МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}, \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$$

Пусть $x^2+6x=t$, $t>0$, т.к. содержится в логарифме.

$$3^{\log_4 t}+t \geqslant |t|^{\log_4 5}$$

$$t>0 \Rightarrow |t|=t$$

$$3^{\log_4 t}+t \geqslant t^{\log_4 5}$$

$t=4^{\log_4 t}$ $\quad t^{\log_4 5}=5^{\log_4 t}$ (по св-ву логарифмов)

$$3^{\log_4 t}+4^{\log_4 t} \geqslant 5^{\log_4 t} \quad | : 4^{\log_4 t}>0.$$

~~Слева сумма монотонно возрастающих функций, справа монотонно возрастающая функция ⇒ функции слева и справа пересекаются не более одного раза~~

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{\log_4 t}+1 \geqslant \left(\frac{5}{4}\right)^{\log_4 t}$$

$\left(\frac{3}{4}\right)^{\log_4 t}+1$ – монотонно убывающая функция

$\left(\frac{5}{4}\right)^{\log_4 t}$ – монотонно возрастающая.

У этих двух функций не более одной точки пересечения. До неё больше убывающая ф-ия, после – возрастающая.

при $\log_4 t=2$, т.е. $t=16$ ф-ии равны ⇒

$\Rightarrow 0<t\leqslant 16 \qquad 0<x^2+6x\leqslant 16$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} 0 < x^2+6x \\ x^2+6x \overset{?}{\leqslant} 16 \end{cases} \quad x(x+6)>0 \Rightarrow x \in (-\infty;-6)\cup(0;+\infty)$$

$$x^2+6x-16 \leqslant 0 \quad (x+8)(x-2)\leqslant 0 \Rightarrow x\in[-8;2]$$

$$[-8;2] \cap \left((-\infty;-6)\cup(0;+\infty)\right) = [-8;-6)\cup(0;2]$$

Ответ: $[-8;-6)\cup(0;2]$.

№6

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax+b \geqslant 8x^2-34x+30$$

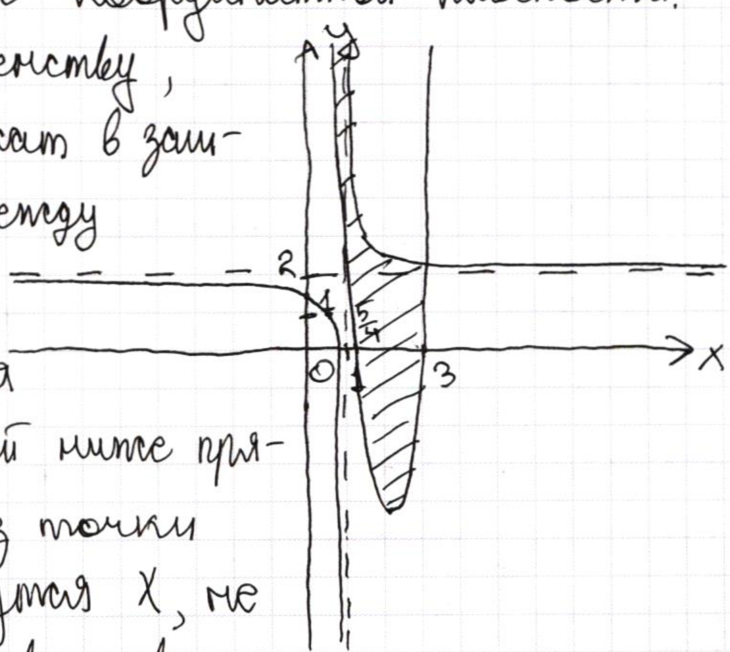
$$2+\frac{1}{2x-2} \geqslant ax+b \geqslant 8x^2-34x+30$$

Функция $f(x)=2+\frac{1}{2x-2}$ представляет собой гиперболу с горизонтальной асимптотой $y=2$ и вертикальной $x=1$

$g(x)=8x^2-34x+30$ представляет собой параболу с вершиной в точке $\left(\frac{17}{8}; -\frac{17^2}{8}+30\right)$, пересекающую ось Ox в точках $(3;0)$ и $\left(\frac{5}{4};0\right)$

$h(x)=ax+b$ является прямой, которая может проходить в любом месте координатной плоскости.

