МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2}, \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geqslant \left|x^2 + 18x\right|^{\log_{12} 13} - 18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = 8$, $BD = 17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 24$, $1 \leqslant y \leqslant 24$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x + 11}{4x + 3} \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 - 30x - 17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB = 1$, $BD = 2$, $CD = 3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\cos(4\alpha+4\beta) = 1 - 2\sin^2(2\alpha+2\beta) = \frac{3}{5}$$

$$\sin(4\alpha+4\beta) = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\alpha+2\beta) =$$

$$= \pm 2\sin(2\alpha+2\beta)\sqrt{1-\sin^2(2\alpha+2\beta)} = \pm\frac{4}{5}$$

Разберем случаи.

1) $\sin(4\alpha+4\beta) = -\frac{4}{5}$

$$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = \sin((4\alpha+4\beta)-2\alpha) + \sin 2\alpha =$$

$$= \sin(4\alpha+4\beta)\cos 2\alpha - \cos(4\alpha+4\beta)\sin 2\alpha + \sin 2\alpha =$$

$$= -\frac{4}{5}\cos 2\alpha - \frac{3}{5}\sin 2\alpha + \sin 2\alpha =$$

$$= -\frac{4}{5}\cos 2\alpha + \frac{2}{5}\sin 2\alpha$$

$$-\frac{4}{5}\cos 2\alpha + \frac{2}{5}\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$$

$$-2\cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -2$$

$$-2(1-2\sin^2\alpha) + 2\sin\alpha\cos\alpha = -2 \quad \cancel{2\cos^2\alpha}$$

$$\cancel{tg^2\alpha + tg\alpha = 0}$$

$$2\sin^2\alpha + \sin\alpha\cos\alpha = 0 \quad |: \cos^2\alpha$$

$$\frac{2\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 0$$

$2tg^2\alpha + tg\alpha = 0$

$tg\alpha\left(tg\alpha + \frac{1}{2}\right) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} tg\alpha = 0 \\ tg\alpha = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

2) $\sin(4\alpha + 4\beta) = \frac{4}{5}$

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = \sin(4\alpha + 4\beta)\cos 2\alpha + \frac{2}{5}\sin 2\alpha =$

$= \frac{4}{5}\cos 2\alpha + \frac{2}{5}\sin 2\alpha$

$\frac{4}{5}\cos 2\alpha + \frac{2}{5}\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$2\cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -2$

$2(2\cos^2\alpha - 1) + 2\sin\alpha\cos\alpha = -2$

$2\cos^2\alpha + \sin\alpha\cos\alpha = 0 \quad |:\cos^2\alpha$

$2 + tg\alpha = 0$

$tg\alpha = -2$

<u>Отв.</u>: $-2;\ -0,5;\ 0.$

□ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{(x-2)(y-1)} \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=1 \end{cases}$$

Замена: $a=x-2$, $b=y-1$

$$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ a^2+9b^2=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-2b)^2=ab \\ a\geq 2b \\ a^2+9b^2=1 \end{cases}$$

$\overset{\pm}{\Leftrightarrow}$

$$\begin{cases} a\geq 2b \\ a^2+6ab+9b^2=1+6(a-2b)^2 \\ a^2-6ab+9b^2=1-6(a-2b)^2 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} a\geq 2b \\ (a+3b)^2=1+6(a-2b)^2 \\ (a-3b)^2=1-6(a-2b)^2 \end{cases} \overset{\pm}{\Leftrightarrow} \begin{cases} a\geq 2b \\ (a+3b)^2=1 \\ (a-2b)^2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=2b \\ a+3b=\pm 1 \end{cases}$$

$b=-\frac{1}{5}$

$a=-\frac{2}{5}$

$$\begin{cases} 5b = \pm 1 \\ a = 2b \end{cases} \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b = \frac{1}{5} \\ a = \frac{2}{5} \end{cases} \\ \begin{cases} b = -\frac{1}{5} \\ a = -\frac{2}{5} \end{cases} \end{array} \right.$$

Обр. замена:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \frac{12}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases} \end{array} \right.$$

~~Отв.: (2,4; 1,2), (1,6; 0,8).~~

$$\begin{cases} a^2 - 5ab + 4b^2 = 0 \\ a \geq 2b \\ a^2 + 9b^2 = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} (a-b)(a-4b) = 0 \\ a \geq 2b \\ a^2 + 9b^2 = 1 \end{cases}$$

Если $a = b$, то из условия $a \geq 2b$ следует $a = b = 0$ – не подходит

$$\begin{cases} a = 4b \\ b > 0 \\ 25b^2 = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = 4b \\ b > 0 \\ b = \pm\frac{1}{5} \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \frac{4}{5} \\ b = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Обр. замена:

$$\begin{cases} x = \frac{14}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases}$$

Отв.: (2,8; 1,2).

