МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

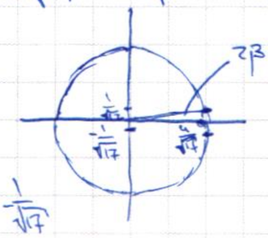
Задача 1.

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\cdot\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$ (сумма синусов)

$\cos 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$



$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\cos 2\alpha = \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}$ $\qquad$ $\sin 2\alpha = tg\alpha + tg\alpha\cos 2\alpha$

$tg\alpha(1+\cos 2\alpha)\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} \pm \frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

1. $\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$tg\alpha\left(1+\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}\right)\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\cancel{4tg\alpha + 4tg^3\alpha}$

$4tg\alpha\left(\frac{2}{1+tg^2\alpha}\right) + \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = -1$

$8tg\alpha + 1 - tg^2\alpha = -1 - tg^2\alpha$ $\qquad$ $8tg\alpha = -2$

$\cancel{tg^2\alpha - 8tg\alpha - 2 = 0}$

$\cancel{D = 64+8 = 72 = (6\sqrt{2})^2}$

$\cancel{tg\alpha = \frac{8\pm 6\sqrt{2}}{2}}$

$tg\alpha = -\frac{1}{4}$

2. $\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4tg\alpha\left(\frac{2}{1+tg^2\alpha}\right) - \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} = -1$

$8tg\alpha - 1 + tg^2\alpha = -1 - tg^2\alpha$

$2tg^2\alpha + 8tg\alpha = 0$

$tg\alpha(tg\alpha+4) = 0$

$tg\alpha = 0,\ tg\alpha = -4$ $\qquad$ Ответ: $-\frac{1}{4}$; 0; 4.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 2.

$$\begin{cases} 3y-2x = \sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

1. $3y-2x \geq 0$

$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$

$4x^2+x(2-15y)+3y-2+9y^2=0$

Решим относительно x.

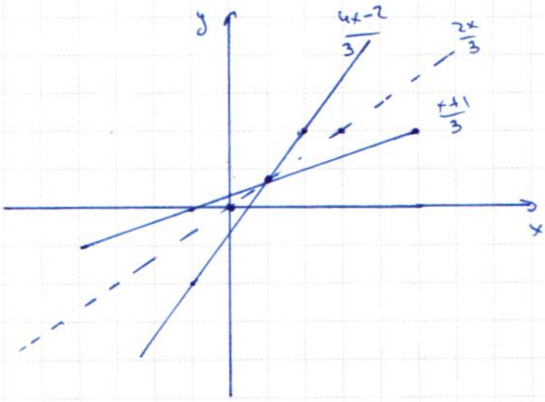
$D=4-60y+225y^2-\cancel{144}y^2-48y+832=(9y-6)^2$

$x_1=\dfrac{15y-2+9y-6}{8}=3y-1$ $\qquad y=\dfrac{x+1}{3}$

$x_2=\dfrac{15y-2-9y+6}{8}=\dfrac{3y+2}{4}$ $\qquad y=\dfrac{4x-2}{3}$

Решения первого ~~уравнения~~ уравнения точки выше $\qquad y \geq \dfrac{2x}{3}$

прямой $y=\dfrac{2x}{3}$



и принадлежащие $y=\dfrac{4x-2}{3}$ или $y=\dfrac{x+1}{3}$

2. $3x^2+3y^2-6x-4y=4$

$(x-1)^2+\left(y-\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)^2=\dfrac{11}{3}$ –

множество решений 2-го уравнения –

– окружность

подставим $y=\dfrac{4x-2}{3}$

$9x^2+16x^2-16x+4-18x-16x+8=12$

$25x^2-50x=0$

$x=0$; $x=2$ $\qquad$ $x=0$ не подходит, т.к. точка $\{0; -\frac{2}{3}\}$ лежит ниже $y=\dfrac{2x}{3}$

подходит точка $\{2; 2\}$

подставим $y=\dfrac{x+1}{3}$

$9x^2+x^2+2x+1-18x-4y-4=12$

$10x^2-20x-15=0$ $\qquad x^2-2x-\frac{3}{2}=0$ $\qquad D=10$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$ подходит меньший корень