Согласно ~~условию~~ неравенству, подходящие точки лежат в заштрихованной области, между параболой и гиперболой.



Теперь заметим, что для всякой прямой, лежащей ниже прямой, проходящей через точки $(1;4)$ и $(3;0)$ найдутся x, не удовлетворяющие неравенству.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Следовательно нас устраивают все a и b при которых прямая или проходит через $(1;4)$ и $(3;0)$, или имеет такой же наклон и лежит выше, в крайнем случае касаясь ~~параболы~~ гипер., или проходит через $(1;4)$ или $(3;0)$, имея такой наклон, что лежит в заданной области, в крайнем случае касаясь ~~параболы~~ гипер.

В первом случае имеем:

$$\begin{cases} 4 = a + b \\ 0 = 3a + b \end{cases} \Rightarrow a = -2,\ b = 6$$

В точке касания $h'(x) = f'(x)$ и $h(x) = f(x)$

$$-2x + b = 2 + \frac{1}{2x-2}$$

$$-2 = -\frac{2}{2(x-2)^2} \qquad 4(x-2)^2 = 2$$

$$(x-2)^2 = \frac{1}{2} \qquad x = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad -4 + \sqrt{2} + b = 2 + \frac{1}{2 - \sqrt{2}}$$

$$b = 6 - \sqrt{2} + \frac{1}{2-\sqrt{2}}$$

Во втором случае:

$$h'(x) = f'(x)$$

$$a = -\frac{2}{2(x-2)^2} \qquad 2(x-2)^2 a = -2$$

$$2ax^2 - 8ax + 8a = -2$$

$-2 = -\frac{2}{(2x-2)^2} \Leftrightarrow |2x-2| = 1 \Rightarrow x=0,5;\ x=1,5$

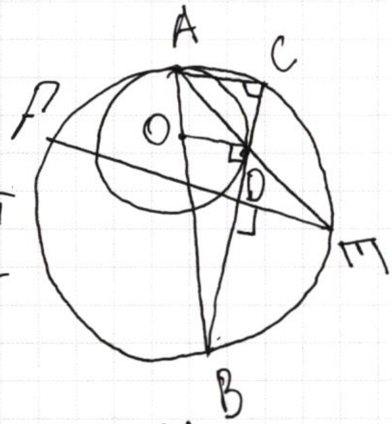
$x=0,5$ не подходит $\Rightarrow$ касание происходит в точке ~~1,5~~ с $x=1,5$.

$f(1,5) = 2 + \frac{1}{2\cdot 1,5-2} = 3$

При этом прямая $y=-2x+6$ в точке $x=1,5$ также имеет ординату 3 и касается гиперболы $\Rightarrow$ $y=-2x+6$ — единственная прямая, удовлетворяющая неравенству, меняя её положение мы „выпадаем" из нужной области.

Ответ: $(-2;6)$.

№4



$CD=\frac{5}{2}$; $BD=\frac{13}{2}$.

Т.к. AB — диаметр Ω, проведенный из точки касания с ω, AB содержит диаметр ω.

O — центр ω, R — радиус Ω, r — радиус ω.

