МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}, \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

① $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

② $\sin(2\alpha+4\beta) + \cancel{2}\sin 2\alpha = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

② $2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

② : ① $\cos 2\beta = -\frac{4}{17}\cdot\left(-\frac{\sqrt{17}}{1}\right) = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta = \sqrt{1-\cos^2\beta} = \frac{1}{\sqrt{17}}$

① $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + \sin^2\alpha + 8\cos\alpha\cdot\sin\alpha = 0$

$\cos^2\alpha + 4\cos\alpha\cdot\sin\alpha = 0 \quad |: \cancel{\cos^2\alpha}\ \sin^2\alpha$

~~т.к. $tg\,\alpha$ определён, $\cos\alpha\neq 0$~~

$\cancel{4\,tg\,\alpha + 1 = 0}$

$\cancel{tg\,\alpha = -\frac{1}{4}}$

$\sin\alpha \neq 0$

$ctg^2\alpha + 4\,ctg^2\alpha = 0$

$ctg\,\alpha = -4 \ ;\ 0$

$tg\,\alpha = -\frac{1}{4}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

б)

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha(\cos^2 2\beta - \sin^2 2\beta) + 2\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha =$

$= -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha\left(\frac{16}{17} - \frac{1}{17}\right) + 2 \cdot \frac{4}{17} \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$15\sin 2\alpha + 8\cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -8$

~~16 sin~~ $32\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 8\cos^2\alpha - 8\sin^2\alpha + 8\cos^2\alpha + 8\sin^2\alpha = 0$

$\cos^2\alpha + 2\cos\alpha \cdot \sin\alpha = 0 \quad | : \sin^2\alpha$

~~$tg\,\alpha = -\frac{1}{2}$~~ $\quad \sin\alpha \neq 0$

2) ~~$\sin(2\alpha$~~ $\quad ctg^2\alpha + 2ctg\,\alpha = 0$

$ctg\,\alpha = 0; -2$

$tg\,\alpha = -\frac{1}{2}$

пусть теперь $\sin\alpha = 0$; $\alpha \in \pi k$,

тогда $2\alpha = 2\pi k$; $k \in \mathbb{Z}$, уравнения

имеют вид:

$\sin(2\pi k + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\pi k + 4\beta) = -\frac{8}{17}$

$\sin(2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{17}$

$-\frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \cos 2\beta = -\frac{4}{17} \Rightarrow \cos 2\beta = +\frac{4}{\sqrt{17}}$, что

удовлетворяет полученному ранее значению

☐ черновик ☑ чистовик Страница №2

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin t = 0 \Rightarrow \operatorname{tg} t = 0$

Ответ: $0;\ -\frac{1}{2};\ -\frac{1}{4}$

N 2

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 1 \end{cases}$$

$3y - 3y - 2x = \sqrt{3y(x-1) - 2(x-1)} =$

$= 3y - 2x = \sqrt{(3y-2)(x-1)}$

(2) $3(x-1)^2 +$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$f(x)=8x^2-34x+30$

$f(x)$ - парабола с ветвями вверх

$f(1)=4$

$f(3)=0$

$g(x)=\cancel{8x^2}\ \frac{4x-3}{2x-2}$

$g'(x)=-\frac{1}{2x^2-4x+2}$

прямая, проходящая через точки $(1,4)$ и $(3;0)$ имеет вид $-2x+6$

касательная к графику $g(x)$ имеет вид $g'(x-x_0)+g(x_0)$

найдём точку, в которой $g'(x)=-2$

$\Downarrow$

$2x^2-4x+2=\frac{1}{2}$

$x=\frac{3}{2}$; $x=\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$ не лежит в $[1;3]$