$x = \frac{2-\sqrt{10}}{2}$ $y = \frac{4-\sqrt{10}}{6}$

Ответ: $\{2; 2\}$; $\{\frac{2-\sqrt{10}}{2}; \frac{4-\sqrt{10}}{6}\}$

№3

$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

ОДЗ: $x^2+6x > 0$ $x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$ $+ \; -6 \; - \; 0 \; +$

Модуль раскроется с плюсом

$x^2+6x = t$, $t > 0$

$3^{\log_4 t} + t \geq t^{\log_4 5}$ $t^{\log_4 5} = 5^{\log_5 t \cdot \log_4 5} = 5^{\log_4 t}$

$3^{\log_4 t} + 4^{\log_4 t} \geq 5^{\log_4 t}$

$\log_4 t = a$

$3^a + 4^a \geq 5^a$, заметим, что такое выполняется при $a \leq 2$

$\log_4 t \leq 2$ $t \in (0; 16]$

$\begin{cases} x^2+6x \leq 16 \\ x^2+6x > 0 \end{cases}$ $x^2+6x-16=0$ $D = 36+64=100$ $x_{1,2} = \frac{-6 \pm 10}{2}$ $x_1 = -8$ $x_2 = 2$

$x^2+6x>0$ $x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$ $x \in [-8; 2]$

Ответ: $x \in [-8; -6) \cup (0; 2]$

Задача 5.

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$$

$\frac{4x-3}{2x-2}=\frac{9}{4}$ при $x=3$

$8x^2-34x+30=0$ при $x=3$

$3a+b \in \left[0; \frac{9}{4}\right]$

при $x=1$ $\frac{4x-3}{2x-2} \to \infty$

при $x=1$ $8x^2-34x+30=4$

$a+b \in [4; +\infty)$

проверим крайние точки ($ax+b$ проходит через $\{1;4\}$ и $\{3;0\}$

$$\begin{cases} a+b=4 \\ 3a+b=0 \end{cases} \qquad a=-2 \qquad b=6$$

проверим $\frac{4x-3}{2x-2} \geq -2x+6$

$$\frac{4x-3+4x^2-4x-12x+12}{2x-2} \geq 0 \quad \text{на } x\in(1;3]$$

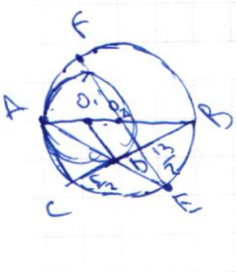
$\frac{(2x-3)^2}{2x-2} \geq 0$ условие выполняется

в точке $x=\frac{3}{2}$ $-2x+6$ касается $\frac{4x-3}{2x-2}$ =>

если „поднимать" прямую появится вторая точка пересечения и нарушится условие $\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b$

Ответ: $a=-2$ $b=6$.

Задача 4.



рассмотрим $\triangle BO_1D$ и BAC:

$\angle D$ и $\angle C$ соответственно прямые

($\angle C$ опирается на диаметр, $\angle D$ - между кас. и радиусом)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AC = x$ R – радиус Ω r – радиус ω

$$\frac{\frac{13}{2}}{r} = \frac{18}{x}$$

$$(2R-r)^2 = r^2 + \frac{169}{4} \qquad 4R^2 - \cancel{4}r = \frac{169}{4} \qquad r^2 = \frac{R^2}{\cancel{4}} - \frac{169}{\cancel{16}}$$

$$324 + x^2 = 4R^2 \qquad x^2 = 4R^2 - 324$$

$$\frac{13}{\sqrt{R^2 - \frac{169}{4}}} = \frac{18}{\sqrt{4R^2 - 324}}$$

$$169 \cdot 4R^2 - 324 \cdot 169 = 324 \cdot R^2 - 324 \cdot \frac{169}{4}$$

$$R^2 (324 + 4 \cdot 169) = \frac{3}{4} 324 \cdot 169$$

$$R^2 = \frac{3 \cdot 81 \cdot 169}{4(81 + 169)} = \frac{3 \cdot 81 \cdot 169}{4 \cdot 250}$$

$$R = \frac{9 \cdot 13}{10} \cdot \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{117}{10} \cdot \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$r^2 = \frac{3 \cdot 81 \cdot 169}{\cancel{4} \cdot 250} - \frac{169}{\cancel{16}} = \left(\frac{241}{125} - \frac{1}{2}\right) \cdot 169 = \frac{134}{125} \cdot 169$$

