МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x \geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$|x^2-26x|^{\log_5 12} + 26x \geqslant x^2 + 13^{\log_5(26x-x^2)}$

ОДЗ: $26x - x^2 > 0$ $\quad x(26-x)>0$ $\quad$ (+ 0 + 26 −) $\quad x\in(0;26)$

$|x^2-26x|^{\log_5 12} \cancel{t} -x^2+26x \geqslant 13^{\log_5(26x-x^2)}$ $\qquad 26x-x^2=t.$ $t>0.$

$t^{\log_5 12} + t \geqslant 13^{\log_5 t}$

$t^{\log_5 12}+t \geqslant t^{\log_5 13}.$ $\quad |:t.$ $\quad t>0.$

$1 < \log_5 12 < \log_5 13$

$\frac{t^{\log_5 12}}{t^{\log_5 5}} + 1 \geqslant \frac{t^{\log_5 13}}{t^{\log_5 5}}$ $\qquad t^{\log_5 \frac{12}{5}}+1 \geqslant t^{\log_5\frac{13}{5}}$

$\log_5 1 < \log_5\frac{12}{5} < \log_5 5$ $\quad 0<\log_5\frac{12}{5}<1 \Rightarrow 1<t^{\log_5\frac{12}{5}}<t$

$\log_5 1 < \log_5\frac{13}{5} < \log_5 5$ $\quad 0<\log_5\frac{13}{5}<1$ $\quad 1<t^{\log_5\frac{13}{5}}<t$

$\log_5\frac{12}{5}-\log_5\frac{13}{5} = \log_5\frac{12\cdot 5}{5\cdot 13} = \log_5\frac{12}{13}.$

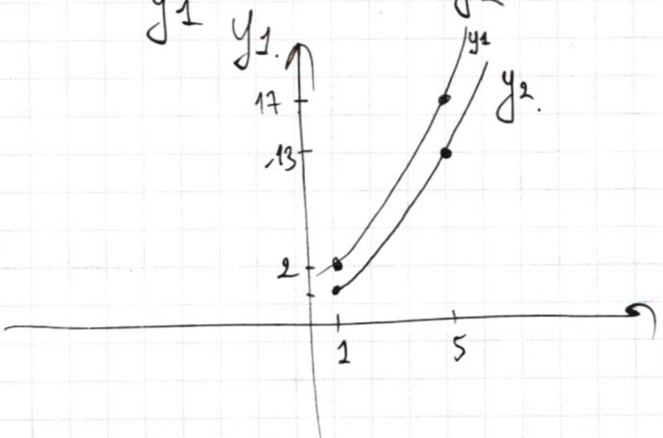
$12^{\log_5 t} + t \geqslant 13^{\log_5 t}.$

y_1" $\qquad y_2$"

$\frac{4}{3x-2}=2$

$3x-2=2$

$3x=4$ $\quad x=\frac{4}{3}$



$t\geqslant 0$

Ответ: $x\in(0;26)$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

N1.

$\sin(2\alpha+2\beta)=\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\qquad$ $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta=-\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\qquad$ $\sin 2\alpha\cdot\cos 4\beta+\sin 4\beta\cdot\cos 2\alpha+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$

$-\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta-\cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta=\frac{1}{\sqrt{17}}.$

возведем в квадрат

$-\sin^2 2\alpha\cdot\cos^2 2\beta+2\sin 2\alpha\cdot\cos 2\alpha\cdot\cos 2\beta\cdot\sin 2\beta+\cos^2 2\alpha\cdot\sin^2 2\beta=-\frac{1}{17}.$

$\sin 2\alpha(2\cos^2 2\beta-1)+2\sin 2\beta\cdot\cos 2\beta\cdot\cos 2\alpha+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$

$2\sin 2\alpha\cdot\cos^2 2\beta+2\sin 2\beta\cdot\cos 2\beta\cdot\cos 2\alpha=-\frac{2}{17}.$

$2\sqrt{17}(\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta)=-2.$

$17(2\sin 2\alpha\cdot\cos^2 2\beta+2\sin 2\beta\cdot\cos 2\beta\cos 2\alpha)=-2.$

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta(2\sqrt{17}-34\cdot\cos 2\beta)+\cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta(2\sqrt{17}-34\cos 2\beta)=0$

$(\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta)\cdot(2\sqrt{17}-34\cos 2\beta)=0.$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot(2\sqrt{17}-34\cos 2\beta)=0$

1) $\sin(2\alpha+2\beta)=0.$ $\qquad$ 2) $\cos 2\beta=\frac{2\sqrt{17}}{34}=\frac{\cancel{2\sqrt{17}}}{\cancel{2\sqrt{17}}\cdot\sqrt{17}}=\frac{1}{\sqrt{17}}.$

$\cancel{2\alpha+2\beta=\pi k \quad \alpha+\beta=\frac{\pi k}{2}}.$ $\qquad$ $2\beta=\pm\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{17}}\right)+2\pi k$

что невозможно, т.к. $\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}.$ $\qquad$ $\beta=\pm\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{17}}\right)+\pi k.$

~~$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta$~~

Значит $\cos 2\beta=\frac{1}{\sqrt{17}}.$ $\qquad$ $\sin^2 2\beta=1-\frac{1}{17}=\frac{16}{17}$

