МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin\frac{2\alpha+4\beta+2\alpha}{2}\cos\frac{2\alpha+4\beta-2\alpha}{2} = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\beta).$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(2\beta) = -\frac{4}{5}.$

$-2\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\cos(2\beta) = -\frac{4}{5}^2.$

$\cos(2\beta) = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$ 5.

$\sin 2\beta = \sqrt{1-\frac{5}{25}} = \sqrt{\frac{20}{25}} = \frac{\pm 2\sqrt{5}}{5}.$

1) $\sin 2\beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{\sqrt{5}}{5} + \cos 2\alpha\cdot\frac{2\sqrt{5}}{5} = -\frac{\sqrt{5}}{5} \quad |:\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin 2\alpha + 2\cos 2\alpha = -1.$ ~~$\cos 2\alpha$~~.

~~$\operatorname{tg} 2\alpha$~~ $\sin 2\alpha + 2(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = -\cos^2\alpha - \sin^2\alpha.$

$\sin 2\alpha + 3\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 0.$

$2\sin\alpha\cos\alpha + 3\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 0. \quad |:\cos^2\alpha.$

$2\operatorname{tg}\alpha + 3 - \operatorname{tg}^2\alpha = 0.$

$\operatorname{tg}^2\alpha - 2\operatorname{tg} - 3 = 0.$

$D = 4+12 = 4^2.$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2-4}{2} = -1$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2+4}{2} = 3$

2) $\sin 2\beta = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\sin 2\alpha\frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{2\sqrt{5}}{5}\cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin 2\alpha - 2\cos 2\alpha = -1.$

~~$\sin 2\alpha$~~

$2\sin\alpha\cos\alpha - 2\cos^2\alpha + 2\sin^2\alpha = -\cos^2\alpha - \sin^2\alpha.$

$2\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha + 3\sin^2\alpha = 0$

$:\cos^2\alpha.$

$3\operatorname{tg}^2\alpha + 2\operatorname{tg}\alpha - 1 = 0$

$D = 4+12 = 4^2$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{-2-4}{2} = -3$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{-2+4}{2} = 1$

Ответ: $-3; -1; 1; 3.$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1 (Нумеровать только чистовики) а. 2.

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{x(y-1)-2(y-1)} \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{(x-2)(y-1)} \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=5^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)-2(y-1)=\sqrt{(x-2)(y-1)} \quad \uparrow^2 \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=25. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)^2-4(x-2)(y-1)+4(y-1)^2=(x-2)(y-1) \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)^2-5(x-2)(y-1)+4(y-1)^2=0. \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=25. \end{cases}$$

$(x-2)=a$; $(y-1)=b$.

$$\begin{cases} a^2-5ab+4b^2=0 \\ a^2+9b^2=25. \end{cases}$$

ОДЗ:

$x-2y\geq 0.$

~~$x\geq 2$~~ $(x-2)(y-1)\geq 0.$

~~$y\geq 1$~~

$a^2-5ab+4b^2=0$

$D=25b^2-16b^2=9b^2$

$a=\dfrac{5b\pm 3b}{2}$

$a_1=b$

$a_2=4b.$

1) $a=b.$

$10a^2=25$

$\Downarrow$

$a^2=2,5$

$a=\pm\sqrt{2,5}.$

$\Downarrow$

$x=2+\sqrt{2,5}$

$y=1+\sqrt{2,5}.$

$\Downarrow$

неуд.(ОДЗ).

$x=2-\sqrt{2,5}$

$y=1-\sqrt{2,5}.$

~~$a^2+9b^2-5b^2-5ab=0.$~~

~~$25-5b(b+a)=0.$~~

~~$5=b(b+a).$~~

~~$5=b^2+ba.$~~ ~~$b^2+ba-5=0.$~~

~~$D=a^2+20$~~

~~$b=\dfrac{-1\pm\sqrt{a^2+20}}{2}.$~~

2) $a=4b.$

$16b^2+9b^2=25$

$\Downarrow$

$b^2=1 \Rightarrow b=\pm 1 \Rightarrow y=0$ или $y=2.$

неуд(ОДЗ).

$a=\pm 4 \Rightarrow x=-2$ или $x=6.$

Ответ: $x=6$; $y=2$ и $x=2-\sqrt{\frac{5}{2}}$; $y=1-\sqrt{\frac{5}{2}}$.