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+(x^2+18x) \geq (x^2+18x)^{\log_{12}13},$$

т.к. $x^2+18x>0$

Замена: $t=x^2+18x$

$$5^{\log_{12}t}+t \geq t^{\log_{12}13}$$

$$5^{\log_{12}t}+12^{\log_{12}t} \geq \cancel{t}\ 12^{\log_{12}t\,\log_{12}13}$$

$$5^{\log_{12}t}+12^{\log_{12}t} \geq 13^{\log_{12}t}$$

Замена: $y=\log_{12}t$

$5^y+12^y \geq 13^y$ $\qquad$ $5^2+12^2=13^2$

$\forall\varepsilon>0$: $5^{2+\varepsilon}+12^{2+\varepsilon}=5^{\varepsilon}\cdot5^2+12^{\varepsilon}\cdot2^2<$

$<13^{\varepsilon}\cdot5^2+13^{\varepsilon}\cdot2^2=13^{\varepsilon}\cdot13^2=13^{2+\varepsilon}$

$\forall\varepsilon>0$: $5^{2-\varepsilon}+12^{2-\varepsilon}=5^{-\varepsilon}\cdot5^{-2}+12^{-\varepsilon}\cdot12^2>$

$>13^{-\varepsilon}\cdot5^2+13^{-\varepsilon}\cdot12^2=13^{2-\varepsilon}$

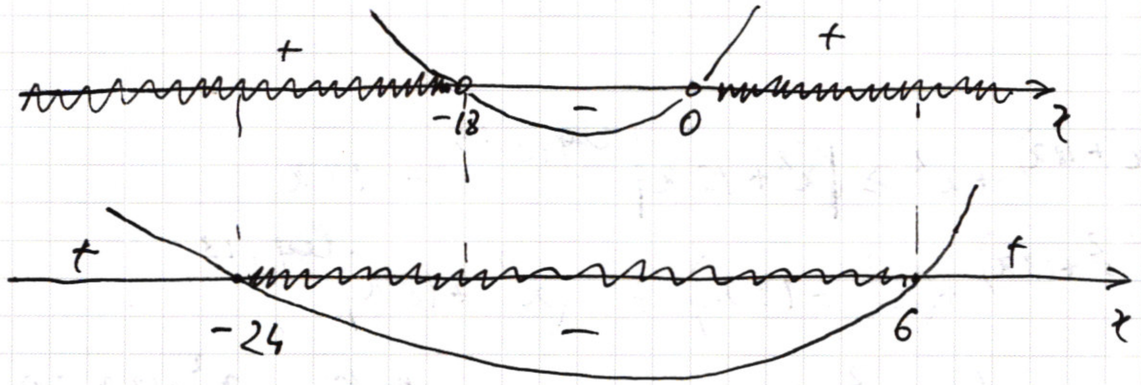
Подходит $y\leq2$.

Обр. замена:

$\log_{12}t\leq2 \iff 0<t\leq144$

Обр. замена: $\begin{cases} x(x+18)>0 \\ x^2+18x-144\leq0 \end{cases}$

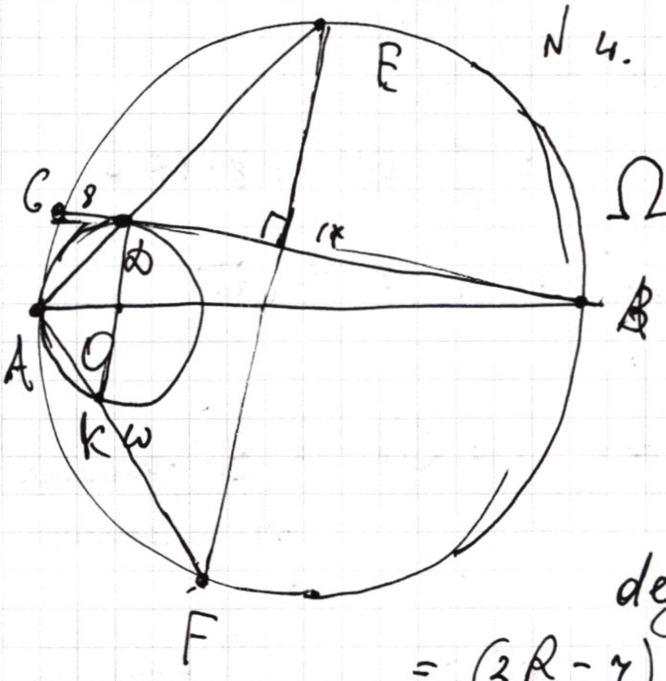
$$\begin{cases} x(x+18) > 0 \\ (x+24)(x-6) \le 0 \end{cases}$$



Отв.: $[-24; -18) \cup (0; 6]$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 4.