$\sin 2\beta=\pm\frac{4}{\sqrt{17}}.$

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

1) $\cos 2\beta=\frac{1}{\sqrt{17}};\ \sin 2\beta=\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{17}}+\frac{4\cos 2\alpha}{\sqrt{17}}=-\frac{1}{\sqrt{17}}\ \Big|\cdot\sqrt{17}$

$\sin 2\alpha+4\cos 2\alpha=-1.$

$\frac{1}{\sqrt{5}}\sin 2\alpha+\frac{4}{\sqrt{5}}\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{5}}.$ $\qquad$ $\frac{1}{\sqrt{5}}=\cancel{\arccos\varphi}\cos\varphi.$

$\sin(2\alpha+\varphi)=-\frac{1}{\sqrt{5}}.$

$2\alpha+\varphi=\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)+2\pi k.$

$2\alpha=\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)-\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)+2\pi k.$

1.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} & (1) \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 & (2) \end{cases}$$

(2) $9x^2-18x+9+y^2-12y+36=90$

$(3x-3)^2+(y-6)^2=90$

(1) $y-6x\geq 0 \quad y\geq 6x$

$y^2-12xy+36x^2=xy-6x-y+6.$

$36x^2-13xy+y^2+6x+y-6=0.$ $D=169y^2-156y+36-144y^2-144y+864$

$36x^2-x(13y-6)+y^2+y-6=0$ $D=25y^2-300y+900=(5y-30)^2$

$x_1=\frac{13y-6+5y-30}{72}=\frac{18y-36}{72}=\frac{y-2}{4}.$

$x_2=\frac{13y-6+30-5y}{72}=\frac{8y+24}{72}=\frac{y+3}{9}.$

$\left(x-\frac{y+3}{9}\right)\left(x-\frac{y-2}{4}\right)=0.$ при $y\geq 6x.$ $x\leq\frac{y}{6}.$

$x_1=\frac{y-2}{4}.$ $\cancel{\frac{y}{6}\vee\frac{y-2}{4}\ \ 4y\vee 6y-6.}$

$\cancel{4x_1=y-2.}$

$x_1=\frac{y-2}{4}.$ $\left(\frac{3y-6}{4}-3\right)^2+(y-6)^2=90.$

$\cancel{\frac{9y^2-36y+36}{16}}$ $\frac{9y^2-108y+18^2}{16}+y^2-12y+36=90.\ |\cdot 16.$

$9y^2-108y+18\cdot18+16y^2-12\cdot16y+36\cdot16=90\cdot16.$

$25y^2-300y-540=0.\ |:5$

$5y^2-60y-108=0.$ $D=64\cdot90$ $\sqrt{D}=24\sqrt{10}.$ $y_1=\frac{60-24\sqrt{10}}{10}=\frac{30-12\sqrt{10}}{5}$ $y_2=\frac{30+12\sqrt{10}}{5}.$ $x_1=\frac{20-12\sqrt{10}}{20}$ $x_2=\frac{20+12\sqrt{10}}{20}.$

2

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Проверка $x_1 = \frac{20-12\sqrt{10}}{20}$ $y_1 = \frac{\cancel{30}-\cancel{12}\sqrt{10}}{10} = \frac{\cancel{60}-\cancel{24}\sqrt{10}}{20}$.

$y-6x$ должно быть ≥ 0.

$\frac{\cancel{60}-\cancel{24}\sqrt{10}}{20} - \frac{120-72\sqrt{10}}{20} = \frac{-60+48\sqrt{10}}{20} \geq 0$.

$x_2 = \frac{20+12\sqrt{10}}{20}$ $y_2 = \frac{30+12\sqrt{10}}{5} = \frac{120+48\sqrt{10}}{20}$.

$\frac{120+48\sqrt{10}}{20} - \frac{120+72\sqrt{10}}{20} < 0$.

$x_2 = \frac{y+3}{9}$ $(3x-3)^2 + (y-6)^2 = 90$

$\frac{y+3}{9} - 3 = \frac{y+9}{9} - \frac{27}{9} = \frac{y-18}{9}$.

$\frac{y^2-36y+324}{81} + y^2 - 12y + 36 = 90 \mid \cdot 81$

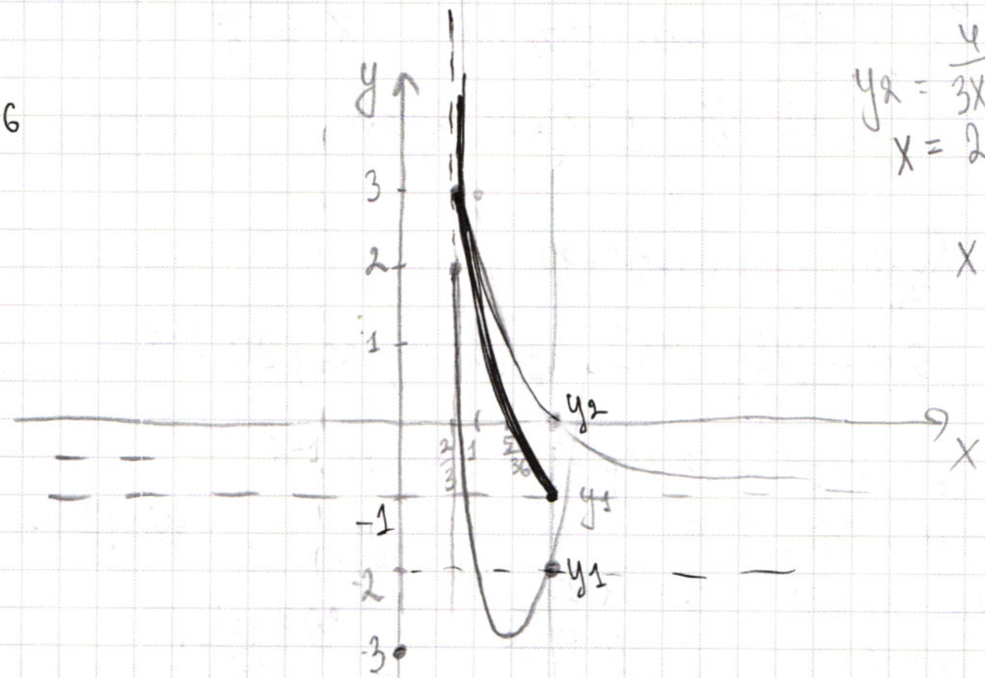
$y^2 - 36y + 324 + 81y^2 - 12\cdot 81 y + 36\cdot 81 = 90\cdot 81$

