МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6},\\ x^2+36y^2-12x-36y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x+\left|x^2-10x\right|^{\log_3 4}\geqslant x^2+5^{\log_3\left(10x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{15}{2}$, $BD=\frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2\leqslant x\leqslant 25$, $2\leqslant y\leqslant 25$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x-16}{4x-5}\leqslant ax+b\leqslant -32x^2+36x-3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4};1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL=3$, $KM=1$, $MN=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$f(2)=0$

$f(3)=0$

$f(5)=1$

$f(7)=1$

$f(11)=2$

$f(13)=3$

$f(17)=4$

$f(19)=4$

$f(23)=5$

$F(b)=f(b^2)+f(\frac{1}{b})=f(b)+f(b)+f(\frac{1}{b})$

$f(\frac{1}{b})=-f(p)$

$f(\frac{1}{2})=0$

$f(\frac{1}{3})=0$

$f(\frac{1}{5})=-1$

$f(\frac{1}{7})=-1$

$f(\frac{1}{11})=-2$

$f(\frac{1}{13})=-3$

$f(\frac{1}{17})=-4$

$f(\frac{1}{19})=-4$

$f(\frac{1}{23})=-5$

Пусть $x=a_1^{\alpha_1}\cdot\ldots\cdot a_n^{\alpha_n}$ — разложение на простые множители

Тогда $f(x)=\alpha_1\cdot f(a_1)+\ldots+\alpha^n\cdot f(a_n)$, а т. к $f(a_i)$ нам известно и $f(x)$ мы можем найти

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\alpha_1\cdot \underbrace{f\left(\frac{1}{a_1}\right)}_{=-f(a_1)}+\ldots+\alpha_n\cdot \underbrace{f\left(\frac{1}{a_n}\right)}_{=-f(a_n)}=-f(x)$$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)<0 \iff f(x)<f(y)$ — нужно найти такие пары

Введем такую таблицу:

~~k~~	~~2, 3, 4~~
~~2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24~~	~~2, 3, 4, 6, 8.~~

k	f(k)
2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24	0
5, 7, 10, 14, 15, 20, 21	1
11, 22, 25	2
13	3
17, 19	4
23	5

Легко убедиться, что числа и значения функции к ним в таблице правильные (все числа у которых простые делители это 2 и 3 только, у них будет нулевое ввиду $k \cdot f(2) + f(3) = 0$ и т.д.)

1) Если $f(y) = 1$, то подходит 10 штук x-ов значит, $7 \cdot 10 = 70$

2) Если $f(y) = 2$, то подходит $\underbrace{~~17~~}_{}$ семнадцать x-ов значит, $3 \cdot 17 = 51$

3) Если $f(y) = 3$, то подходит двадцать x-ов значит, $20 \cdot 1 = 20$

4) Если $f(y) = 4$, то подходит двадцать один x значит, $21 \cdot 2 = 42$

5) Если $f(y) = 5$, то подходит двадцать три x значит, $23 \cdot 1 = 23$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Сложим: $70+51+20+42+23=206$

Ответ: 206 пар (x,y)

№1

• $\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt5}$

Значит, $\cos(2\alpha+2\beta)=\pm\frac{2}{\sqrt5}$

• $\sin((2\alpha+2\beta)+2\beta)+\sin((2\alpha+2\beta)-2\beta)=-\frac{2}{5}$

$\cancel{-\frac{\cos 2\beta}{\sqrt5}\pm\frac{2}{\sqrt5}\cdot\sin 2\beta=-\frac{\cos 2\beta}{\sqrt5}}$

$-\frac{\cos 2\beta}{\sqrt5}\mp\frac{2\sin 2\beta}{\sqrt5}-\frac{\cos 2\beta}{\sqrt5}\pm\frac{2\sin 2\beta}{\sqrt5}=-\frac{2}{5}$

$-\frac{2\cos 2\beta}{\sqrt5}=-\frac{2}{5}$

$\boxed{\cos 2\beta=\frac{1}{\sqrt5}}\iff\boxed{\sin 2\beta=\pm\frac{2}{\sqrt5}}$

$\sin(2\alpha+2\beta)=\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt5}\pm\frac{2\cos 2\alpha}{\sqrt5}=-\frac{1}{\sqrt5}\quad /\cdot\sqrt5$

$\sin(2\alpha)\pm2\cos 2\alpha=-1$

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha\pm2\sin^2\alpha\mp2\cos^2\alpha+\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=0$