найдём касательную к $g(x)$ в точке $x=\frac{3}{2}$

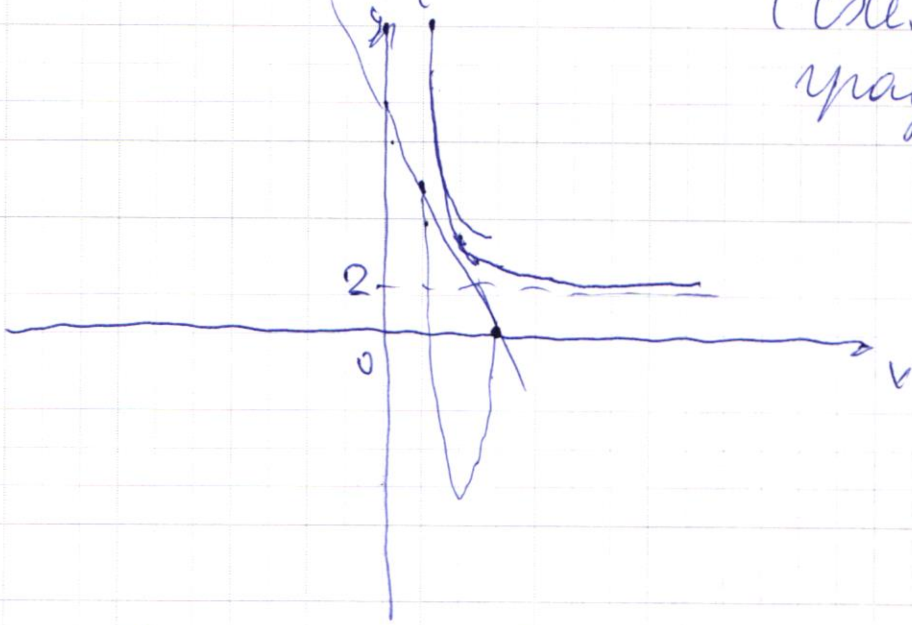
она имеет вид $-2(x-\frac{3}{2})+\frac{4\cdot\frac{3}{2}-3}{2\frac{3}{2}-2}=2x+6$

(касательная к $g(x)$ проходит через границы графика $f(x)$, принадлежащего этому промежутку)

тогда имеем единственную пару, при которой такое возможно $(-2;\ 6)$

~~в точках (4~~

(схематичный график)



Ответ: $(-2;\ 6)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$f(ab) = f(a) + f(b)$$
$$f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{b}\right) \Rightarrow f\left(\frac{a}{b}\right) - f(ab) = f\left(\frac{1}{b}\right) - f(b)$$

$$f\left(\frac{a}{b}\right) + f(b) - f(a) - f(b) = f\left(\frac{1}{b}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{b}\right) = -f(b)$$

Заметим, что ~~f~~ при $K = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot p_n^{k_n}$, где $p_1, p_2 .. p_n$ – простые числа

$$f(K) = f(p_1) + f(p_2) + f(p_n) =$$
$$= \left[\frac{p_1}{4}\right] + \left[\frac{p_2}{4}\right] + .. + \left[\frac{p_n}{4}\right]$$

$$f\left(\frac{p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n}{4}\right) = f\left(\frac{p_1}{4}\right) + f\left(\frac{p_2}{4}\right) + .. + f\left(\frac{p_n}{4}\right)$$

$$\frac{p_1}{4} + \frac{p_2}{4} + .. + \frac{p_n}{4} = \frac{p_1 + p_2 + p_3 + p_4}{4}$$

если $p_1 + p_2 + p_n \overset{mod 4}{\neq} 0$

$$\left[\frac{p_1}{4}\right] + \left[\frac{p_2}{4}\right] + .. + \left[\frac{p_n}{4}\right] = \left[\frac{p_1 + p_2 + p_n}{4}\right] + n - 1$$

если $p_1 + p_2 + .. + p_n \overset{mod 4}{=} 0$

$$\left[\frac{p_1}{4}\right] + \left[\frac{p_n}{4}\right] + \left[\frac{p_n}{4}\right] = \left[\frac{p_1 + p_2 + p_n}{4}\right] + n$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 6

(Нумеровать только чистовики)