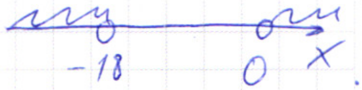
3.

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geq (x^2+18x)^{\log_{12}13}-18x$$

ОДЗ:

$x^2+18x>0$

$x(x+18)>0$



$\Downarrow$

модуль раскладывается со знаком „+".

$$(x^2+18x)^{\log_{12}13} \Longleftrightarrow 13^{\log_{12}(x^2+18x)}$$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}-13^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2+18x \geq 0.$$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}-13^{\log_{12}(x^2+18x)}+12^{\log_{12}(x^2+18x)} \geq 0.$$

$\log_{12}(x^2+18x)=t$ – замена.

$$5^t-13^t+12^t \geq 0.$$

Как видим, при $t=2$ $5^2-13^2+12^2=0$, если $t>2$, то, т.к -13^t убывает быстрее, то $5^t-13^t+12^t$ будет <0. Выходит $t \leq 2$. Больше ограничений нет.

Т.е. нер-во выходит:

$\log_{12}(x^2+18x) \leq 2 \Longrightarrow x^2+18x \leq 144$

$x^2+18x-144 \leq 0.$

$D = 18^2+144\cdot 4 = 900 = 30^2.$

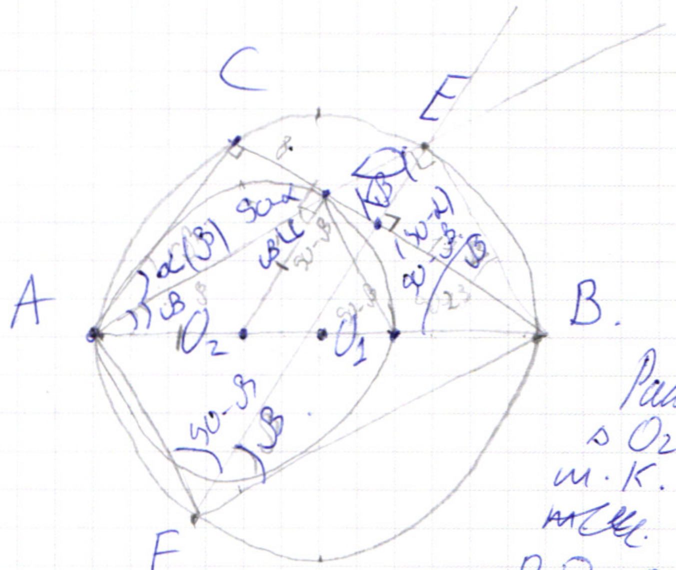
Учитывая ОДЗ получаем: $x_1 = \frac{-18-30}{2} = -\frac{48}{2} = -24$

$x \in [-24;-18) \cup (0;6]$

$x_2 = \frac{-18+30}{2} = \frac{12}{2} = 6. \Rightarrow x \in [-24;6].$

Ответ: $x \in [-24;-18) \cup (0;6]$.

4.



Дано:
$CD=8$;
$BD=17$

Найти: R_ω; R_Ω;
$\angle AFE$, S_{AEF}

Решение:

Рассмотрим $\triangle ACB$ и $\triangle O_2DB$. Они подобны т.к. имею общий угол $\angle CBA$, ~~и~~

$$\frac{BD}{BC}=\frac{BO_2}{BA}=\frac{O_2D}{AC}=\frac{17}{25}.$$

$\triangle ACD \sim \triangle BED$. ~~Рассмотрим четырехугольник~~ $ACDO_2$.
~~(смежный угол)~~. ~~Как видим~~

Пусть $\angle CAD=\alpha$; $\angle DAO_2=\beta$

$\angle DAO_2 = ADO_2=\beta$.

$\angle CDO_2=90°$ (CB - касательная) $\angle CDA=90-\alpha$.

Т.е. $\cancel{90}-\alpha+\beta=\cancel{90}$

$\alpha=\beta \Rightarrow AD$ - биссектриса.

$$\frac{CD}{DB}=\frac{AC}{AB} \quad \frac{8}{17}=\frac{AC}{AB} \quad AC=\frac{8\cdot AB}{17}, \text{ пусть } AB=x.$$

~~$x^2+\frac{64\cdot x^2}{289}=625$~~

~~$\frac{353x^2}{289}=625 \Rightarrow x=\frac{25\cdot 17}{\sqrt{353}}$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.к. $AB = x$, то $R_\Omega = \frac{25\cdot 17}{2\cdot\sqrt{353}}$.