$82y^2 - 1008y - 4050 = 0 \quad |:2$.

$41y^2 - 504y - 2025 = 0$. $D = 41\cdot 41\cdot 25 + 4\cdot 41\cdot 81\cdot 25 = 41\cdot 25(41+4\cdot 81)$

$\sqrt{D} = 5\cdot\sqrt{41\cdot 365}$

№6



$y_2 = \frac{4}{3x-2} - 2$

$x = 2$ $y_2 = \frac{4}{6-2} - 2 = -1$.

$x = 1$ $y_2 = 3$

$x = \frac{2}{3}$.

$y_2 = x \neq \frac{2}{3}$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y_3 = ax + b$

y_3 должно быть выше y_1 и ниже y_2

$f(2) \geq -2$. $\quad f\left(\frac{2}{3}\right) \geq 2$

$f(2) \leq 0$. $\quad f\left(\frac{2}{3}\right) \leq 3$.

$-2 \leq 2a + b \leq 0 \quad 6 \leq 2a + 3b \leq 9$

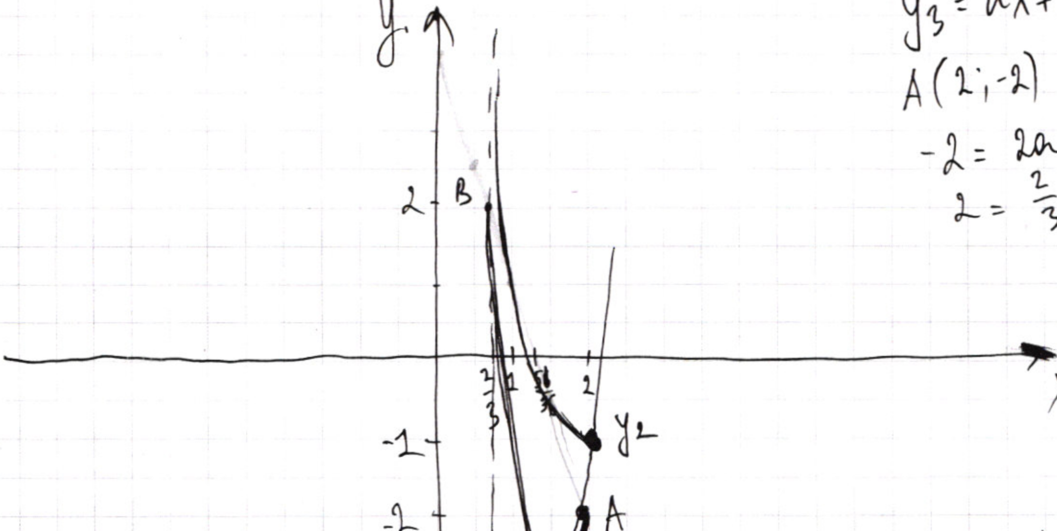
$f(2) = 2a + b \geq -2$

$2a + b \leq 0$.

$2 \leq \frac{2a}{3} + b \leq 3$

$f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2a}{3} + b$

и $\quad ax + b = \frac{8-6x}{3x-2}$ нет реш.



$y_3 = ax + b$.

$A(2; -2) \quad B\left(\frac{2}{3}; 2\right)$

$-2 = 2a + b \quad b = -2 - 2a$

$2 = \frac{2}{3}a + b \quad b = 2 - \frac{2}{3}a$.

$-2 - 2a = 2 - \frac{2}{3}a \quad | \cdot 3$

$-6 - 6a = 6 - 2a$.

$12 = -4a$

$a = -3$

$b = -2 + 6 = 4$.

$y = -3x + 4$

$y_2 = \frac{8-6x}{3x-2}$. $\quad y = -3x + 4$.

$8 - 6x = (3x-2)(4-3x)$

$8 - 6x = 12x - 9x^2 - 8 + 6x$.

$-9x^2 + 24x - 16 = 0$

$9x^2 - 24x + 16 = 0$

$(3x-4)^2 = 0. \quad x = \frac{4}{3}$.