рассмотрим все числа $3 \le k \le 27$

3	=	$f(3) = 0$
4	$= 2 \cdot 2$	$f(4) = 0$
5		$f(5) = 1$
6	$= 2 \cdot 3$	$f(6) = 0$
7		$f(7) = 1$
8	$= 2 \cdot 2 \cdot 2$	$f(8) = 0$
9	$= 3 \cdot 3$	$f(9) = 0$
10	$= 5 \cdot 2$	$f(10) = 1$
11		$f(11) = 2$
12	$= 3 \cdot 2 \cdot 2$	$f(12) = 0$
13		$f(13) = 3$
14	$= 7 \cdot 2$	$f(14) = 1$
15	$= 5 \cdot 3$	$f(15) = 1$
16	$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	$f(16) = 0$
17	=	$f(17) = 4$
18	$= 3 \cdot 3 \cdot 2$	$f(18) = 0$
19	=	$f(19) = 4$
20	$= 2 \cdot 2 \cdot 5$	$f(20) = 1$
21	$= 3 \cdot 7$	$f(21) = 1$
22	$= 11 \cdot 2$	$f(22) = 2$
23	=	$f(23) = 5$
24	$= 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$	$f(24) = 0$
25	$= 5 \cdot 5$	$f(25) = 2$
26	$= 13 \cdot 2$	$f(26) = 3$
27	$= 3 \cdot 3 \cdot 3$	$f(27) = 0$

80 нулей
7 единиц
3 двойки
2 тройки
2 четвёрки
1 пятёрка

$f(a) - f(b) < 0$

$\Downarrow$

~~$f(a) < f(b)$~~

и

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

назовём множество чисел k $f(k)=0$ - "0", $f(k)=1$ - "1" и т.д

т.к $f(a)>f(b)$

пусть k из "0", тогда способов выбрать b $7+3+2+2+1=15$, тогда если a из "0", вариантов выбора $10\cdot15$

если a из "1", вариантов выбора $7\cdot(3+2+2+1)=7\cdot8$,

если a из "2", вариантов $3(2+2+1)=3\cdot5$

если a из "3" вариантов: $2(2+1)=2\cdot3$

если a из "4", вариантов $2\cdot1$

при a из 5 $f(a)-f(b)>0$ на данном множестве.

всего вариантов:

$10\cdot15+7\cdot8+3\cdot5+2\cdot3+2=150+56+15+6+2=$

$=206+8+15=229$

Ответ: 229

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 3

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$

$x^2+6x=t$

$3^{\log_4 t}+t \geq |t|^{\log_4 5}$

т.к существует $\log_4 t$, $t>0 \Rightarrow |t|=t$

$3^{\log_4 t}+t \geq t^{\log_4 5}$

$3^{\log_4 t}+4^{\log_4 t} \geq 5^{\log_5 t\cdot\log_4 5}$

$3^{\log_4 t}+4^{\log_4 t} \geq 5^{\log_4 t}$

$\log_4 t=b$

$f(b)=3^b+4^b-5^b$

$f'(b)=0 \qquad b=2$

$\overset{\Downarrow}{\log_4 t \leq 2}$

$\log_4 x^2+6x \leq 2$

$\begin{cases} x^2+6x>0 \\ x^2+6x \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;0)\cup(6;+\infty) \\ (x+8)(x-2)\leq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x\in(-\infty;0)\cup(6;+\infty) \\ x\in[-8;2] \end{cases} \Rightarrow x\in[-8;0)$

Ответ: $[-\infty;0)$

$$\begin{cases} x^2+6x>0 \\ x^2+6x \le 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+6)>0 \\ (x+8)(x-2) \le 0 \end{cases}$$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty) \\ x\in[-8;2] \end{cases} \Leftrightarrow x\in[-8;-6)\cup(0;2]$$