R – радиус Ω

r – радиус ω

O – центр ω

$O \in AB$

$AF \cap \omega = K$

$deg_\omega B = BD^2 = BO^2 - OD^2 =$

$= (2R - r)^2 - r^2 = 4(R-r)(R) = 17^2$

$\angle ODB = \angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ACB \sim \triangle ODB$ и $AC \parallel OD$

$$\frac{AO}{CD} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{r}{8} = \frac{2R}{25}$$

$$\frac{r}{R} = \frac{16}{25}$$

$$4\left(R - \frac{16}{25}R\right)\left(R\right) = 17^2$$

$$4 \cdot \frac{9}{25} \cdot R^2 = 17^2$$

$$R = \frac{17 \cdot 5}{6} = \frac{85}{6}$$

$\cancel{r = \frac{16 \cdot 17}{6\sqrt{41}}}$ $\quad r = \frac{16}{25} R = \frac{17 \cdot 16}{6 \cdot 5 \cdot \cancel{2}} = \frac{17 \cdot 8}{3 \cdot 5} = \frac{136}{15}$

Из гомотетии с центром в точке A, переводящей ω в υ, $KD \parallel FE$, $\frac{AD}{AE} = \frac{r}{R} = \frac{16}{25}$

$ED = AE - AD = \frac{25}{16} AD - AD = \frac{9}{16} AD$

$-\deg_{\upsilon} D = AD \cdot ED = BD \cdot CD = \frac{9}{16} AD^2 = 8 \cdot 17$

$AD = \frac{4}{3} \cdot 2\sqrt{34} = \frac{8}{3}\sqrt{34} \Rightarrow AE = \frac{25}{6}\sqrt{34}$

$\begin{cases} EF \parallel Dk \\ EF \perp BC \end{cases} \Rightarrow Dk \perp BC \Rightarrow O \in Dk \Rightarrow EF$ - диаметр

из гомотетии

$\angle EAF = 90°$

$\sin\angle AFE = \frac{EA}{EF} = \frac{\frac{25}{6}\sqrt{34}}{2R} = \cancel{\frac{\frac{25}{6}\sqrt{34}}{\frac{2 \cdot 17 \cdot 25}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{41}}} = \frac{\sqrt{41 \cdot 2}}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{82}}{\sqrt{17}}}$

$= \frac{\frac{25}{6}\sqrt{34}}{\frac{2 \cdot 17 \cdot 5}{6}} = \frac{5}{\sqrt{34}}$

$\cancel{AF = EF^2 - EA^2 = \left(\frac{2 \cdot 17 \cdot 5}{6}\right)^2 - \frac{25}{34}}$

$\cos\angle AFE = \sqrt{1 - \sin^2\angle AFE} = \frac{3}{\sqrt{34}}$

$S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AE \cdot AF = \frac{1}{2} AE \cdot EA \cos\angle AFE = R \cdot AE \cdot \frac{3}{\sqrt{34}} =$

$= \frac{85}{6} \cdot \frac{25}{6}\sqrt{34} \cdot \frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{85 \cdot 25}{12} = \frac{2125}{12}$

<u>Отв.</u>: $R = \frac{85}{6}$; $r = \frac{136}{15}$; $\angle AFE = \arcsin\frac{5}{\sqrt{34}}$;

$S_{AEF} = \frac{2125}{12}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

$f(1\cdot 1) = f(1) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$

$f(a\cdot \frac{1}{a}) = f(a) + f(\frac{1}{a}) = f(1) = 0,\ a \in \mathbb{Q}_+$ $\quad \sum\limits_{i=1}^{n}\left[\frac{p_i}{4}\right]$ $\shortparallel$