Ответ: $R = \frac{117}{10} \sqrt{\frac{3}{10}}$ $r = \frac{134}{125} \cdot 169$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. 1) $3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}$

$3y-2x \geq 0$

$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$

$4x^2+x(2-15y)+9y^2+3y-2=0$

$D=4+225y^2-60y-144y^2-48y+32=$

$=81y^2-108y+36=(9y-6)^2$

$x_{12}=\dfrac{15y-2\pm(9y-6)}{8}$

$x_1=\dfrac{24y-8}{8}=3y-1$

$x_2=\dfrac{6y+4}{8}=\dfrac{3y+2}{4}$

2) $(x-1)^2+\left(y-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2=\frac{11}{3}$

$\cancel{3y}$ $y \geq \frac{2x}{3}$

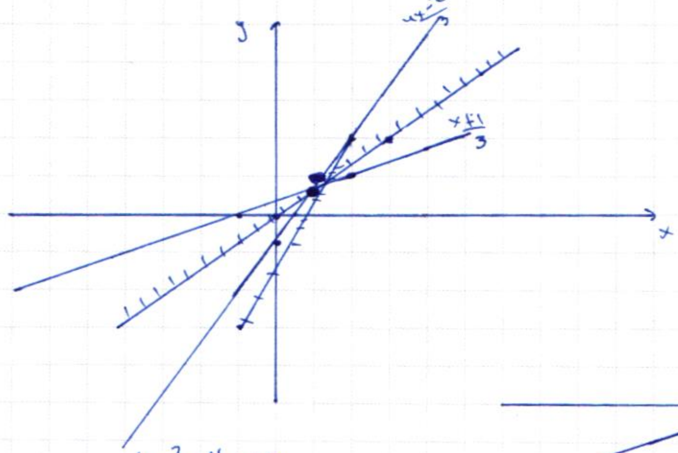
$3y=x+1$
$y=\frac{x+1}{3}$

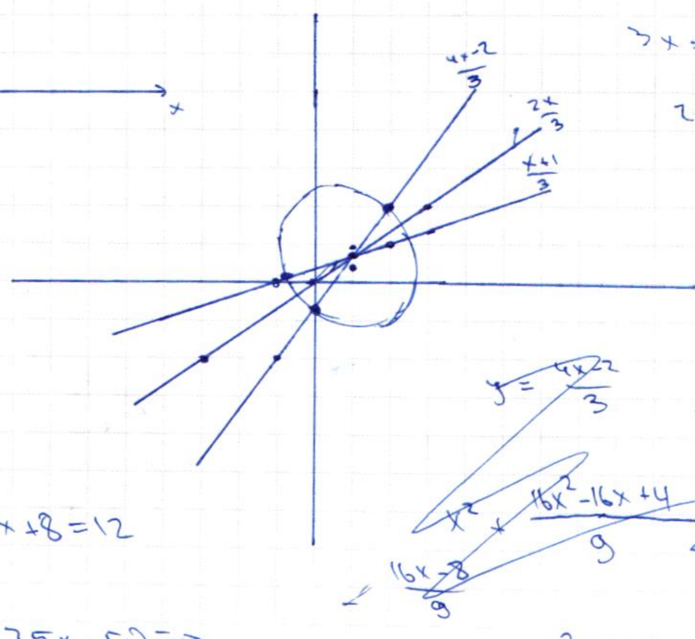
$3y=4x-2$
$y=\frac{4x-2}{3}$ $x=2;\ y=2$
$x=-1\ y=-2$

$x+1=4x-2$

$3x=3$ $x=1$

$2x$





$3x^2+\dfrac{16x^2-16x+4}{3}-6x-$
$-\dfrac{16x-8}{3}=4$

$9x^2+16x^2-16x+4-18x-16x+8=12$

$25x^2-50x=0$

$x=0$; $x_{=2}$ $25x-50=0$

$y=\frac{4x-2}{3}$ $y=\frac{x+1}{3}$

$x^2+\dfrac{16x^2-16x+4}{9}-2x+2-$ $\dfrac{16x-8}{9}$

$10x^2-20x-15=0$ $x^2-2x-\frac{3}{2}=0$ $x=2$ $y=2$ $3x^2+\dfrac{x^2+2x+1}{3}-6x-\dfrac{4x+4}{3}=4$