(1): $2\sin\alpha\cdot\cos\alpha+3\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=0\quad /:\cos^2\alpha$

$2\operatorname{tg}\alpha+3\operatorname{tg}^2\alpha-1=0$

$3\operatorname{tg}^2\alpha+2\operatorname{tg}\alpha-1=0$

$(\operatorname{tg}\alpha+1)(3\operatorname{tg}-1)=0$

$\operatorname{tg}\alpha=-1\quad \operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{3}$

(2): $2\sin\alpha\cdot\cos\alpha-\sin^2\alpha+3\cos^2\alpha=0\quad /:\cos^2\alpha$

$2\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}^2\alpha+3=0$

$\operatorname{tg}^2\alpha-2\operatorname{tg}\alpha-3=0$

$(\operatorname{tg}\alpha+1)(\operatorname{tg}\alpha-3)=0$

$\operatorname{tg}\alpha=-1\quad \operatorname{tg}\alpha=3$

Ответ: $-1;\ \frac{1}{3};\ 3$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№3

$$10x + |x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x-x^2)}$$

$$10x - x^2 + |10x-x^2|^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3(10x-x^2)}$$

Замена: $10x-x^2=t$, $t>0$

$$t + |t|^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 t}$$

Т.к. $t>0$

$$t + t^{\log_3 4} \geq 5^{\log_3 t}$$

$$t(1+t^{\log_3 4 - 1}) \geq 5^{\log_3 t}$$

$$t\left(1+t^{\log_3 \frac{4}{3}}\right) \geq 5^{\log_3 t}$$

Прологарифмируем по основанию 3

$$\log_3 t + \log_3\left(1+t^{\log_3\frac{4}{3}}\right) \geq \log_3 t\cdot\log_3 5$$

$$\log_3\left(1+t^{\log_3\frac{4}{3}}\right) \geq (\log_3 5 - 1)\log_3 t$$

Пусть $t=3^a$

$$\log_3\left(1+3^{a\log_3\frac{4}{3}}\right) \geq (\log_3 5-1)a$$

$$\log_3\left(1+\left(\frac{4}{3}\right)^a\right) \geq a(\log_3 5 - 1)$$

$$\log_3\left(\frac{3^a+4^a}{3^a}\right) \geq a\log_3 5 - a$$

$$\log_3(3^a+4^a) - \log_3 3^a \geq a\log_3 5 - a$$

$$\log_3(3^a+4^a) - a \geq a\log_3 5 - a$$

$$\log_3(3^a+4^a)\geq a\log_3 5$$

$$3^a+4^a \geq 5^a \quad | \text{ т.к. } 5^a>0$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^a+\left(\frac{4}{5}\right)^a \geq 1$$

Заметим, что $\left(\frac{3}{5}\right)^a$ – убыв и $\left(\frac{4}{5}\right)^a$ – убывающ,

т.е $\left(\frac{3}{5}\right)^a+\left(\frac{4}{5}\right)^a$ – убывающ. $\Rightarrow$ $\left(\frac{3}{5}\right)^a+\left(\frac{4}{5}\right)^a\geq 1$ при $a\leq 2$

Значит, $\log_3 t \leq 2$, (т.к. $t=3^a$)

$$\log_3 t\leq \log_3 9$$

$$0<t\leq 9$$

Значит, $0 < 10x-x^2 \leq 9 \Rightarrow \begin{cases} 10x-x^2\leq 9 \\ 10x-x^2>0 \end{cases}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 10x - x^2 - 9 \le 0 \\ x(10-x) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 10x + 9 \ge 0 \\ x(x-10) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-1)(x-9) \ge 0 \\ x(x-10) < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow x \in (0; 1] \cup [9; 10)$

Ответ: $x \in (0;1] \cup [9;10)$

№6

$$\frac{16x-16}{4x-5} \le ax + b \le -32x^2 + 36x - 3$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-6)^2+(6y-3)^2=90 \\ x-12y\geq 0 \\ x^2-24xy+144y^2=2xy-12y-x+6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-12y)^2=(2y-1)\cdot(x-6) \\ x-12y\geq 0 \\ (x-6)^2+9\cdot(2y-1)^2=90 \end{cases}$$

Пусть $a=x-6$, $b=2y-1$, тогда $a-6b=x-12y\geq 0$

$$\begin{cases} (a-6b)^2=ab \quad (1) \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2-13ab+36b^2=0 \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 27b^2-13ab+90=0 \\ a^2+9b^2=90 \end{cases}$$