$\angle ACB = 90°$, т.к. опирается на диаметр

$\triangle BOD \sim \triangle BAC$ ($\angle B$ — общий, $\angle ODB = \angle ACB$)

$\frac{BD}{BC} = \frac{BO}{BA}$ $\quad BO = 2R - r \quad BA = 2R$

$BC = BD + CD = \frac{18}{2}$

$\frac{2R-r}{2R} = \frac{13}{18} \quad 36R - 18r = 26R \quad 10R = 18r$

в $\triangle ODB$:

$OB^2 = OD^2 + DB^2$ (по т. Пифагора)

$4R^2 - 4Rr + r^2 = r^2 + \frac{169}{4} \qquad R = 1,8r$

$\frac{4\cdot 18^2}{10^2}r^2 - \frac{4\cdot 18}{10}r^2 = \frac{169}{4} \qquad r^2\left(\frac{4\cdot 18^2 - 4\cdot 18\cdot 10}{10^2}\right) = \frac{169}{4}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3y \quad 9y^2 - 12xy + 4x^2 = 3xy - 2x - 3y + 2$

$3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4$

$3x^2 - 8x + 3y^2 - y - 4$

$6 -$

$4 \qquad 6 - 6 - 2 + 2$

$x^{\frac{28}{3}}$

$x = 1 \qquad 3y - 2 \qquad y = \frac{2}{3}$

$3 + \frac{4}{3} - 6 - \frac{8}{3} \qquad -3 - \frac{4}{3}$

$3y^2 - 4y - 7 = 0$

$3 + 3y^2 - 6 - 4y = 4$

$D = 16 + 84 = 10^2$

$y = \frac{4 \pm 10}{6} = 1$

$y_1 = 1$

$y_2 = \frac{7}{3}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$r^2 \cdot \frac{4 \cdot 18 \cdot 8}{10^2} = \frac{13^2}{4} \qquad r^2 = \frac{13^2 \cdot 10^2}{4^2 \cdot 4^2 \cdot 3^2} \Rightarrow r = \frac{130}{48} =$

$= \frac{65}{24} \qquad R = \frac{65 \cdot \overset{3}{\cancel{18}}}{\underset{4}{\cancel{24}} \cdot 10} = \frac{195}{40}$

Ответ: $\frac{65}{24}$; $\frac{195}{40}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

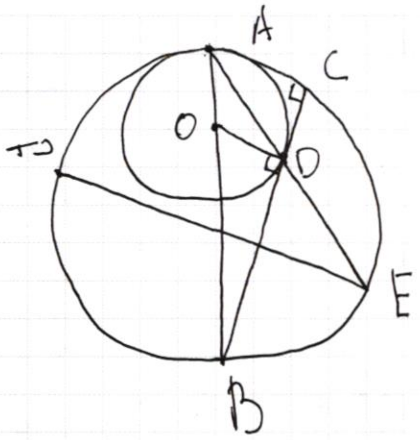
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

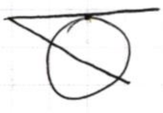
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\frac{34}{8} = 3 + x_2$ $AD \cdot DE = BD \cdot CD$



$x_2 = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ $AD \cdot DE = \frac{5 \cdot 13}{4}$

$AD^2 = CD \cdot BD = \cancel{5 \cdot 13}$ $\frac{\sqrt{65}}{2}$

$\frac{\sqrt{5 \cdot 13}}{2} DE = \frac{5 \cdot 13}{4 \cdot 2}$ $DE = \frac{\sqrt{65}}{2}$

$\frac{3+\frac{3}{4}}{2} = 12+3$

A

$BD \cdot CD = d^2$ $d = \frac{\sqrt{65}}{2}$ $r = \frac{\sqrt{65}}{4}$

$\frac{2R}{2R-r} = \frac{BC}{BD}$ $\frac{2R}{2R-\frac{\sqrt{65}}{4}} = \frac{18}{13}$

$26R = 36R - \frac{\sqrt{65} \cdot 9}{2}$ $10R = \frac{\sqrt{65} \cdot 9}{2}$

$R = \frac{\sqrt{65} \cdot 9}{20}$ $\cancel{AD \cdot DE}$ $\frac{30}{8} - 3 = \frac{6}{8}$ $\frac{1}{2x-2} = -1$