$\frac{AB}{O_2B} = \frac{25}{17}$. $O_2B = \frac{25\cdot 17}{2\sqrt{353}}\cdot\frac{17}{25} = \frac{289}{\sqrt{353}}$.

$O_2D = \sqrt{\frac{289^2}{353} - 17^2} = 17\sqrt{289-}$

$\frac{64x^2}{289} + 625 = x^2$.

$25^2 = x^2\cdot\frac{15^2}{17^2}$.

$x = \frac{25\cdot 17}{15} = \frac{5\cdot 17}{3} = \frac{85}{3} \Rightarrow R_\Omega = \frac{85}{6}$.

$\frac{AB}{O_2B} = \frac{25}{17}$. $O_2B = \frac{17}{25}\cdot\frac{5\cdot 17}{3} = \frac{17^2}{15}$.

$O_2D = \sqrt{\frac{17^4}{15^2} + 17^2} = 17\sqrt{\frac{17^2+15^2}{15^2}} = \frac{17}{15}\sqrt{17^2+15^2} = R_\omega$.

$\frac{BD}{CD} = \frac{O_2D}{AC}$. $O_2D = \frac{AC\cdot BD}{CB} = \frac{8\cdot AB\cdot 17}{17\cdot 25} =$

$= \frac{8}{25}\cdot\frac{85}{3} = \frac{8}{5}\cdot\frac{17}{3} = \frac{136}{15}$

$R_\omega =$.

$\angle AFE = \angle ABE$ (лежат на одной окружн AE).

$\angle EAB = \beta \Rightarrow \angle ABE = 90 - \beta$.

$\sin 2\beta = \frac{CB}{AB} = \frac{\cancel{25} \cdot \cancel{17} \cdot 15}{\cancel{25} \cdot 17} = \frac{15}{17}$.

$2\sin\beta\cos\beta = \frac{15}{17}$.

$\sin\beta = t$.

$2t\sqrt{1-t^2} = \frac{15}{17}$.

$4t^2(1-t^2) = \frac{15^2}{17^2}$.

$4t^4 - 4t^2 + \frac{15^2}{17^2} = 0$.

$D = 16 - 16 \cdot \frac{15^2}{17^2} = 16\,\frac{17^2-15^2}{17^2} = 4^2 \cdot \frac{8^2}{17^2}$.

$t^2 = \frac{4 \pm 4 \cdot \frac{8}{17}}{8}$ $\quad t_2^2 = \frac{4 \cdot \frac{25}{17}}{8} = \frac{4 \cdot 25}{17 \cdot 8} = \frac{25}{34}$.

$t_2^2 = \frac{4 \cdot \frac{11}{17}}{8} = \frac{11}{34}$.

$\sin\beta = \sqrt{\frac{25}{34}}$ или $\sin\beta = \sqrt{\frac{11}{34}}$, т.е.

$\angle AFE = 90° - \arcsin\sqrt{\frac{25}{34}}$ или $\angle AFE = 90° - \sqrt{\frac{11}{34}}$.

Ответ: $R_\Omega = \frac{85}{6}$; $R_\omega = \frac{136}{15}$; $\angle AFE = 90° - \arcsin\sqrt{\frac{25}{34}}$.

или $\angle AFE = 90° - \sqrt{\frac{11}{34}}$.

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\angle AFE = \angle ABE = 90-\beta$ (лежат на одной окружн.)

$\triangle AEB \sim \triangle ACD$ (рисунок) $\Rightarrow \angle ABE = \angle ADC$.

$tg\angle CDA = \frac{CA}{CD} = \frac{8\cdot AB}{17\cdot CD} = \frac{8\cdot 25\cdot 17}{15\cdot 17\cdot 8} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$.

$\angle AFE = arctg\frac{5}{3}$.

$\frac{AE}{EB} = \frac{5}{3}$.

$\angle CAE = \angle EBC$ (стягив. CE).

$\quad\;\; \| \quad \alpha$

$\angle EAB = \angle EFB = \beta$ (стягив. EB).

$\angle FEB = 90-\beta$ ($EF \perp CB$) $\Rightarrow \angle EBF = 90°$.

Значит FE - диаметр.