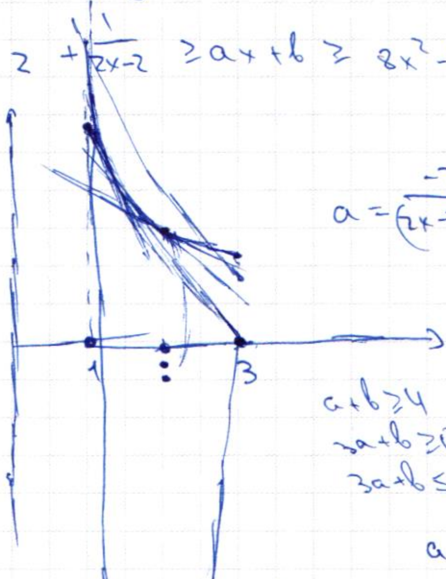
$D=400+600=\sqrt{1004}$ $D=4+6=10$ $x_{12}=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$ $x=\frac{2-\sqrt{10}}{2}$ $9x^2+x^2+2x+1-18x-4x-4=12$

$y=\frac{4-\sqrt{10}}{6}$

⑤ $\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$

$x \in (1;3]$ $\qquad$ $16 \quad \frac{34}{16}$

$2+\frac{1}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$



$8-34+30=4$

$a=\frac{-2}{(2x-2)^2}+x_0 \cdot \quad -\frac{1}{4}$

$8\cdot 4-34\cdot 2+30=$

$-\frac{1}{4}x+2$ $\qquad$ $=32-68+30=-6$

$8\cdot 9-34\cdot 3+30=$

$=72-102+30=0$

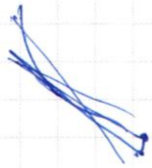
$a+b\geq 4$

$3a+b\geq 0$

$3a+b\leq \frac{9}{4}$

$\frac{4(2x-2)-2(4x-3)}{(2x-2)^2}$

$ax+b=f$

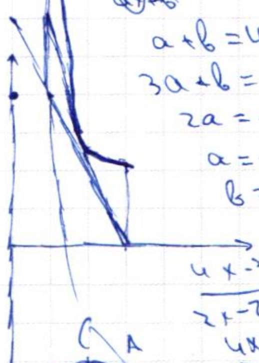


$f(3)\in[0;\frac{9}{4}]$ $\qquad$ $8x-8-8x+6=\frac{-2}{(2x-2)^2}$

$f(1)\in[4;+\infty)$

$\begin{cases} 3a+b\leq \frac{9}{4} \\ a+b\geq 4 \end{cases}$ $\qquad$ $2a\leq -\frac{7}{4}$

$3a+b\geq 0$ $\qquad$ $a\leq -\frac{7}{8}$



$ax+b$

$a+b=4$ $\qquad$ $3a+b\leq\frac{9}{4}$ $\qquad$ $a+b\geq 4$

$3a+b=0$

$2a=-4$ $\qquad$ $a<0$

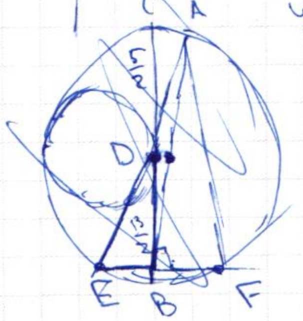
$a=-2$ $\qquad$ $\frac{4x-3-2ax^2-2xb+2ax+2b}{2x-2}\geq 0$

$b=6$

$x\in(1;3]$

$\frac{4x-3}{2x-2}\geq -2x+6$ $\qquad$ $2ax^2+2bx-2ax-2b+3-4x\leq 0$

$\frac{4x-3+4x^2-4x-12x+12}{2x-2}\geq 0$ $\qquad$ $2ax^2+x(2b-2a-4)-2b+3\leq 0$

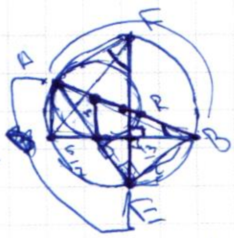


$CB=\frac{18}{2}=9$ $\qquad$ $D=4b^2+4a^2+16-8ab+16a-16b+$

$+16ab-24a$

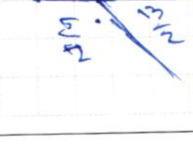
$8ab-8a-16b$

$4b^2+4a^2+16$



$\frac{\frac{13}{2}}{r}=\frac{18}{x}$

$18^2+x^2=4R^2$



$(R-r)^2=r^2+\left(\frac{13}{2}\right)^2$

$4x-3+4x^2-4x-12x+12\geq 0$

$4x^2-12x+9\geq 0$

$(2x-3)^2\geq 0$ $\qquad$ $x=\frac{3}{2}$ – касание

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = 2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta) = 2(\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta)(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)$