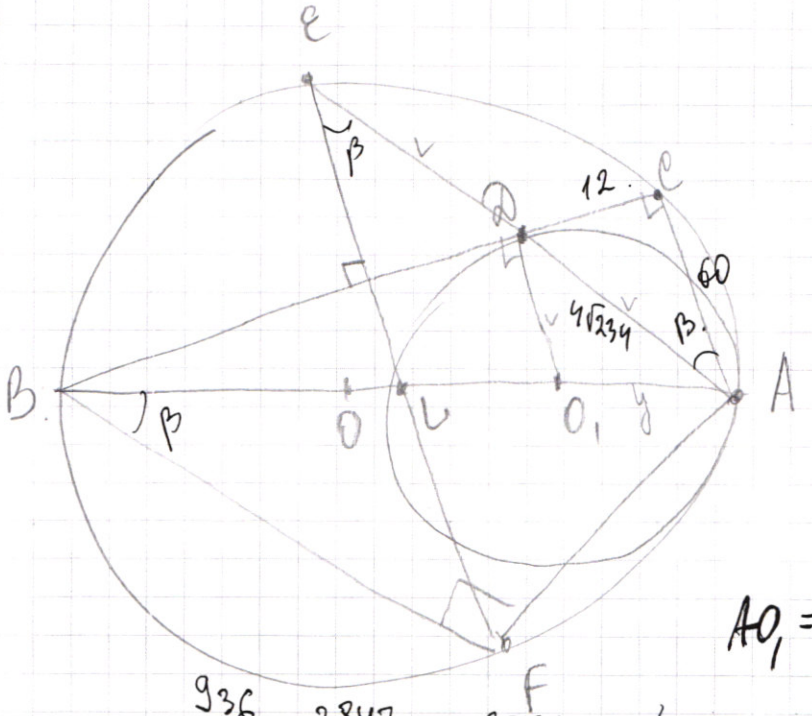
прямая $y = -3x + 4$ касается $y = \frac{8-6x}{3x-2}$ в точке $x = \frac{4}{3}$.

это единственная прямая, которая выше y_1 и ниже y_2

Ответ: $(-3; 4)$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 4 (Нумеровать только чистовики)



$$\frac{y}{y+0{,}6} = \frac{4\sqrt{234}\cdot\sqrt{234}}{3783}$$

$$3783y = 936y + 936\cdot 0{,}6$$

$$936\cdot 0{,}6 = 2847y$$

$$0{,}6 = \frac{2847\cdot \cancel{156}}{5\cdot \cancel{936}6} = \frac{2847}{30}$$

$$AO_1 = y = \frac{156}{5}$$

$$AL = \frac{936}{30} + \frac{2847}{30} = \frac{3783}{30} \qquad \angle \cancel{BL} =$$

$$\sin\beta = \frac{12}{4\sqrt{234}} = \frac{3}{\sqrt{234}}; \qquad \sin\beta = \frac{AF}{65} = \frac{3}{\sqrt{234}}; \quad AF = \frac{3\cdot 65}{\sqrt{234}} = \frac{195}{\sqrt{234}}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

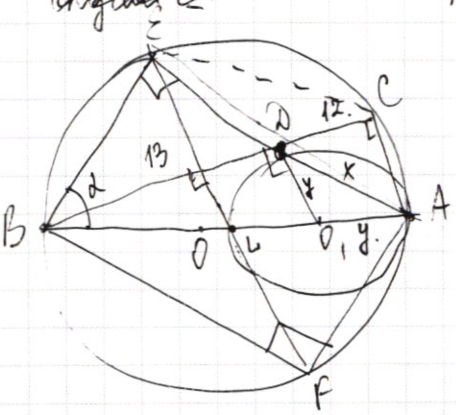
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4



Пусть $AD = X$

$BD = 13$; $DC = 12$

$\triangle BDC \sim \triangle BDA$ по 2 углам, тогда

$\frac{12}{X} = \frac{ED}{13}$ $\quad ED = \frac{156}{X}$

$AC \perp BC$, т.к. опир на диаметр AB.

Пусть $O_1D = y$, тогда $O_1A = y$, т.к. они радиусы

$\frac{y}{CA} = \frac{13}{25}$ $\quad CA = \frac{25y}{13}$

$\frac{BO_1}{BO_1+y} = \frac{13}{25}$; $25BO_1 = 13BO_1 + 13y$; $12BO_1 = 13y$; $BO_1 = \frac{13y}{12}$ $\quad AB = \frac{25y}{12}$

по теореме Пифагора: $AC^2 + BC^2 = AB^2$; $\quad \frac{25\cdot 25\cdot y^2}{169} + 25\cdot 25 = \frac{25\cdot 25\cdot y^2}{144} \Big| \cdot 144\cdot 169$

$144y^2 + 144\cdot 169 = 169y^2$; $25y^2 = 144\cdot 169$; $y = \frac{12\cdot 13}{5} = \boxed{\frac{156}{5} = R\omega}$

$AB = \frac{\cancel{25}\cdot 156}{\cancel{5}\cdot 12} = 5\cdot 13 = 65$; $\boxed{Rv = \frac{65}{2}}$

$AFB = 90^\circ$, т.к. опир на диаметр. ~~$\angle FEA = \angle FBA$, т.к. они опир на дугу FA~~

~~AB~~ = 65. $\angle BEA = 90^\circ$, т.к. опир на диаметр.

$\angle AFE = \angle EBA = \alpha$, т.к. они опир на одну дугу.

$\triangle DCA$ прямоуг $AC = \frac{\cancel{25}\cdot 156}{\cancel{5}\cdot 13} = 12\cdot 5 = 60$.