Значит, т.к. $FE = AB$ и $\triangle AFE \sim \triangle AEB$ (углы) $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{\triangle AFE} = S_{AEB}$. $\frac{AE}{EB} = \frac{5}{3}$ ~~AE = t~~

$EB = \frac{3}{5}AE = \frac{3}{5}t$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$$\cancel{t^2+\frac{9t^2}{25}=AB^2.}$$

$$\cancel{\frac{34t^2}{25}=AB^2.}$$

$$\cancel{t^2=\frac{25}{34}\cdot\frac{25\cdot 25\cdot 17\cdot 17}{17\cdot 17}=\frac{5\cdot 5\cdot 17\cdot 17}{3\cdot 3}.}$$

$tg(180-\varphi)=\frac{3}{5}.$

$\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}=\frac{3}{5}.$

$\cancel{\sin\varphi\cdot 5=3\sqrt{1-\sin\varphi}.}$

$\cancel{25\sin\varphi^2=3-3\sin\varphi.}$

$\cancel{25\sin\varphi^2+5\sin\varphi-3=0.}$

$\cancel{D=1+300=301}$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{AEB}}=k^2 \qquad k=\frac{AD}{AB}=\sqrt{2176}.$$

$\frac{AC}{CD}=\frac{5}{3}$ (дежурно равна)

$AC=\frac{5\cdot 8}{3}=\frac{40}{3}.$

$AD=\sqrt{\frac{1600}{9}+64}=\sqrt{\frac{1600+64\cdot 9}{9}}.$

Ответ: $R_\Omega=\frac{85}{6}$; $R_\omega=\frac{136}{15}$; $\angle AFE=arctg\,\frac{5}{3}$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(2R-24)2R=17$

$4R^2-4R\cdot4-17=0$

$D=16$

2.

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

ОДЗ: $x>2y$, $(x-2)(y-1)\geq 0$.

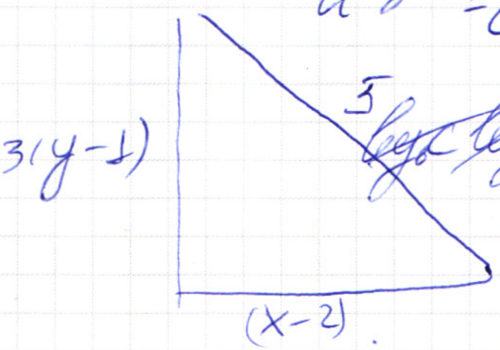
$x(y-1)-2(y-1)$

$(y-1)(x-2)$

$x-2y=\sqrt{x(y-1)-2(y-1)}$

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{(x-2)(y-1)} \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=25=5^2. \end{cases}$$

$a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$



$\log_b c\cdot\log_b a=\log_b c\log_b a$

$$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=(x-2)(y-1) \mid \cdot 6. \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=5^2 \end{cases}$$

$6x^2-24xy+24y^2=6(x-2)(y-1).$

$(x-2)^2+9(y-1)^2=5.$

$x-2=-4$, $x=-2$

$x-2=4$, $x=6$

$=-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha$

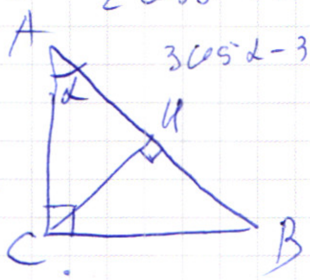
$2\cos^2\alpha-2\sin^2\alpha$

$3\cos^2\alpha-3\sin^2\alpha$

$((x-2)-3(y-1))^2+6x^2-$

$-24xy+24y^2=25$

$\sin\alpha=\frac{CH}{AC}$ $\quad \sin\alpha=\frac{CB}{AB}$



$\frac{CH}{AC}=\frac{CB}{AB}$

$(x-2-3y+3)^2+6(x-2y)^2=25.$

$(x-3y+1)^2+6(x-2y)^2-25=0$

$AC^2-CB^2=AH^2-HB^2.$

$HC=\sqrt{AC\cdot CB}$

$7+\sqrt{5,5}-2-2\sqrt{5,5}$

$CH=\frac{CB\cdot AC}{AB}.$

$AC^2-CH^2=AH^2$

$CB^2-CH^2=HB^2.$

$90-\alpha+\beta+90=180$

$\alpha+\beta$

$$\begin{cases} a^2-5ab+4b^2=0 \\ a^2+9b^2=25 \end{cases}$$

$D=25b^2-16b^2=9b^2$

$a=5b\pm$

$289+64=353$

$17\cdot17=289$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} a^2-2b^2=ab \,|\cdot a^2 \\ a^4+9b^4=5^2 \end{cases}$$