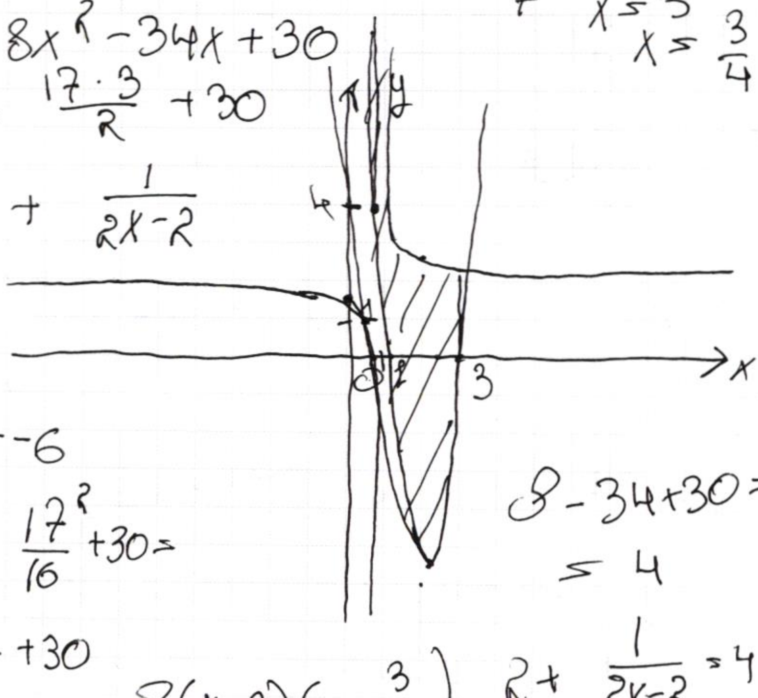
7 $x = 3$ $x = \frac{3}{4}$

$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax+b \geqslant 8x^2-34x+30$

$8 \cdot \frac{9}{2} - \frac{17 \cdot 3}{2} + 30$

$\frac{4x-4+1}{2x-2}$ $2 + \frac{1}{2x-2}$

-51



$x^* = \frac{34}{16} = \frac{17}{8}$

$\cancel{8}$ $32+30-68=-6$

$\frac{\cancel{8} \cdot 34 \cdot 34}{16 \cdot 16} = \frac{17^2}{8} - \frac{17^2}{16} + 30 =$

$\frac{17^2}{8} - \frac{2 \cdot 17^2}{8} - \frac{17^2}{8} + 30 = \frac{17^2}{16} + 30$

$8 - 34 + 30 = 4$

$8(x-3)(x-\frac{3}{4})$ $2 + \frac{1}{2x-2} = 4$

$\frac{1}{2x-2} = 2$ $1 = 4x-4$ $x = \frac{5}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$2\cdot 2\cdot a=2$