$f(a) = f(p_1\cdot p_2 \cdot\ldots\cdot p_n) = f(p_1) + f(p_2) + \ldots + f(p_n),$

p_i - простое число в разложении $a \in \mathbb{N}$

$f(x/y) < 0 \Leftrightarrow f(x\cdot \frac{1}{y}) < 0 \Leftrightarrow f(x) + f(\frac{1}{y}) < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(x) - f(y) > 0 \Leftrightarrow f(x) > f(y)$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$f(x)$	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	2	0	3	1	1	0

x	17	18	19	20	21	22	23	24
$f(x)$	4	0	4	1	1	2	5	0

$f(x)$	0	1	2	3	4	5
Сколько раз встречается	11	7	2	1	2	1

Требуется найти кол-во неупорядоченных пар (x, y), $1 \le x, y \le 24$, таких что $f(x) \neq f(y)$

$\frac{1}{2}\big((24-11)\cdot 11 + (24-7)\cdot 7 + (24-2)\cdot 2 + (24-1)\cdot 1 + (24-2)\cdot 2 +$

$+ (24-1)\cdot 1\big) = \frac{396}{2} = 198$

Отв.: 198.

136

56

$$5^{\log_{12} t} + t \geq t^{\log_{12} 13}$$

$$5^{\log_{12} t} + 12^{\log_{12} t} \geq 12^{\log_{12} t \log_{12} 13}$$

$$13^{\log_{12} t}$$

$$5^y + 12^y \geq 13^y$$

$$5^y + 12^y = 13^y$$

$y = 2$

$$5^{\varepsilon} \cdot 5^2 + 12^{\varepsilon} \cdot 12^2 < 13^{\varepsilon} \cdot 5^2 + 13^{\varepsilon} \cdot 12^2 = 13^{2+\varepsilon}$$

$$5^{2-\varepsilon}$$

$x^2 +$

2, 2, 2, 2, 3, 3

24 − 6

$$\frac{2R}{r} = \frac{25}{8}$$

$$\frac{2 \cdot 17 \cdot 25}{6\sqrt{41}}$$

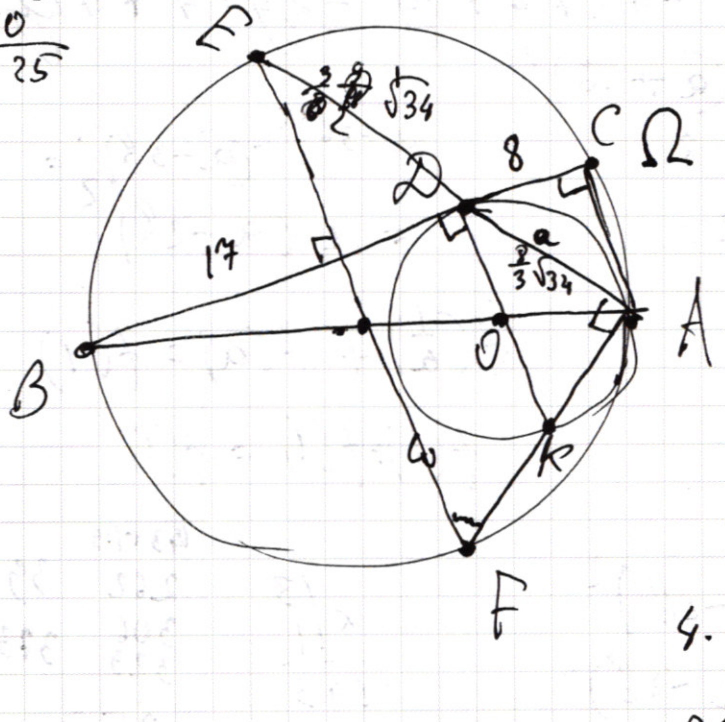
$\frac{25}{6}\sqrt{34}$

$$\frac{25}{6}\sqrt{34} : \frac{2 \cdot 17 \cdot 25}{6\sqrt{41}}$$

$$\frac{34}{\sqrt{41}} < \sqrt{34}$$

$$\frac{\sqrt{34} \cdot \sqrt{41}}{34}$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ \times 25 \\ \hline 425 \\ +170 \\ \hline 2125 \end{array}$$



$$(2R - r)^2 - r^2 = 17^2$$

$$4(R - r)(R + r) = 17^2$$

$$\frac{2R - r}{r} = \frac{17}{8}$$

$$17r = 8R - 8r$$

$$25r = 8R$$

$$r = \frac{8}{25}R$$

$$4 \cdot \frac{17}{25}R \cdot \frac{33}{25}R = 17^2$$

$$R^2 = \frac{25^2 \cdot 17}{4 \cdot 33}$$

$$R = \frac{25}{2}\sqrt{\frac{17}{33}}$$

$$r = 4\sqrt{\frac{17}{33}}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a = x - 2y$

