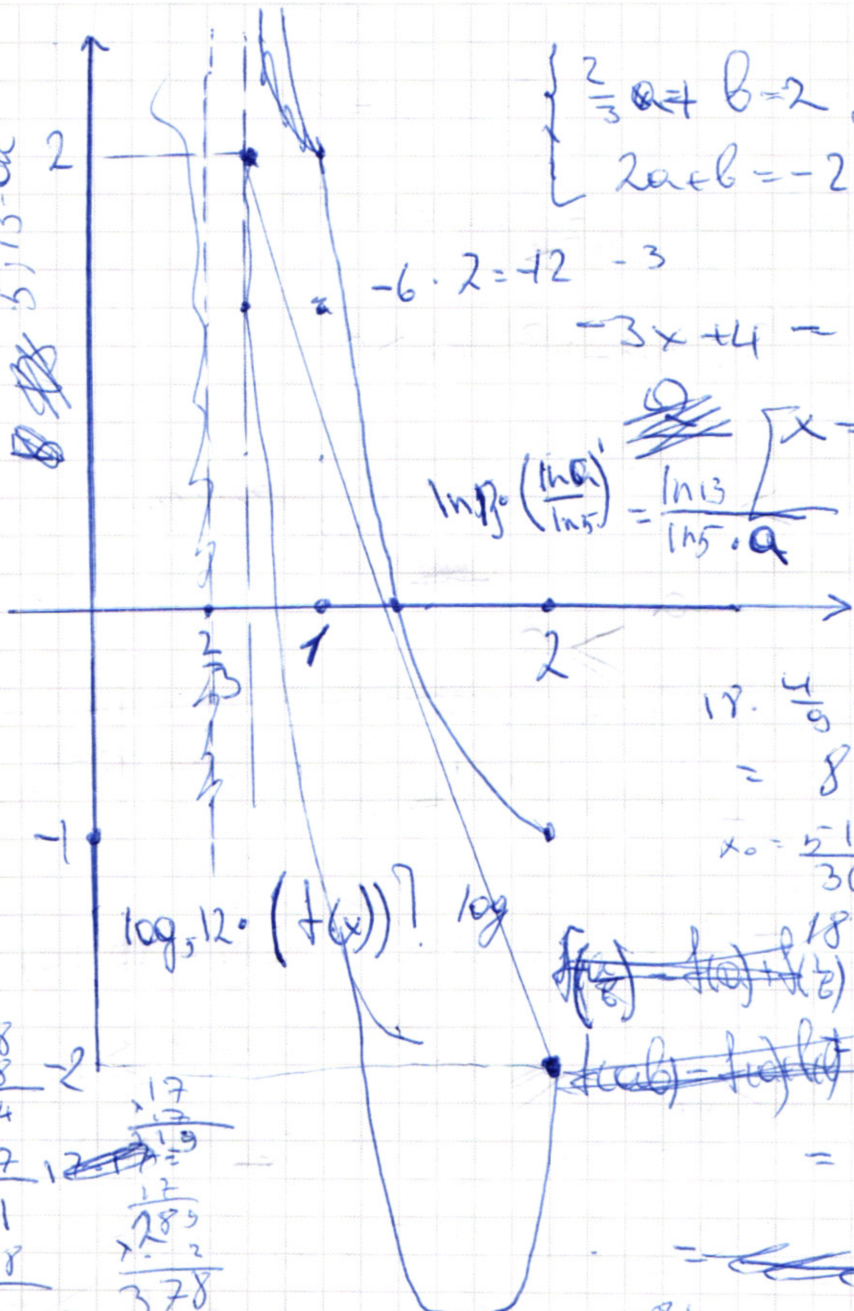
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$a^{\log_5 13}$, $13^{\log_5 a}$, $5 \, 13 - 0x$

$$\begin{cases} \frac{2}{3}a + b = 2 \\ 2a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{4}{3}a = -4$$

$a = -3$
$b = 4$

$-6 \cdot 2 = -12$ -3

$-3x + 4 - \frac{8-6x}{3x-2}$ $\frac{\ln 12}{\ln 5} a^{\log_5 12 - 1}$ -1

$\ln 13 \cdot \left(\frac{\ln a}{\ln 5}\right)' = \frac{\ln 13}{\ln 5 \cdot a}$ $x =$