Ответ: $[-8;-6)\cup(0;2]$

$ctg^2\alpha + 4ctg\alpha = 0$ $\qquad$ $\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$ctg\alpha = 0$ $\qquad$ $\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$ctg\alpha = -4$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha(\cos^2 2\beta - \sin^2 2\beta) + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha\left(\frac{16}{17} - \frac{1}{17}\right) + 2\frac{4}{17} \cdot \cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$15\sin 2\alpha + 8\cos 2\alpha = -8$

$\cancel{15}\ 30\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 8\cos^2\alpha - 8\sin^2\alpha + 8\cos^2\alpha$
$+8\sin^2\alpha = 0$

$30\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 16\cos^2\alpha = 0$

$30tg\alpha = -16$

$tg\alpha = -\frac{16}{30} = -\frac{8}{15}$

$\sin(2\alpha + 2\beta)\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha + 2\beta =$

$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 уд

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cdot\cos 4\beta+\sin 4\beta\cdot\cos 2\alpha=-\frac{8}{17}-2\sin 2\alpha$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\sin\beta\cdot\cos\alpha$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\sin\beta\cdot\cos\alpha$

② $2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta=-\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta=-\frac{4}{17}$

$\cos 2\beta=-\frac{4}{17}:\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)=\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta=\sqrt{1-\cos^2 2\beta}=\frac{1}{\sqrt{17}}$

~~$\sin 2\alpha+$~~ $\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}+\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=-1$

$\cos^2\alpha+8\sin\alpha\cdot\cos\alpha-\cancel{\sin^2\alpha}+\cos^2\alpha+\cancel{\sin^2\alpha}=0$

$\cos^2\alpha+4\sin\alpha\cdot\cos\alpha=0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a-b=\sqrt{\frac{ab}{2}-a-b+2}$

$a^2-2ab+b^2=\frac{ab}{2}-a-b+2$

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3y(x-1)-2(x-1)} \\ \end{cases}$$

$3x^2-6x+3y-4y-4=0$

$3y-2x=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$

$3x^2-6x+3y^2-4y-4=0$

$\frac{D}{4}=9+3x-3y^2+4y+4=-3y^2+4y+13$

$\frac{D_y}{4}=4-3x^2+6x+4$

$9y^2-12xy+4x^2=3xy-x-3y+2$

$9x^2-15xy+4x^2$

$6y-4x=\sqrt{12xy-8x-12y+8}$

$\cancel{6x^2+3y^2-6x-}$

$6y^2+6x^2-12x-8y=8$

$6y-4x=\sqrt{12xy+6y^2+6x^2-20x-20y}$

$6y-4x=\sqrt{6(x+y)^2-20(x+y)}=(x+y)(6x-20+6y)$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$4y^2-12xy+4x=3xy-12x-3y+2$

$3x^2+3y^2-6x-4y=4$

$6y-4x=\sqrt{(x+y)(6x+6y-20)}$

№3

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$

$x^2+6x=t$

$3^{\log_4 t}+t \geq |t|^{\log_4 5}$

$3^{\log_4 t}+t \geq t^{\log_4 5}$

$t^{\log_3 t \cdot \log_4 t}+t \geq t^{\log_4 5}$

$3^{\log_4 t}+4^{\log_4 t} \geq 5^{\log_5 t \cdot \log_4 5}$

$3^b+4^b \geq 5^b$

$3^b \ln 3+4^b \ln 4-5^b \ln 5$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4} \vee \frac{1}{5}$

$x^2-6x-16$

$(x^2-8x)(\cancel{+2})$

$f\left(\frac{a}{b}\right)=f(a)+f\left(\frac{1}{b}\right)$

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$-f\left(\frac{a}{b}\right)+f(ab)=f(b)-f\left(\frac{1}{b}\right)$

$f\left(\frac{1}{b}\right)=f(a)-f(ab)$

$f\left(\frac{1}{b}\right)=-f(b)$

$\left[\frac{P_1}{4}\right]+\left[\frac{P_2}{4}\right]+\left[\frac{B_3}{4}\right]>\left[\frac{P_1}{4}\right]+\left[\frac{B}{4}\right]$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N6