$a=\frac{1}{2}$

$9y^2-15xy+4x^2+2x+3y=2$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4.$

$3\cdot 2\cdot a=3$

$18y^2-30xy+8x^2+4x+6y=3x^2+3y^2-6x-4y$

$15y^2-30xy+5x^2+10x+10y=0\ |:5$

$3y^2-6xy+x^2+2x+2y=0$

$9x^2+9y^2-18x-12y=12$

$5x^2+15xy-20x-15y=10$

$x^2+3xy-4x-3y-2=0$

$\cancel{x-}\ \cancel{2(x}\quad 3y(x-1)+2(x-1)^2+x^2+4=0$

x^2-4x-2

x^2-2x+1

$2x+3$

$3y(x-1)-2(x-1)$

$(3y-2x)^2=(3y-2)(x-1)$ $\quad \frac{4}{3}\cdot\frac{16}{9}$

$3x^2-6x+3$ $\quad 3y(x-1)$

$3(x-1)^2$ $\quad d(D-d)=BD^2$

$f(ab)=f(a)+f(b)\quad f(p)=[p/4]$

$\sqrt{15}\cdot\sqrt{5}=5\sqrt{3}$

$4(1-6y+9y^2)-$

$23y\quad 3(x-1)^2+\quad D=4(1-6y+9y^2)-12y^2-8y=4-32y+24y^2$

$3y^2-6xy+x^2+2x+2y=0\ |:xy$

$3y\quad x=\frac{6y-2\pm\sqrt{4-32y+24y^2}}{2}$

$18y^2-30xy+8x^2+4x+6y=3x^2+3y^2-6x-4y$

$15y^2-30xy+5x^2+10x+10y=0\ |:5$

$3y^2-6xy+x^2+2x+2y=0\quad x^2+2x(1-3y)+3y^2+2y=0$

$x=1,5\quad x=0,5\quad |2x-2|=1$

$\frac{1}{2x-2}\quad 4-\frac{2}{(2x-2)^2}$

$-2x+6\quad 2+1=3$

$n-2\quad \frac{2}{(2x-2)^2}\quad 1-4x^2$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\quad \frac{\sqrt{2}}{2}-2>1\quad \frac{\sqrt{2}}{2}>\frac{1}{\sqrt{2}}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}, \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$ $9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$

$3y-2x\geq 0$

$9y^2-15xy+4x^2+2x+3y-2=0$

$12y^2-15xy+7x^2-4x-y-6=0$

$\cancel{9+12 \geq 25-4}$

$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$

$3y^2+3x^2-6x-4y=4$ $9y^2-15xy+4x^2+2x+3y=2$

$6y^2-15xy+x^2+8x+7y+2=0$

$2^{\log_3 9}=4$

$-\,9y^2+9x^2-18x-12y=12$

$9y^2-15xy+4x^2+2x+3y=2$

$a^{\log_b c}$ $9^{\log_3 2}=$

$c^{\log_b a}$

$5x^2+15xy-20x-15y=10$

$x^2+3xy-4x-3y=\cancel{10}\,2$ $0<x^2+6x\leq 16$

$x($ $-16<x^2+6x-16\leq 0$

$5x^2+15xy-20x-15y=10$ $x^2+6x-16\leq 0$

$(x+8)(x-2)\leq 0$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$

$+\;-8\;-\;2\;+\;x$

$x\in[-8;2]$

$x^2+6x=t$, $t>0$ $D(f): x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty)$

$x\in[-8;-6)\cup(0;2]$

$3^{\log_4 t}+t\geq |t|^{\log_4 5}$

$t=4^{\log_4 t}$

$3^{\log_4 t}+t\geq t^{\log_4 5}$

$3^3+4^3\geq 5^3$

$3^{\log_4 t}+4^{\log_4 t}\geq t^{\log_4 5}$

$\cancel{27+64}$

$3^{\log_4 t}+4^{\log_4 t}\geq 5^{\log_4 t} \quad \Big|:3^{\log_4 t}$ $0<t\leq 16$

$1+\left(\frac{4}{3}\right)^{\log_4 t}\geq\left(\frac{5}{3}\right)^{\log_4 t}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\sin \overset{120}{\cancel{90}} + \sin 60 = 2\cos 30 \cos 90$

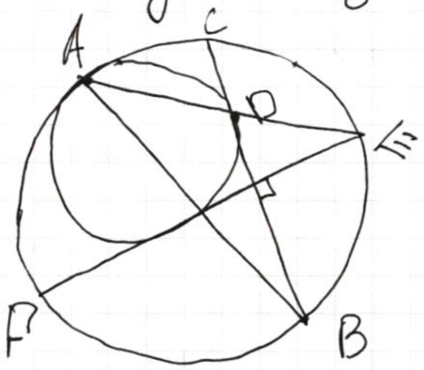
$9y^2 - 15xy + 4x^2 + 2x + 3y = 2 \mid \cdot 2$