$2\sin\alpha\cos\alpha\cos^2\beta - 2\sin^2\alpha\sin\beta\cos\beta + 2\cos^2\alpha\sin\beta\cos\beta - 2\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

~~$\sin(2\alpha+4\beta) = (\sin2\alpha\cos4\beta + \cos2\alpha\sin4\beta)$~~

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha = 2\cdot\sin(2\alpha+2\beta)\cos2\beta = -\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos2\beta = -\frac{4}{17}$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos2\beta = -\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\cos2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin2\alpha\cos2\beta + \sin2\beta\cos2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{4}{\sqrt{17}}\sin2\alpha + \frac{1}{\sqrt{17}}\cos2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{8}{\sqrt{17}}\sin\alpha\cos\alpha + \frac{1}{\sqrt{17}}(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\cos^2\alpha - 1 = \cos2\alpha$

$\cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1+\cos2\alpha}{2}}$

$1-2\sin^2\alpha = \cos2\alpha$ $\quad \sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{1-\cos2\alpha}{2}}$

$\operatorname{tg}\alpha = \pm\sqrt{\frac{1-\cos2\alpha}{1+\cos2\alpha}}$ $\pm\sqrt{\frac{1-\cos^2 2\alpha}{(1+\cos2\alpha)^2}} = \pm\frac{\sin2\alpha}{1+\cos2\alpha}$

$\frac{4}{\sqrt{17}}\operatorname{tg}\alpha + \frac{4}{\sqrt{17}}\operatorname{tg}\alpha\cos2\alpha + \frac{1}{\sqrt{17}}\cos2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{4}{\sqrt{17}}\operatorname{tg}\alpha + \frac{4}{\sqrt{17}}\operatorname{tg}\alpha\frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{1}{\sqrt{17}}\frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad (1+\cos2\alpha)\operatorname{tg}^2\alpha = 1-\cos2\alpha$

$\operatorname{tg}^2\alpha + \cos2\alpha\operatorname{tg}^2\alpha + \cos2\alpha - 1 = 0$

$4(\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^3\alpha) + 4(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}^3\alpha) + $ $\quad \cos2\alpha(\operatorname{tg}^2\alpha+1) = 1-\operatorname{tg}^2\alpha$

$+\ 1-\operatorname{tg}^2\alpha = -1+\operatorname{tg}^2\alpha$ $\quad \cos2\alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{\operatorname{tg}^2\alpha+1}$

$4\operatorname{tg}^2\alpha + 4\operatorname{tg}^3\alpha + 4\operatorname{tg}\alpha - 4\operatorname{tg}^3\alpha + 1 - \operatorname{tg}^2\alpha = -1+\operatorname{tg}^2\alpha$ $\quad 2\operatorname{tg}^2\alpha + 4\operatorname{tg}\alpha + 2 = 0$

$(\operatorname{tg}\alpha+1)^2 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

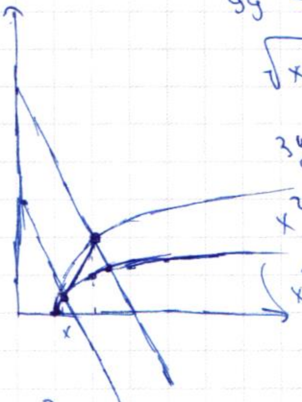
2. $3y-2x = \sqrt{3xy-2x-3y+2}$ $\quad x(3y-2)-(3y-2)$