$b = y - 1$

$(a-b)^2 + 6a^2 = 1$

$7a^2 - 2ab + b^2 = 1$

$(b-1)^2 = 2 - 7a^2$

$1-6a^2$

$a = x - 2$

$b = y - 1$

$\begin{cases} a^2 + 9b^2 = 1 \\ (x-2y)^2 = ab \end{cases}$

$x^2 - 4xy + 4y^2$

$ab = xy - x - 2y + 2$

$a^2 = x^2 - 4x + 4$

$4b^2 = 4y^2 - 8y + 4$

$\frac{12x+11}{4x+3} = 3 + \frac{2}{4x+3}$

$a^2 + 4b^2 + 4xy = x^2 - 4x + 4 + 4y^2 - 8y + 4 + 4xy =$

$= x^2 + 4y^2 + 4ab = (a+2b)^2$

$4ab = 4xy - 4x - 8y + 8$

$(x-2y)^2 = (a-2b)^2$

$(a+3b)^2 - (a-3b)^2 =$

$= 12(a-2b)^2$

$\begin{cases} (a-2b)^2 = ab \\ a \geq 2b \\ a^2 + 9b^2 = 1 \end{cases}$

$f(\frac{1}{a}) + f(a) = f(1)$

$f(1) + f(1) = f(1)$

$\begin{cases} (a-3b)^2 = 1 - 6(a-2b)^2 \\ (a+3b)^2 = 1 + 6(a-2b)^2 \end{cases}$

$13 \times 11 = 143$

143+119

262 396

306 373

329

253

396

$17 \times 7 = 119$

$a^2 - 4ab + 4b^2 = ab$

$a^2 - 5ab + 4b^2 = 0$

$(a-4b)(a-b) = 0$

$143 + 119 + 44 + 23 + 44 + 23$

$67 \cdot 2 = 134$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$

$\sin(4\alpha+4\beta) =$
$= 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\alpha+2\beta) =$
$= \pm 2 \cdot \frac{1}{\sqrt5} \cdot \frac{2}{\sqrt5} = \pm\frac{4}{5}$

$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \cos\frac{\pi}{4}\sin(2\alpha+4\beta) + \cos\frac{\pi}{4}\sin 2\alpha = -\frac{4}{5\sqrt2} \end{cases}$

$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \cos \end{cases}$

$\sin 2\alpha\cos 4\beta + \sin 4\beta\cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\cancel{\sin 2\alpha}$ $-\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha+4\beta) = \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta +$
$+ \sin 2\beta\cos(2\alpha+2\beta) =$
$= -\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta + \frac{2}{\sqrt5}\sin 2\beta$

$2\sin 2\beta - \cos 2\beta + \sqrt5\sin 2\alpha = -\frac{4}{\sqrt5}$

$\cos(2\alpha+4\beta) + \sin$

$\sin(4\alpha+4\beta) = \cancel{\sin}$

$\sin((4\alpha+4\beta)-2\alpha) = \sin(4\alpha+4\beta)\cos 2\alpha - \sin 2\alpha\cos(4\alpha+4\beta)$

$\sin 2\alpha +$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\sin(4\alpha+4\beta) = -\frac{4}{5}$

$\cancel{2\alpha+8}$ $\sin((4\alpha+4\beta) - 2\alpha) = \sin(4\alpha+4\beta)\cos 2\alpha +$

$+ (1-\cos(4\alpha+4\beta))\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}\cos 2\alpha$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

$$\begin{cases} x-2y = \sqrt{xy - x - 2y + 2} \\ x^2 + 9y^2 - 4x - 18y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 1 \\ (x-2y)^2 = xy - x - 2y + 2 \\ x \geq 2y \end{cases}$$

$x(y-1) - 2(y-1) =$
$= (x-2)(y-1)$

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 5xy + x + 2y - 2 = 0 \end{cases}$$

$x+$

$-5x(y - \frac{1}{5})$

$a = x - 2y$

$b = y - 1$

$a^2 + 9b^2 = 1$

$\cancel{a + 6ab +}$

$(a^2 - 6ab + 9b^2) = (a - 3b)^2 = 1 - 6ab$

$x - 2 - 3y + 3$

$(x - 3y + 1)^2 = 1 - 6(x-2y)^2$

$x - 2y$

$6t^2 + (t - y + 1)^2 = 1$

$6t^2 + (t-y)(t-y+2) = 0$

$z = t - y$

$6t^2 + z(z+2) = 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)