$-2a^2b^2-9b^4=a^3b-5^2$

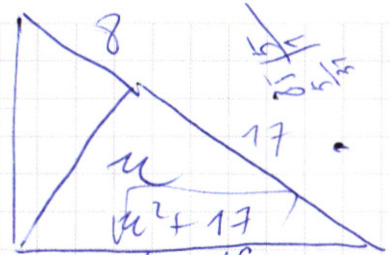
$5^2=a^3b+2a^2b^2+9b^4$

$\frac{CD}{DE}=\frac{AD}{DB}=\frac{CA}{EB}$

$\frac{8}{DE}=\frac{AD}{17}$ $AD\cdot BE=8\cdot 17$

$(2R-2r)\cdot 2R=17$

$\sqrt{r^2+8}$



$\frac{1}{5^2}-\frac{1}{13^2}+\frac{1}{12^2}$

$169 \cdot 13 = 2197$

$r^2+8+r^2+17=625$

$2r^2=600$

$r^2=300$

$r=$

$144\cdot 12=1728$

$(x-2)^2-4(x-2)(y-1)+(y-1)^2=(x-2)(y-1)$

$(x-2)^2+5(y-1)^2=25$

$$\begin{cases} (x-2)^2-5(x-2)(y-1)+(y-1)^2=0 \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=5^2 \end{cases}$$