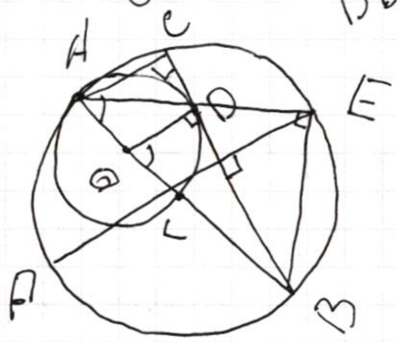
$3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4$

$15y^2 - 30xy + 5x^2 - 2x - 2y = 0$

$\sqrt{5}\cdot\sqrt{15} = 5\sqrt{3}$

$BD^2 = BL \cdot AL$





CD, BD

AB - диаметр $\Downarrow$ AL - диаметр $L \in AB$

$ACEB$ - вписанный

$\angle ACB = 90° = \angle AEB$

$EF \parallel OD$

$\cancel{AO}$ $\frac{AB}{OB} = \frac{BD}{BC}$

$\frac{AB}{OB} = \frac{\frac{13}{2}}{\frac{18}{2}}$

$\frac{AB}{OB} = \frac{13}{18}\frac{18}{13}$ $\frac{2R}{2R-r} = \frac{13}{18}\frac{18}{13}$

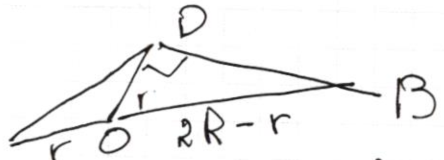
$36R = 26R - 13r$

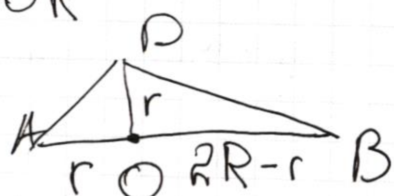
$26R = 36R - 18r$

$10R = -\frac{13}{r}$

$18r = 10R$

$R = 1{,}8r$





$4R^2 - 4Rr + \cancel{r^2} = \cancel{r^2} + \frac{169}{4}$

$4 \cdot 1{,}8^2 r^2 - 4\cdot 1{,}8 r^2 = \frac{169}{4}$ $4\cdot 1{,}8 \cdot 0{,}8 r = \frac{169}{4}$

$r = 169$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{12-3}{}$

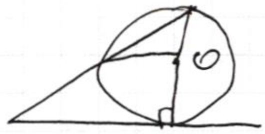
$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4 \quad | \cdot \frac{4}{3}$

$4x^2+4y^2-4x-\frac{16}{3}y-\frac{16}{3}=0$

$-\ 9y^2-15xy+4x^2+2x+3y-2=0$

$5y^2-15xy+2x+\frac{25}{3}y+\frac{10}{3}=0$



1,5

$\frac{8-3}{2+}$ $4-3$

$\sin(2\alpha+2\beta)=\sin 2\alpha\cos 2\beta+\cos 2\alpha\sin 2\beta=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cos 4\beta+\cos 2\alpha\sin 4\beta+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha(\cos^2 2\beta-\sin^2 2\beta)+2\cos 2\alpha\sin 2\beta\cos 2\beta$