$9y^2-12xy+4x^2 = 3xy-2x-3y+2$ $\quad (x-1)(3y-2)$

$9y^2-15xy+4x^2 = 2-2x-3y$

$(3y-2x)^2 = (x-1)(3y-2)$

$\sqrt{x-1}$ $\quad 9y^2-12xy+4y^2$



$3y-2x = \frac{6x-2x-6+2}{4x-4}$ $\quad \sqrt{x-1}\cdot\sqrt{3y-2}$

? $\quad (3y-2x)^2 = (x-1)(3y-2)$

$x^2+y^2-2x-\frac{4}{3}y = \frac{4}{3}+1+\frac{4}{3}$

$(x-1)^2+(y-\sqrt{\frac{2}{3}})^2 = \frac{11}{3}$

y - параметр

$3y-2x>0$

3. $\sqrt{3}(x+4y)^2 = 4+6x+4y+6xy$

$3-2x=\sqrt{x-1}$

$y=1$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq (x^2+6x)^{\log_2 5}-x^2$

$9-12x+4x^2=x-1$ $\quad 3-2x>0$

$x^2+6x>0$ $\quad x^2+6x=t$

$4x^2-13x+10=0$

$3^{\log_4 t}+t \geq t^{\log_4 5}$ $\quad 3^{\frac{\log_3 t}{\log_3 4}}$

$(\frac{5}{4};1)$ $\quad D=169-160=9$ $\quad 3^{\log_4 t}+3^{\log_3 t} \geq 3^{\log_3 t\cdot\log_4 5}$

$(2;2)$ $\quad \frac{13\pm3}{8}$ $\quad \frac{10}{8}=\frac{5}{4}$

$4x^2+x(2-15y)+3y-2+9y^2=0$

$6-2x=2\sqrt{x-1}$

$4-60y+225y^2-36y^2-12y+8$

$3-x=\sqrt{x-1}$ $\quad 3-x>0$

$9-6x+x^2=x-1$

$3^{\log_4 t} \geq t(t^{\log_4 5-1}-1)$ $\quad 3^{\log_4 t} \geq 3^{\log_3 t}(3^{\log_4 5}-1)$

$x^2-7x+10=0$ $\quad x<3$

$3^{\log_3(3^{\log_4 5}-1)}$

$D=49-40=9$ $\quad 225-96-12+12$

$3^{\log_4 t} = $ $\quad x_{1,2}=\frac{7\pm3}{2}$ $\quad \log_4 t \geq \log_3 t\,\log_3(3^{\log_4 5}-1)$

$=4^{\log_4 3\cdot\log_4 t^2}$ $\quad = \log_4 t \geq \frac{\log_4 t}{\log_4 3}\log_3(3^{\log_4 5}-1)$

$=t^{\log_4 3}$ $\quad \log_4 t\left(1-\frac{\log_4 3-\log_3(3^{\log_4 5}-1)}{\log_4 3}\right) \geq 0$

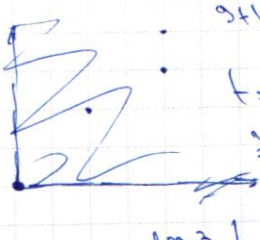
$t=4$ $\quad 3+4\geq5$

$t=2$ $\quad \sqrt{3}+\sqrt{4}\geq\sqrt{5}$

$t^{\log_4 3}+t^{\log_4 4} \geq t^{\log_4 5}$ $\quad t=16$ $\quad \log_4 3-\log_3(3^{\log_4 5}-1) \vee 0$ $\quad 3^{\log_3 t\cdot\log_4 3}$

$9+16=25$ $\quad =3^{\log_4 t}+4^{\log_4 t} \geq$

$1-\log_3(3^{\log_4 5}-1)\log_3 4 \vee 0$ $\quad \geq 5^{\log_4 t}$



$t=\frac{1}{4}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\geq\frac{1}{5}$ $\quad \log_4 3 \in (\frac{1}{2};1)$ $\quad t\in(0;16)$

$3^x+4^x \quad 5^x$

$t^{\log_4\frac{3}{4}}+1 \geq t^{\log_4\frac{5}{4}}$ $\quad t^{\log_4 3}\left(1+t^{\log_4 4-\log_4 3}-t^{\log_4 5-\log_4 3}\right) \geq 0$ $\quad \ln 3$

$\ln 3\cdot 3^x+\ln 4\cdot 4^x$

$t^{\log_4 0{,}75}+1 \geq t^{\log_4 1{,}25}$ $\quad 1+t^{\log_4\frac{4}{3}}-t^{\log_4\frac{5}{4}} \geq 0$

$\ln 3\cdot 9$ $\quad \ln 5\cdot 5^x$

$\ln 3\cdot 16$ $\quad \ln 25$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)