$X^2 = 60^2 + 144 = 3744$. $\quad X = 4\sqrt{234}$

$ED = \frac{156}{X}$ $\quad ED = \frac{\cancel{156}\,39}{\cancel{4}\sqrt{234}} = \frac{39}{\sqrt{234}}$ $\quad EA = \frac{39}{\sqrt{234}} + 4\sqrt{234} = \frac{39 + 3744}{\sqrt{234}} = \frac{3783}{\sqrt{234}}$.

$\sin\alpha = \frac{3783}{\sqrt{234}\cdot 65}$ $\quad \boxed{\alpha = \arcsin\left(\frac{3783}{65\sqrt{234}}\right)}$

$\frac{y}{y+0,4} = \frac{4\sqrt{234}\cdot\sqrt{234}}{3783} = \frac{4\cdot 234}{3783}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$y_2 = \frac{8-6x}{3x-2} = \frac{-6x+4+4}{3x-2} = \frac{-2(3x-2)}{3x-2} + \frac{4}{3x-2} = \frac{4}{3x-2} - 2.$

№6 $\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28 \quad x \in \left(\frac{2}{3};2\right]$

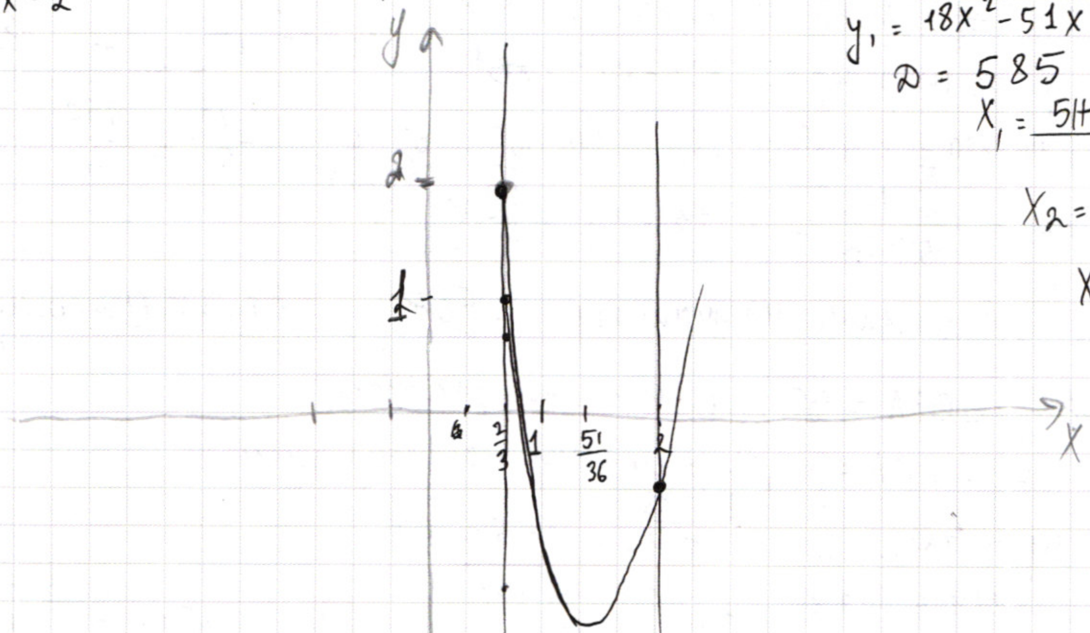
$y_1 = 18x^2-51x+28$

$D = 585$

$x_1 = \frac{51+\sqrt{585}}{36}$

$x_2 = \frac{51-\sqrt{585}}{36}.$

$x_B = \frac{51}{36}$



$y_B = \frac{\cancel{18}\cdot 51\cdot 51}{\cancel{36\cdot 36}} - \frac{51\cdot 51}{36} + 28 = \frac{51\cdot 51(18-1)}{36} + 28 = \frac{51\cdot 51\cdot 17}{36} + 28.$

$y_B = \frac{18\cdot 51\cdot 51}{36\cdot 36} - \frac{51\cdot 51}{36} + 28 = \frac{18\cdot 51\cdot 51 - 51\cdot 51\cdot 36}{36\cdot 36} + 28 = \frac{18\cdot 51\cdot 51(1-18)}{36\cdot 36} =$

$\frac{-17\cdot 18\cdot 51\cdot 51}{36\cdot 36} + 28.$ $\quad x=2 \quad y = 18\cdot 4 - 102 + 28 = 72+28-102 = -2.$

$x = \frac{2}{3} \quad y = \frac{18\cdot 4}{9} - \frac{51\cdot 2}{3} + 28 = 8 - 34 + 28 = 8-6 = 2.$

- [x] черновик
- [ ] чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha + 4(2\cos^2\alpha - 1)$