$9(y-1)^2+5(x-2)(y-1)=5^2+(y-1)^2$

$8(y-1)^2=5(5-(x-2)(y-1))$

$\log_{12}(x^2+8x)=t$

$12^t=x^2+8x$

$5^t-13^t+12^t\geq 0$

$25-169+144$

$125-169\cdot 13+12\cdot 144$

3

$1-1+1\geq 0$

$13\cdot 12-5\cdot 12$

$5\sqrt{13}$

$289-64=225$

$1-1+1$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$ +

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha$

$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta))$

$2\sin\alpha\cos\beta=\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)$

$144\cdot 4=576$

$18\cdot 18=324$

$324+576=900$

$36+9\cdot 4-4\cdot 6-18\cdot 2=$

$=72-24-36$

$72-60$

$x-2y-4$

$(x-2)-2(y-1)$

$x-2-2y+2$

$x=\frac{25\cdot 17}{\sqrt{353}}$

$\frac{625\cdot 289}{353}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

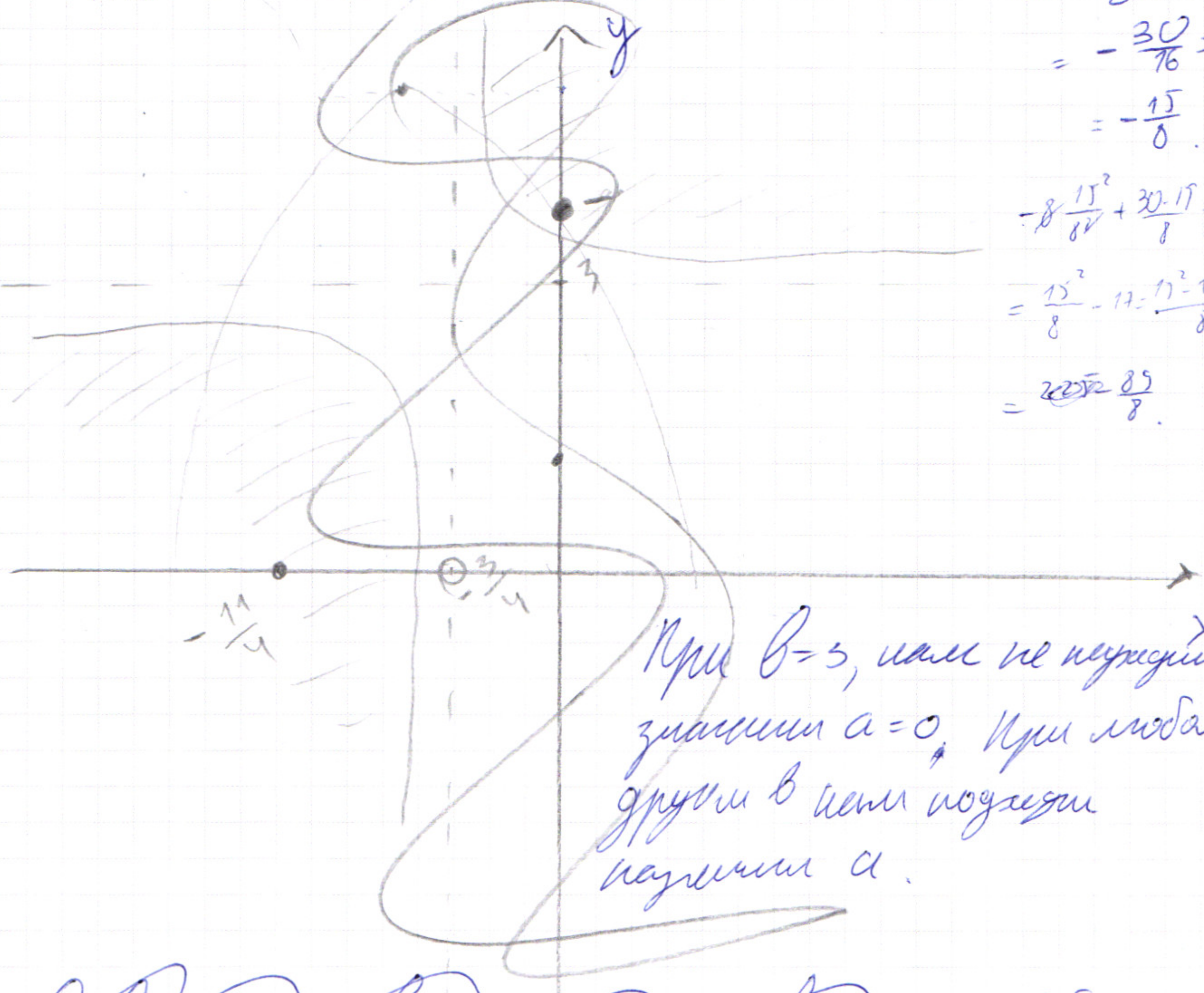
6.

$\frac{12x+11}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2-30x-17$.

$3+\frac{2}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2-30x-17$.

$x_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-30)}{2(-8)} = -\frac{30}{16} = -\frac{15}{8}$.