36

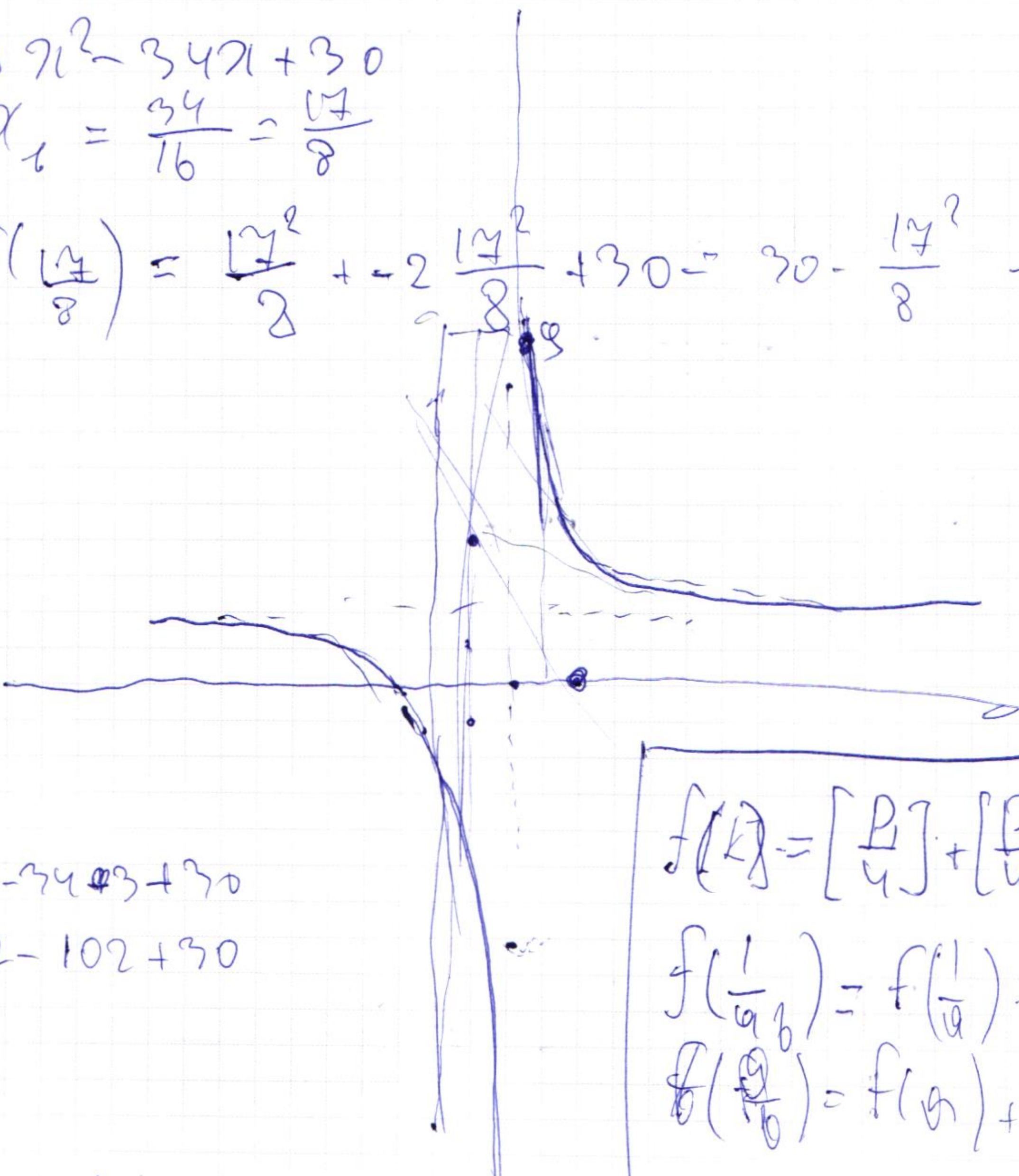
789

$\frac{4x-3}{2x-2} = \frac{4x-4+1}{2x-2} = 2 + \frac{1}{2x-2}$

$8x^2 - 34x + 30$

$x_1 = \frac{34}{16} = \frac{17}{8}$

$f\left(\frac{17}{8}\right) = \frac{17}{8}^2 + -2\frac{17}{8}^2 + 30 = 30 - \frac{17}{8}^2 - 6 + \frac{1}{8}$