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha + 8\cos^2\alpha - 3 = 0$

$\cancel{\sin 2}$

$\frac{1}{\sqrt{5}}$

$4(1 - 2\sin^2\alpha)$

$\cancel{4 - 8\sin^2\alpha}$

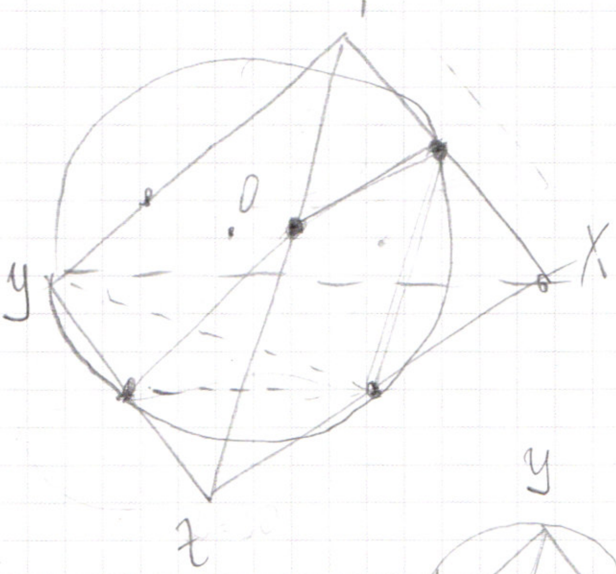
$\cancel{4(2\cos}$

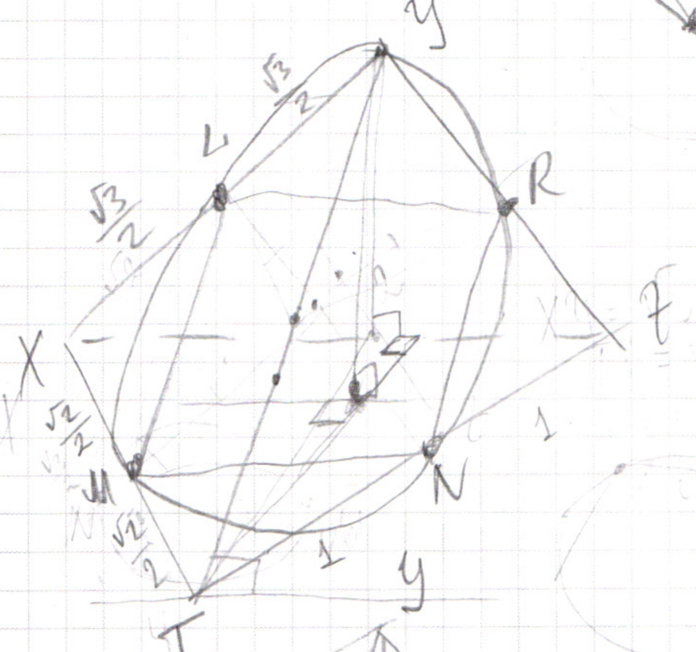
$\sin 2\alpha + 4\cos 2\alpha + \cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = 0$