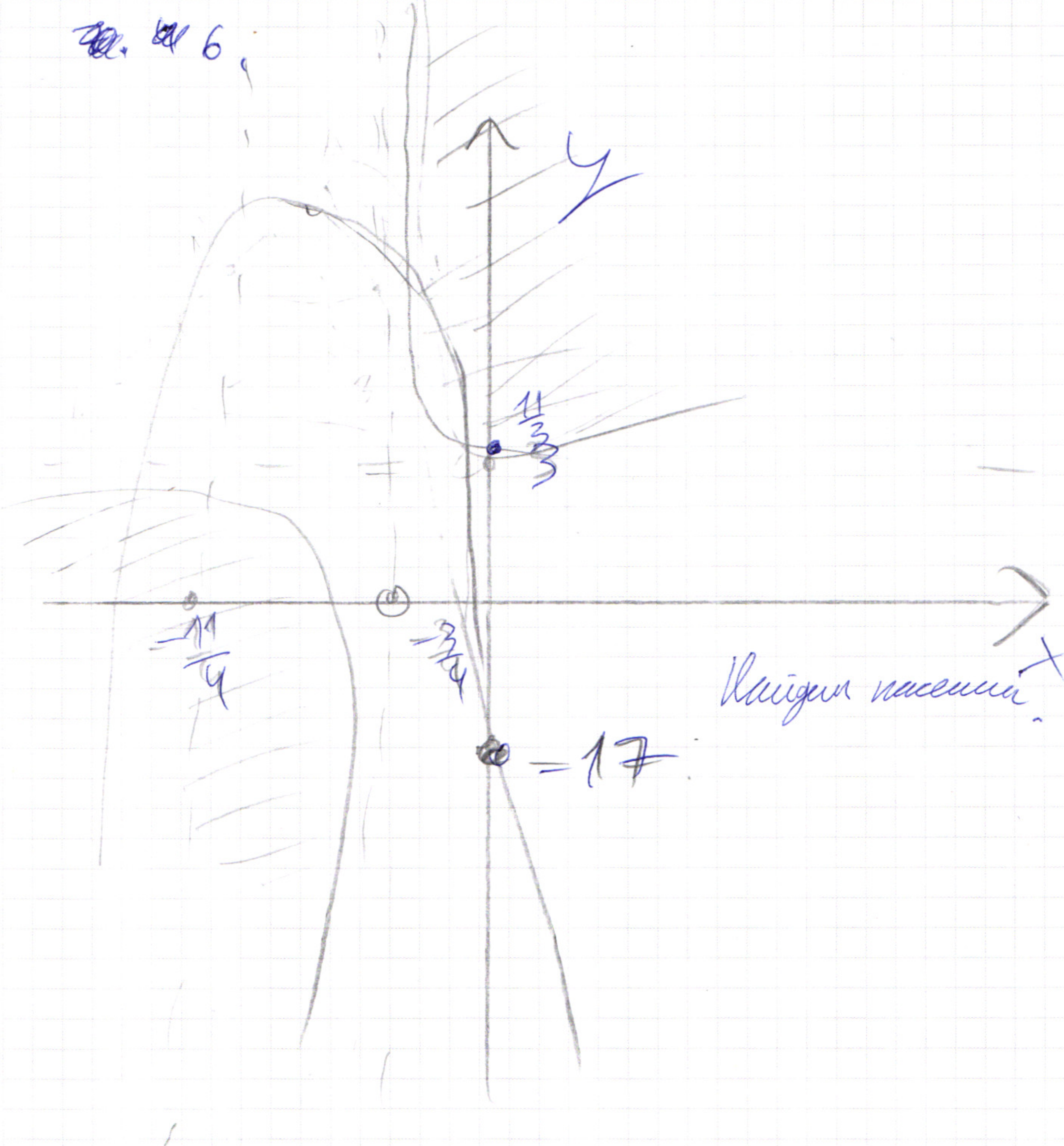
$-8\frac{15^2}{8^2}+\frac{30\cdot 15}{8}-17 = \frac{15^2}{8}-17 = \frac{15^2-17\cdot 8}{8} = \frac{89}{8}$.



При в=3, нам не подходит значение а=0. При любом другом в нам подходит нулевое а.

Ответ: при в=3 а≠0, при в≠3 а — любое число.

№ 6.



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

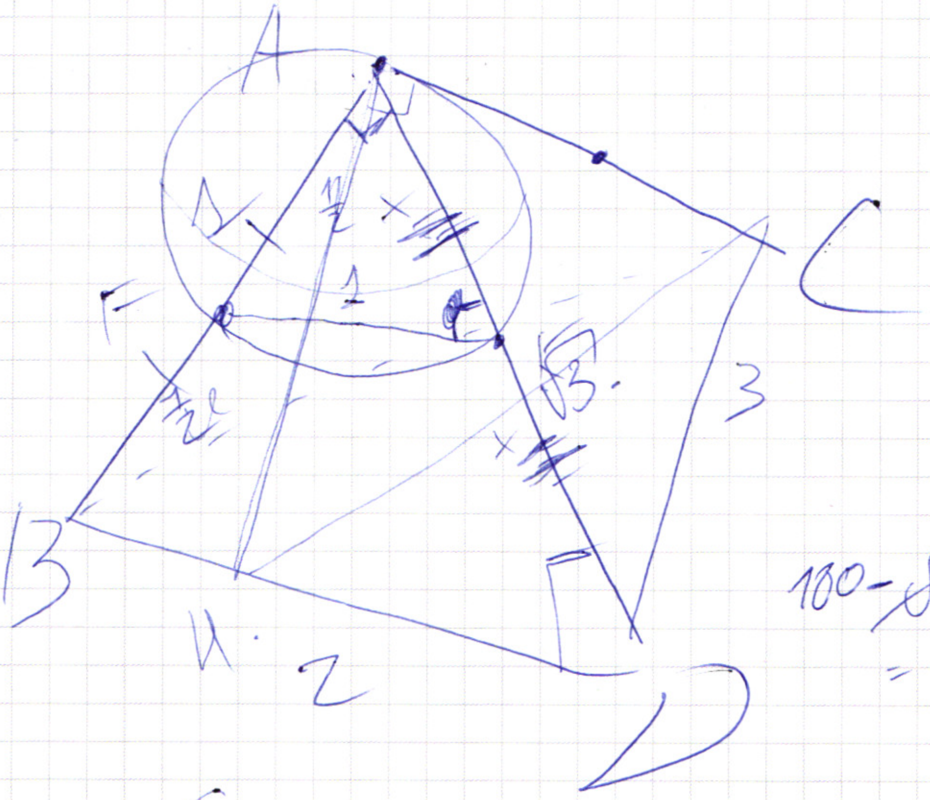
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