$a=\frac{27b^2+90}{13b}$, $b\neq 0$, т.к. (1)

Значит, $\frac{81\cdot(3b^2+10)^2}{169\cdot b^2}+9b^2=90$

$$\frac{9\cdot(3b^2+10)^2}{169\cdot b^2}+b^2=10$$

$$\frac{81\cdot b^4+540b^2+900+169b^4-1690\cdot b^2}{169\cdot b^2}=0$$

Т.к. $b\neq 0 \Rightarrow 250b^4-1150b^2+900=0$

$$10b^4-46b^2+36=0$$

$$5b^4-23b^2+18=0$$

$$(b^2-1)(5b^2-18)=0$$

$$b=\pm 1 \qquad b=\pm 3\sqrt{\frac{2}{5}}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Значит:

1) 1. $b = 1$; $a = 9$ $\Rightarrow$ 1. $\underbrace{y = 1;\ x = 15}$, удовлетв $x - 12y \geq 0$

2. $b = -1$; $a = -9$ $\quad$ 2. $y = 0$; $x = -3$, не удовл $x - 12y \geq 0$

2) 1. $b = 3 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$; $a = \dfrac{\frac{\cancel{27}^{9} \cdot 18}{5} + \cancel{90}^{30}}{\cancel{3}_{1}\sqrt{\frac{2}{5}}} = \dfrac{\frac{6 \cdot 27}{5} + 30}{\sqrt{\frac{2}{5}}}$

2. $b = -3 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$; $a = \dfrac{\frac{27 \cdot 18}{5} + 90}{-3\sqrt{\frac{2}{5}}} = \dfrac{\frac{6 \cdot 27}{5} + 30}{-\sqrt{\frac{2}{5}}}$

• Проверка: $a - 6b \geq 0$

2).1: $\dfrac{\cancel{6} \cdot \frac{27}{5} + \cancel{30}^{5}}{\sqrt{\frac{2}{5}}} - \cancel{6}^{1} \cdot 3\sqrt{\frac{2}{5}} \geq 0$

$\frac{52}{5}\sqrt{\frac{5}{2}} - 3\sqrt{\frac{2}{5}} \geq 0 \quad \Big| \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$

$\frac{52}{5} - \frac{6}{5} \geq 0$, верно

$$\begin{cases} x = a + 6 = \left(\frac{6 \cdot 27}{5} + 30\right) \cdot \sqrt{\frac{5}{2}} + 6 = \frac{312}{5}\sqrt{\frac{5}{2}} + 6 = \boxed{\frac{156\sqrt{10}}{5} + 6} \\ y = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{5}} = \boxed{\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{10}}{10}} \end{cases}$$

2).2: $-\dfrac{\frac{6 \cdot 27}{5} + 30}{\sqrt{\frac{2}{5}}} + 6 \cdot 3\sqrt{\frac{2}{5}} \geq 0$

$-\frac{52}{5} + \frac{6}{5} \geq 0$, неверно

~~Ответ: (15 ; 1) ; ($\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{5}}$) ($\frac{312}{5}\sqrt{\frac{5}{2}} + 6$; $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{5}}$)~~

~~Ответ: (15 ; 1) ; ($\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{10}}{10}$~~

~~Ответ: (15 ; 1) ; ($\frac{312}{5}\sqrt{\frac{5}{2}} + 6$; $\frac{1}{2}$ +~~

Ответ: (15 ; 1) ; ($\frac{156\sqrt{10}}{5} + 6$; $\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{10}}{10}$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\beta \sin 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$

$\sin 2\alpha(\cos 4\beta +$

№2

$x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6}$

$\sqrt{2xy - 12y - x + 6} \geq 0$

$\cancel{x^2 - 24xy + 144y^2 \; 2xy - 12y - x + 6}$

$\cancel{x^2 + x - 22xy + 144y^2 + 12y - 6 = 0}$

$\cancel{x^2 + x - 22}$

$x^2 - 24xy + 144y^2 = 2xy - 12y - x + 6$

$x^2 - 26xy + 144y^2 + 12y + x - 6 = 0$

$\cancel{(x - 13y)^2 + 144y^2 - 169y^2 - 12y + x - 6 = 0}$

$\cancel{(x - 13y)^2 + 25y^2 - 12y + x - 6 = 0}$

$\cancel{(x - 13y)^2 + 5y}$

$36y^2 + 12y + 1) + (\frac14 x^2 + x + 1) + 108y^2 + \frac34 x^2 - 26xy - 8 = 0$

$(6y+1)^2 + (\frac12 x + 1)^2 + (6\sqrt3)^2 y^2 + (\frac{\sqrt3}{2}x)^2 - 18xy - 8xy - 8 = 0$