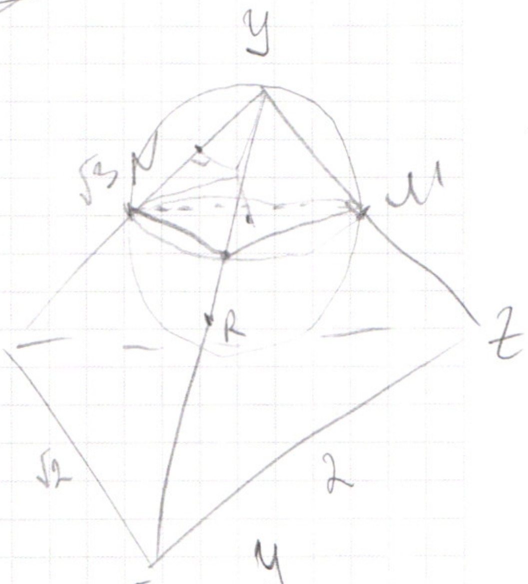
$\cancel{28\sin}$

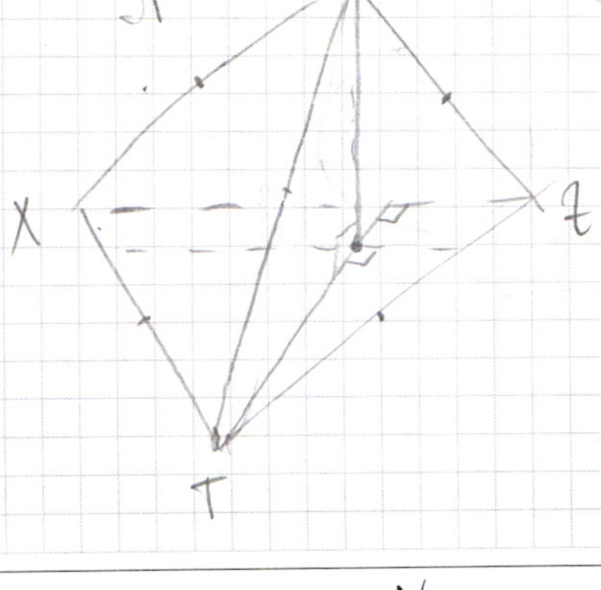
$-\frac{4}{\sqrt{17}}$

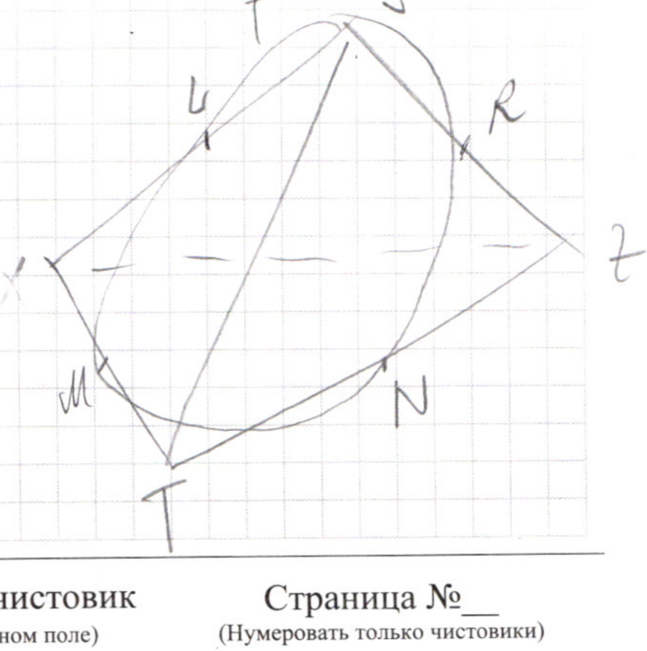
$\sin 2\alpha - 4\cos 2\alpha = -1$











ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

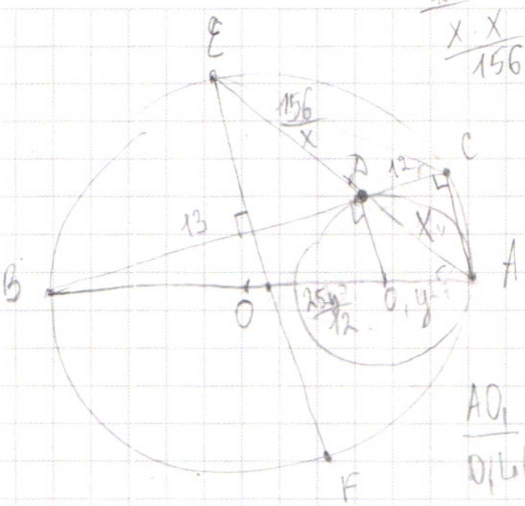
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{x \cdot x}{156} = \frac{y}{OL}$ $OL = \frac{156y}{x^2}$

$\angle AFE - ?$ $CB - ?$ $O_1A - ?$ $\triangle AEF - ?$

$CD = 12$ $BD = 13$



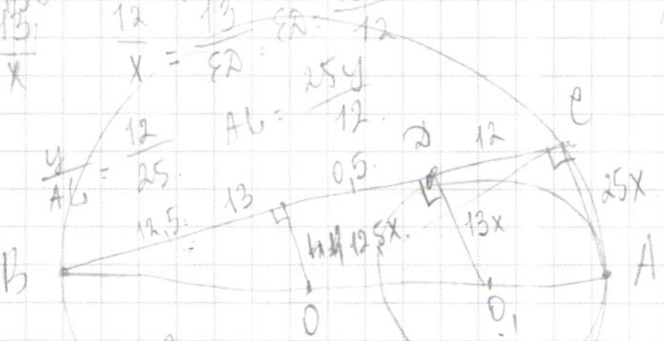
$12{,}5$ $\frac{25x}{12}$

$x + \frac{156}{x}$

$\frac{12}{x} = \frac{13}{ED}$ $ED = \frac{13x}{12}$

$\frac{x}{AC} = \frac{13}{25}$ $AC = \frac{25x}{13}$

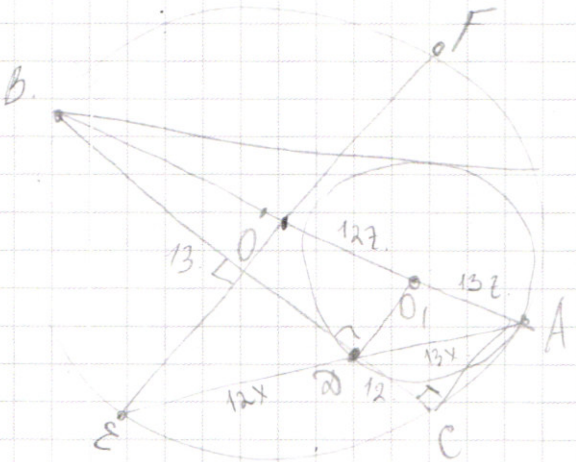
$\frac{AO_1}{O_1LAO} = \frac{y}{AL} = \frac{12}{25}$ $AL = \frac{25y}{12}$



$\frac{BO_1}{BO+y} = \frac{13}{25}$

$25BO = 13BO + 13y$ $y = \frac{12BO}{13}$ $\angle BO$

$12BO = 13y$ $BO_1 = \frac{13y}{12}$



$13 \cdot 12 = 156$

$\frac{12{,}5}{13}$

$\boxed{AC^2 = x^2 - 144}$

$51 \cdot 51 = 2601$

$18 \cdot 28 = 504$

$DE = \frac{156}{x}$

2006

$AC^2 + 144 = 169x^2$

$AC^2 = 169x^2 - 144$

$84 + 401$

435

2006 2025 / $2025 : 81 = 25$

$12 \cdot DE = 12 \cdot 13$

$\frac{25x}{12}$

$\frac{BO_1}{BO_1 + x} = \frac{13}{25}$

$25BO_1 = 13BO_1 + 13x$

$12BO_1 = 13x$

$BO_1 = \frac{13x}{12}$

$585 = 5(117$ $81 \cdot 4 = 324$

365 $365 : 5 = 73$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{25\,25x^2}{169} + 25\,25 = \frac{25\cdot 25\,x^2}{144}$ | $169\cdot 144$