$72 - 34 \cdot 3 + 30$

$72 - 102 + 30$

$f\left(\frac{1}{ab}\right) \cancel{+ f(^a}$

$f(k) = \left[\frac{p_1}{4}\right] + \left[\frac{p_2}{4}\right] + \left[\frac{p_4}{4}\right]$

$f\left(\frac{1}{ab}\right) = f\left(\frac{1}{a}\right) + f\left(\frac{1}{b}\right)$

$f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{b}\right)$

$f\left(\frac{a}{b}\right) - f\left(\frac{1}{ab}\right) = f a - f\left(\frac{1}{a}\right)$

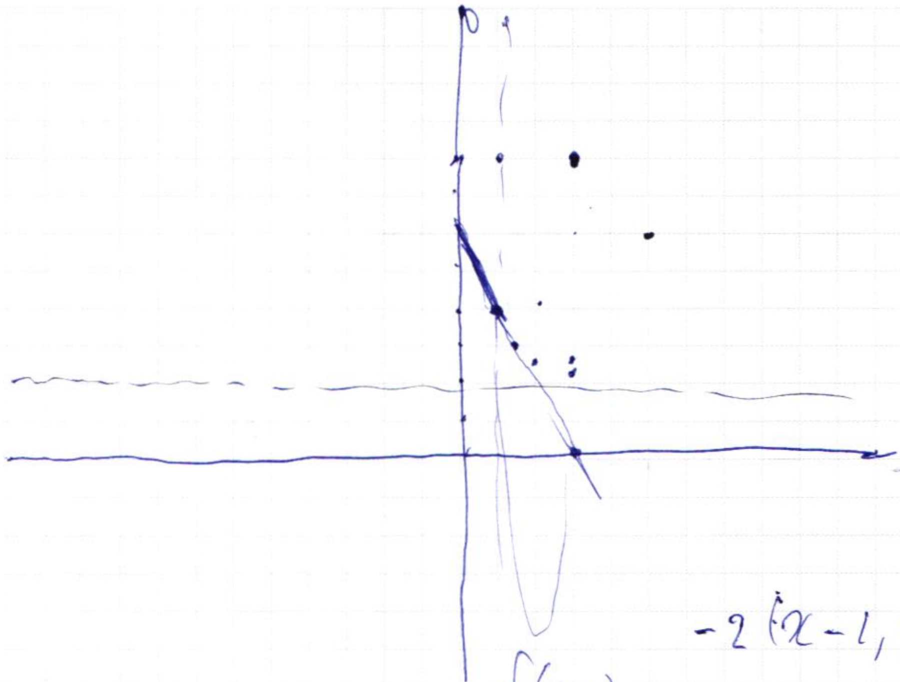
$f\left(\frac{a}{b} a\right) = f\left(\frac{1}{b}\right) - f\left(\frac{1}{a}\right)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$f2 + \frac{1}{2x-2}$

$-2(x-1,5)+$

$f'(x)$

$fx = -2x+6$

$150+56+15+6+2=$

$\frac{4x-3}{2x-2} = 2 + \frac{1}{2x-2} = y(x)$

$= 8+206+15=$

$y'(x) = (2x-2)^{-1} = 4x \; \frac{-2}{x^2}$

$= 206+23=229$

$k = y'(x-x_0) + g(x-x_0)$

$K = g'(x-x_0) + g(x_0)$

$-2x + 2x_0$

$\frac{4x-3}{2x-2}' = \frac{4(2x-2)-2(4x-3)}{4x^2-8x+4} = \frac{-8+6}{4x^2-8x+4} =$