x^2+6y^2-12xy

$\frac{17+5}{8}$

$4+6x+4y+x^2+6y^2-12xy=3xy-2x-3y+2$

$x^2+6y^2-15xy+8x+7y+2=0$

$32-68+30$

$\frac{8-3}{2}$

$\frac{5}{2}$

$\cancel{x^2-8xy}$

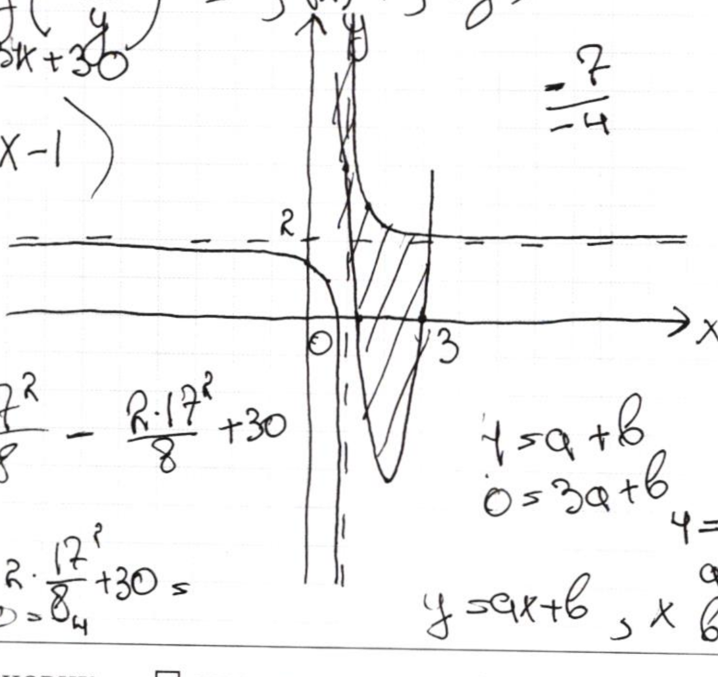
$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)$

$\frac{4x-3}{2x-2}\geq y\geq 8x^2-34x+30$

$\frac{-7}{-4}$

$(3y-2x)^2=(3y-2)(x-1)$

$8\cdot\frac{25}{2}-\frac{17\cdot 5}{2}+30$



$2+\frac{1}{2x-2}$ $\quad 85-$

$\frac{1}{2+\ \ 3}$ $\quad \frac{17^2}{8}-\frac{2\cdot 17^2}{8}+30$

$1=a+b$

$0=3a+b$

$4=-2a$

$a=-2$

$8x^2-34x+30$

$=-\frac{17^2}{8}+30=-17\cdot\frac{17}{28}+30=\frac{17^2}{8}-2\cdot\frac{17^2}{8}+30=$ 8_4

$y=ax+b$, x b-до кас.

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4.$ $\qquad -12(3x^2-6x-4)$

$12y^2+7x^2-15xy-4x-y=6.$

$12y^2-15xy+\frac{25}{4}x^2$

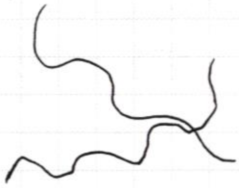
$3y^2-y$

$3x^2+3y^2-6x-4y-4=0$ $\qquad \frac{4x-4+1}{2x-2}=$

$D_y=\cancel{x}\,16-36x^2+48+72x=$ $\qquad =2+\frac{1}{2x-2}$

$=-36x^2+72x+64$

$$y=\frac{4\pm\sqrt{64+72x-36x^2}}{6}$$



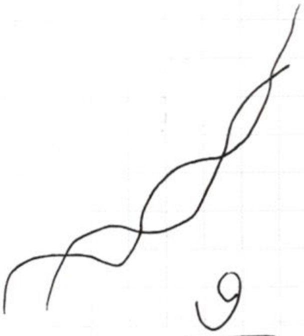
$3^x+4^x\geq5^x \;\; |:4^x$

$\frac{1}{4}$ $\quad 3^{-1}=\frac{1}{3}$ $\quad \frac{1}{2}$ $\qquad 2(-1)=3^{-2}=\frac{1}{9}$

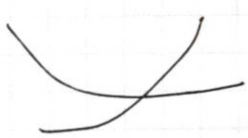
$\left(\frac{3}{4}\right)^x+1\geq\left(\frac{5}{4}\right)^x$

$\log_4 x$ $\quad x\to0,\ f\to-\infty$

$x=\frac{1}{4}$ $\quad f=-1$ $\quad x=\frac{1}{2}$ $\quad f=-\frac{1}{2},\ x=1,\ f=0$



$\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4 t}+\left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4 t}$



$\frac{9}{16}+1$ $\qquad \frac{25}{16}$

$3^{\log_4 7}+7\geq7^{\log_4 5}$