$\cancel{25\cdot 25\cdot 144x^2 + 25\cdot 25\cdot 169\cdot 144}$ $144x^2$

$\log_5 1 < \log\frac{13}{5} < \log_5 5$

$0 < \log\frac{13}{5} < 1$

$\log_5 5 - \log_5 13$

$\log_5 12 - \log_5 5$

$\frac{t^{\log_5 12}}{t^{\log_5 13}} + \frac{t}{t^{\log_5 13}} \geq 1$

t

$t^{\log_5\frac{12}{5}} + 1 \geq t^{\log_5\frac{13}{5}}$

$t^{\log_5\frac{12}{13}} + t^{\log_5\frac{5}{13}} \geq 1$

$t^{\log_5\frac{12}{3}} < 1$ $t^{\log}$

$\frac{13}{5}$

$\log_5 1 = 0$ $\log_5\frac{13}{5}$ $\log_5\frac{12}{5}$

$\frac{1}{1+\frac{1}{t^{\log_5\frac{12}{5}}}} \geq t^{\log\frac{12}{13}}$

$81(90-36)$

$81\cdot 54$

$\log_8$

2847

936

3783

23

16

$\times$ 54

$+$ 64

80

864

81

$\times$ 54

324

$+$ 405

4374

4374 $12^{\log_5 12}$

$29_1\,108$

5760 | 64

90

540

4050

3783

936

2847

10.10

$-2\sin 2\alpha\cos^2 2\beta + 2\sin 2\beta\cos 2\beta\cos 2\alpha = \frac{-2}{17}$ $\log_5\frac{3}{12}$

$\frac{-2\sin 2\alpha\, 1}{17} + \frac{8}{\sqrt{17}\sqrt{17}}\cos 2\alpha = \frac{-2}{17}$ $x^{\log_5}$

$-2\sin 2\alpha + 8\cos 2\alpha = -2$

$\sin 2\alpha + 4(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = -1$

~~sin2~~ $4\cos^2\alpha - 4\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha = -1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta - \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = \frac{4 1}{\sqrt{17}}$ $\cos 4\beta = 1 - 2\sin^2 2\alpha$

$\sin^2 2\alpha \cdot \cos^2 2\beta - 2\sin 2\alpha \cos 2\beta \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha$ $\sin 2\alpha - 2\sin^3 2\alpha + 2\sin 2\beta \cos 2\beta + \sin 2\alpha$

$2\sin 2\alpha - 2\sin^3 2\alpha + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha$

$2\sin 2\alpha - 2\sin^3 2\alpha + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{2}{17}$ $tg\,\alpha$ 5^4 $\cos 2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$

$\sin 2\alpha - \sin^3 2\alpha + \sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{17}$ $16 \cdot 54$

$\sin 2\alpha - \sin^3 2\alpha + \sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\sin^2 2\alpha \cos^2 2\beta + 2\sin 2\alpha \cos 2\beta \sin 2\beta \cos 2\alpha -$ $16(90-36)$

$\sin^2 2\beta \cdot \cos^2 2\alpha$ $\cos 2x = \cos^2 x - 1)$ 324 $16 \times 12 = 32 + 16 = 192$ 324

$18 \times 18 = 144 + 18 = 324$

$\sin 2\alpha(\cos 4\beta + 1)$

$\sin 2\alpha \cdot \cos^2 2\beta + 2\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha = \frac{324}{17}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos^2 2\beta + 2\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha = 4\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha - 2\sin^2 2\alpha \cdot \cos^2 2\beta - 2\sin^2 2\beta \cos^2 2\alpha$

$\sin 2\alpha \cdot \cos^2 2\beta (1 - \sin 2\alpha)$ $2\sin 2\beta \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha (2 - \sin 2\alpha)$

$(3y-6)$

$-\frac{2}{17}$ $(-a-b)^2 = (a+b)^2$ $4 \cdot 36 = 144$ 600 $\frac{3y-6}{4} - \frac{12}{4} = \frac{3y-18}{4}$

$\sin 2\alpha(1 - 2\sin^2 2\beta)$ $144 \times 6 = 864$ $6 \cdot 18$ 60

$2\sin 2\alpha - 2\sin 2\alpha\, 2\sin^2 2\beta$

$-2(\sin 2\alpha(\cos^2 2\beta + 1) - 2\sin 2\alpha \cos^2 2\beta + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cos 2\alpha$

$\sin 2\alpha(2\cos^2 2\beta - 1)$ $t^2 + t^{\log_5 \frac{125}{12}}$

$\log_{12} t^{\log_5 \frac{125}{12}}$ $+4(1 - 2\sin^2\alpha)$

-4

$2\sqrt{17}(\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta) = 17\ 34\sin 2\alpha \cdot \cos^2 2\beta + 34\sin 2\beta \cdot \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha$

$2\sqrt{17}\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + 2\sqrt{17}\cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta =$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta(2\sqrt{17} - 34\cos 2\beta) + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta(2\sqrt{17} - 34\cos 2\beta)$

$2\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 4(2\cos^2\alpha - 1) = -1$ $2\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 4 - 8\sin^2\alpha = -1$

$2\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 8\cos^2\alpha = 3$ $2\sin\alpha \cdot \cos\alpha - 8\sin^2\alpha = -5$

$2\cos\alpha(\sin\alpha$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)