$= \frac{-1}{2x^2-4x+2}$

$4x^2-8x+4=1$ $D=16-12=4$

$4x^2-8x+3=0$ $x_{12} = \frac{4\pm2}{4} = 1,5$

$0,5$

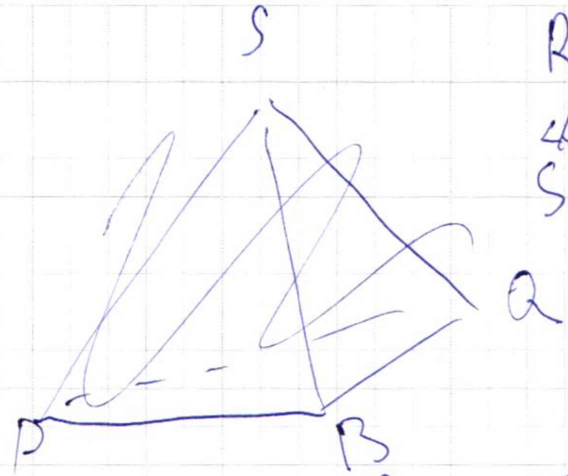
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



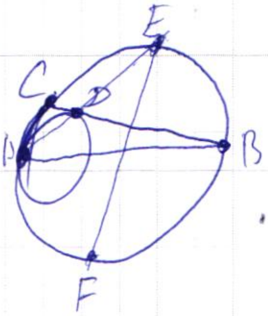
R_1 R_2

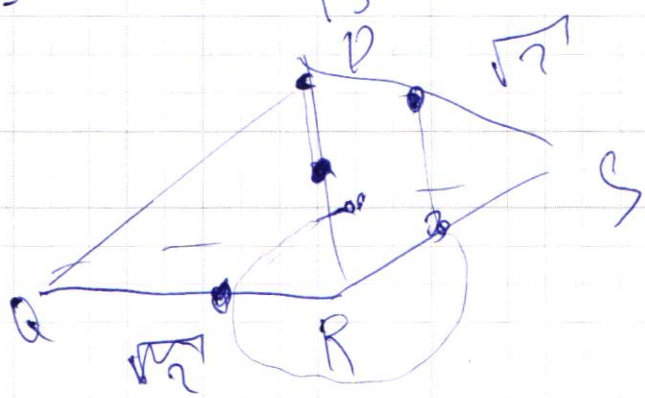
$\angle AFE$

S_{AFE}

$CD = \frac{5}{2}$

$BD = \frac{13}{2}$





$\frac{4\sqrt{7}}{4}$

$\frac{(abcd)}{4} \cdot 4 = \frac{a}{4} -$

$\underline{P_1}$

$\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 4\beta = -\frac{8}{\sqrt{17}}$

$\sin\beta \cos \cos\beta = -\frac{4}{\sqrt{17}}$

$+ \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \cos\beta =$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$[abcd]$

$$\left[\frac{p_1 \cdot p_2 \cdot p_n}{4}\right] = \left[\frac{p_1}{4}\right] + \left[\frac{p_2}{4}\right] + \left[\frac{p_n}{4}\right] + n - 1$$

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$$

$$9y^2 - 12xy + 4x^2 = 3xy + 2x + 3y + 2$$

$$18y^2 - 30xy + 8x^2 + 4x + 6y = 4$$

$$-3y^2 + 3x - 6x - 4y = 4$$

$$\cancel{15x^2 - 30xy - 5x^2}$$

$$15y^2 - 30xy + 5x^2 - 2x + 2y = 0$$

$$5(3y^2 - 6xy + x^2) - 2x -$$

$$5x^2 - 2(15y + 1) + 15y^2 + 2y$$

$$D = 225y^2 + 30y + 1 - 75y^2 - 10y$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)