$18 + 28 - 51 =$
$= 46$

$18 \cdot \frac{4}{9} - 51 \cdot \frac{2}{3} + 28 =$
$= 8 - 34 + 28 = 2$

$x_0 = \frac{51}{36} = \frac{17}{12}$

$18 \cdot \frac{17}{12^2} - 51 \cdot \frac{17}{12} + 28 =$

$\cancel{f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{b}\right)}$

$\cancel{f(ab) = f(a) + f(b)}$ $\frac{6 \cdot 3 \cdot 17}{6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{17^2}{4} + 28 =$

$= \frac{17}{8} - \frac{17^2}{4} + \frac{28 \cdot 8}{8} < 0$

$\log_5 12 \cdot (f(x))'$ log

28×8
224
$+17$
241
-378

$17 \times 17 = 119$, 17, 289
$289 \times 2 = 378$

$\frac{8 - 6 \cdot 2}{3 \cdot 2 - 2} = \frac{-4}{4} = -1$

$90 + 54 = 144 + 64 = 208 + 24 = 232$

$18 \cdot 4 - 102 + 28 =$
$= -2$

$18 - 51 + 28 = -5$ $4 - \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$f(ab) = f(a) + f(b)$ $f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$

$4 < x \le 28$ $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№3.

$$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x \geqslant x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$$

Т.к. сущ. $\log_5(26x-x^2) \to 26x-x^2>0$

$x\in(0;26)$

$|x^2-26x| = 26x-x^2$

$$(26x-x^2)^{\log_5 12}+26x-x^2 \geqslant 13^{\log_5 26x-x^2}$$

$]\ 26x-x^2=a>0$

$$a^{\log_5 12}+a \geqslant 13^{\log_5 a}$$

$$a^{\log_5 12}+a-13^{\log_5 a}\geqslant 0$$

Возьмем производную левой ч.

$$\log_5 12\cdot a^{\log_5 12-1}+1-\ln 13\cdot\left(\frac{\ln a}{\ln 5}\right)' = \log_5 12\cdot a^{\log_5 12-1}+1-$$

$$-\frac{1}{a}\cdot\log_5 13 = \frac{1}{a}\cdot\left(\log_5 12\cdot a^{\log_5 12}+a-\log_5 13\right)$$

Заметим, что $a^{\log_5 12} \leqslant a^{\log_5 13}$ при $a\geqslant 1$

$$\left(a^{\log_5 13}-13^{\log_5 a}\right)' = \left(\log_5 13\cdot a^{\log_5 13-1} - \frac{\log_5 13}{a}\right) =$$

$=\frac{\log_5 13}{a}\left(a^{\log_5 13}-13^{\log_5 a}\right)$ Т.к. $a>0$, то

получаем, что $f'(x)$ и $f(x)$ имеют одинаковый знак

Возьмем производную

$$\log_5 12\cdot a^{\log_5 12-1}+1-\ln 13\cdot\log_5 a\cdot\frac{1}{\ln 5\cdot a} = \log_5 12\cdot a^{\log_5 12-1}+1-$$

$$-\log_5 13\cdot\log_5 a\cdot\frac{1}{a}\cdot$$

№3 (продолжение)

$a^{\log_5 12} + a - 13^{\log_5 a} \geqslant 0$ $a=1$ - ок $1 \geqslant 0$

1) $a>1$

$a^{\log_5 12} < a^{\log_5 13}$; $13^{\log_5 a} > 12^{\log_5 a}$

~~$a^{\log_5 13} + a - 13^{\log_5 a} \geqslant 0$~~ ;

$a^{\log_5 12} + a - 12^{\log_5 a} \geqslant 0$, тк $a>0$; $a^{\log_5 12} \geqslant 12^{\log_5 a}$ при $a>1$

$\wedge$

$a^{\log_5 12} + a - 13^{\log_5 a}$

$a>1$ - a.

2) $a<1$

$a^{\log_5 12} > a^{\log_5 13}$; $13^{\log_5 a} < 12^{\log_5 a}$

$a^{\log_5 12} + a - 13^{\log_5 a} > a^{\log_5 13} + a - 13^{\log_5 a} \geqslant 0$ - истина, тк $a^{\log_5 13} \geqslant 13^{\log_5 a}$; $a \geqslant 0$

утв. истинно при $\forall\, a>0$, т.е. $x \in (0;26)$

Ответ: $(0;26)$.