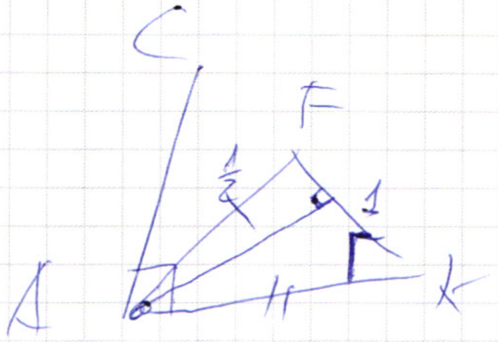


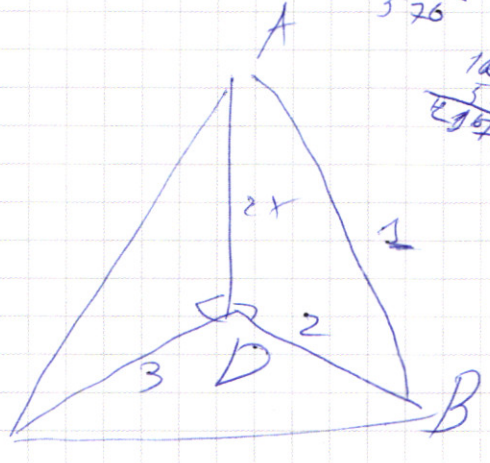
$180 - \cancel{\beta} - 90 + \cancel{2\beta} = 90 + \beta$

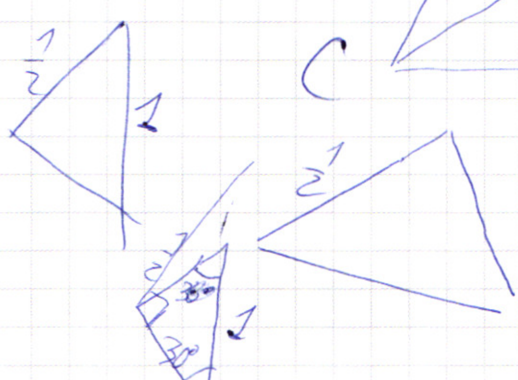
$64 \cdot 9 = 576$

$10000 - 576$

2176







$46 \cdot 46 = 2116$

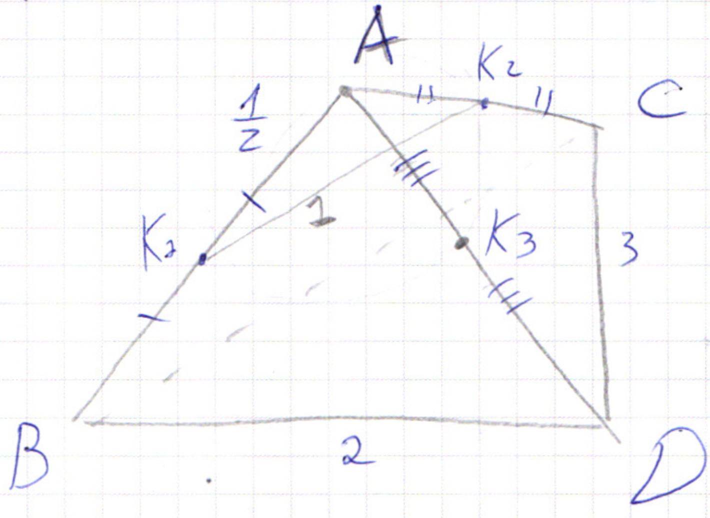
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

7.



K_1K_2 – средняя линия $\Rightarrow$
$\Rightarrow K_1K_2 = \frac{BC}{2} = 1$.

Т.к. окружность не проходит через $K_3 \Rightarrow$
$\Rightarrow AD \perp ABC \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BAD = \angle CAD = 90^\circ$.

$$AD = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}.$$