$(6y+1)^2 + (\frac12 x + 1)^2 + (6\sqrt3 - \frac{\sqrt3}{2})^2 - 8xy - 8 = 0$

$9y^2 + 12y + 4 + x^2$

$26 = 2.$

$\begin{array}{r} 144 \\ -36 \\ \hline 108 \end{array}$

$\begin{array}{r} 36 \\ \times 3 \\ \hline 8 \end{array}$

$x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45$

$x^2 - 12x + 36 + 36y^2 - 36y + 9 = 0$

$(x-6)^2 + (6y-3)^2 = 0$

ур-е окружности

центр $(6; 1)$

$\begin{array}{r} 169 \\ -144 \\ \hline 25 \end{array}$

$-2y + x - 6$

$26 = 2.$

$1 = 2 \cdot \frac12$

$\sqrt{108} = \sqrt{54\cdot 2} = 2\sqrt{27} = 6\sqrt3$

$6\sqrt3 \cdot \frac{\sqrt3}{2} \cdot x = 18x$

26

$6\sqrt3 \cdot \frac{\sqrt3}{2} \cdot 2 = 18$

$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$

$\frac{+9}{3}$ $\frac{12}{+5}$ 18

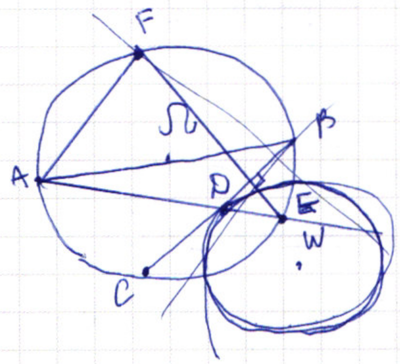
$\begin{cases} 10x-x^2>0 \\ x(10-x)>0 \\ x(x-10)<0 \\ x\in(0;10) \end{cases}$ – условие

3б
4б
5б
12б

$5^{\log_3(10x-x^2)} =$
$= 5^{\log_3 x+\log_3(10-x)}$
$= 5^{\log_3 x} + 5^{\log_3(10-x)}$

$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4} \geq x^2+\underline{5^{\log_3(10x-x^2)}}$

3 + 4) 7
+ 5 + 5) 10



$CD=\frac{15}{2}=$
$BA=\frac{17}{2}$
$CB=\frac{15}{2}+\frac{17}{2}=\frac{32}{2}=16$

52
$27+25$

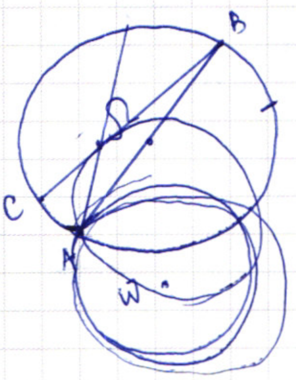
$2y=2 \quad y=1$

$3\sqrt{\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}}=$

$2y-1=1$
$x-6=9$

$3\cdot\frac{2}{5}$

$2y=$



10x
0 1 10 9

$b=2y-1=-1$
$a=x-6=-9$
$x=6-9=-3$

$\frac{312}{5}\sqrt{\frac{5}{2}}+\cancel{6}-\cancel{6}+9\sqrt{\frac{2}{5}}$

№2

Egd – 2

$\begin{cases} x-12y=2xy-12y-x+6 \\ \end{cases}$

$x^2-2x-3=0$

$\frac{D}{4}=1+3=4$

$x=1\pm2=\begin{cases}-1\\3\end{cases}$

$6\left(\frac{52}{5}\cdot\sqrt{\frac{5}{2}}+6\right.$

$+\frac{7}{5}$

5б
3б
8б

$7+3+2=12$

$90+5$

a^2-10x

$\times\frac{52}{6}$
312

$y=\frac{b+1}{2}$

$\frac{6\cdot 77}{5}$

$6\left(\frac{27}{5}+\frac{5}{10}\right)=\frac{6}{5}(27+50)$

77

$10x^2-x^2-9\leq 1$

$10x-x^2\leq 9$
$10x-x^2>0$

$x(10-x)>0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases}$$

$(2y-1)\cdot(x-6)=$
$=2xy-x-12y+6$

$$\begin{cases} (x-6)^2+(6y-3)^2=90 \\ x-12y\geq 0 \\ x^2-24xy+144y^2=2xy-12y-x+6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-12y)^2=(2y-1)\cdot(x-6) \\ x-12y\geq 0 \\ (x-6)^2+9\cdot(2y-1)^2=90 \end{cases}$$

$a=x-6$, $b=2y-1$

$\cdot\ a-6b=x-6-12y+6=x-12y$

$\frac{27+90}{13}=9$

$$\begin{cases} (a-6b)^2=ab \quad (1) \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-13ab+36b^2=0 \\ a^2+9b^2=90 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 27b^2-13ab+90=0 \\ a^2+9b^2=90 \end{cases}$$

$a=\frac{27b^2+90}{13b}$ $\quad b\neq 0$, т.к. (1) по (2) $b=0$ – нет решений

~~$b=0$, значит~~

Значит $\frac{81^9\cdot(3b^2+10)^2}{169\cdot b^2}+9b^2=90^{10}$

$$\frac{9\cdot(3b^2+10)^2}{169\cdot b^2}+b^2=10$$

$$\frac{81b^4+540b^2+900+169b^4-1690\cdot b^2}{169\cdot b^2}=0$$

т.к. $b\neq 0 \Rightarrow 250b^4-1150b^2+900=0$

$$10b^4-46b^2+36=0$$

$$5b^4-23b^2+18=0$$

~~$(b^2-1)(5b^2-18)$~~ $(b^2-1)(5b^2-18)=0$

$b=\pm 1 \qquad b=\pm 3\sqrt{\frac{2}{5}}$

$1150 \,|\, 25 = 46$, $1150 \,|\, 5$, $130 \,|\, 5 = 26$, $1690-540=1150$, $60\cdot 9=540$, $900 \,|\, 25$, 1160, 90, $169+81=250$

$a = x - 6$, $b = 2y - 1$

~~$a = 9$~~ ~~$b = 1$~~

~~$x = 9$~~ ~~$b = -1$~~

$\begin{cases} a = 9 & b = 1 \\ a = -1 & b = 1 \end{cases}$

1 3

2 4

5 5

3 5

$\frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1$ 10

$x = 15$; $y = 1$, удовлетв. $x - 12y \geq 0$ $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$

~~$x = -3$, $y = 0$, да не верно, т.к. $-3 \leq 0$ из ОДЗ~~

$x - y$, $y = 0$, не верно т.к. $-3 \leq 0$ из ОДЗ

$2y - 1 = b$

$2y = b + 1$

~~$27 \cdot 12 \cdot 55 + 90$~~

$a = \frac{\frac{27 \cdot 18}{5} + 90}{3\sqrt{\frac{2}{5}}}$; $b = 3 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$; $y = \frac{b+1}{2}$

$a - 6b \geq 0$?

$6 \cdot \frac{27}{5} + 30 + 18\sqrt{\frac{2}{5}}$

~~н.к.~~

$a = \frac{\frac{27 \cdot 18}{5} + 90}{-3\sqrt{\frac{2}{5}}}$; $b = -3\sqrt{\frac{2}{5}}$

$a - 6b \geq 0$?

$\frac{27 \cdot 18}{5} + 90 - \frac{27 \cdot 18 \cdot 6}{5} \geq 0$

не подходит.

$\log_3 t \leq \log_3 9$

$t \leq 9$

~~$a - 6b \geq 0$?~~

$\frac{\frac{27 \cdot 18}{5} + 90 + \frac{27 \cdot 18 \cdot 6}{5}}{-3\sqrt{\frac{2}{5}}} \geq 0$?

не подходит

Проверка: $\begin{cases} 15 - 12 = \sqrt{30 - 12 - 15 + 6} \quad \checkmark \\ (15 - 6)^2 + 9 \cdot (2 - 1)^2 = 90 \quad \checkmark \end{cases}$

$\frac{27 \cdot 18}{5} +$ $\frac{\frac{6 \cdot 27}{5} + 30}{\sqrt{\frac{2}{5}}} +$

$t = 3^a \Rightarrow$ $\log_3 t \Rightarrow a$ $+$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)