МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x\geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-6)-6(x-1)=\sqrt{x(y-6)-(y-6)} \\ 9x^2-18x+9+y^2-12y+36=45+45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-6)-6(x-1)=\sqrt{(x-1)(y-6)} \\ 9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \end{cases}$$

Пусть $y-6=\tau$, $x-1=f$

$$\begin{cases} \tau-6f=\sqrt{\tau f} \qquad \tau f\geq 0 \\ 9f^2+\tau^2=90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau^2-12\tau f+36f^2=\tau f \qquad \tau-6f\geq 0 \\ 9f^2+\tau^2=90 \end{cases}$$

$\tau^2-13\tau f+36f^2=0$

$(\tau-9f)(\tau-4f)=0$

$\tau=9f$ или $\tau=4f$

$9f^2+(9f)^2=90$

$f=1$ или $f=-1$

$\tau=9$ $\quad$ $\tau=-9$ - не подходит, т.к. $\tau-6f<0$

$x-1=1$ $\quad$ $y-6=9$

$x=2$ $\quad$ $y=15$

$\tau=4f$

$9f^2+(4f)^2=90$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

$25f^2 = 90$

$f = \sqrt{3{,}6}$ или $f = -\sqrt{3{,}6}$

$t = 4\sqrt{3{,}6}$ $\qquad$ $t = -4\sqrt{3{,}6}$

не подходит $\qquad$ $x - 1 = -\sqrt{3{,}6}$ $\qquad$ $y - 6 = -4\sqrt{3{,}6}$

т.к. $t - 6f < 0$

$x = -\sqrt{3{,}6} + 1$ $\qquad$ $y = -4\sqrt{3{,}6} + 6$

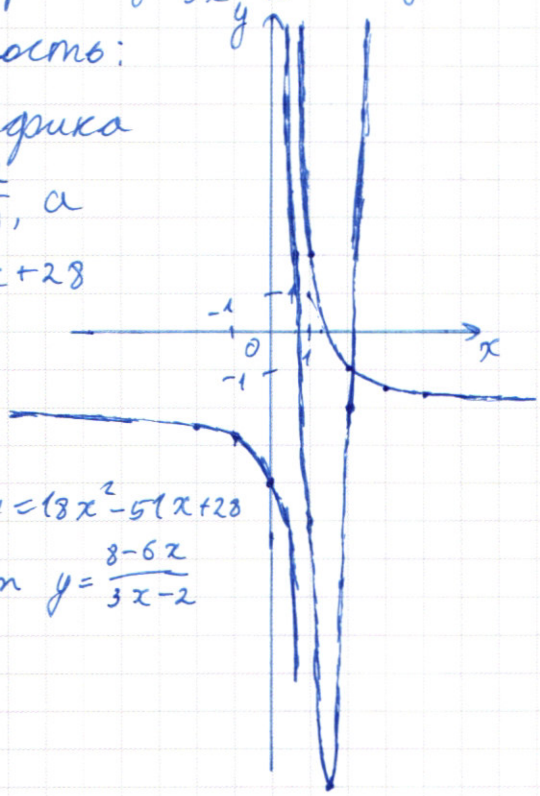
Ответ: $(2; 15)$; $(-0{,}6\sqrt{10} + 1; -2{,}4\sqrt{10} + 6)$

№6

Построим графики $y = \frac{8-6x}{3x-2}$ и $y = 18x^2 - 51x + 28$

Важная особность:

ассимптота графика $y = \frac{8-6x}{3x-2}$ это $x = \frac{2}{3}$, а график $y = 18x^2 - 51x + 28$ в точке $x = \frac{2}{3}$ $y = 2$, значит левая ветка параболы $y = 18x^2 - 51x + 28$ никогда не пересечёт $y = \frac{8-6x}{3x-2}$



Прямая $ax + b$ должна проходить выше или равняться точки $(\frac{2}{3}; 2)$ и точки $(2; -2)$, но ниже или касаться графика $y = \frac{8-6x}{3x-2}$.

Когда я смотрел на график и размышлял, моя дедукция подсказала мне, что прямая $ax + b$ пройдёт единственным образом через $(\frac{2}{3}; 2)$; $(2; -2)$ и точку касания с $y = \frac{8-6x}{3x-2}$

Проверим мою гипотизу:

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 2

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~ахн~~ $\frac{2}{3}a+b=2$

$2a+b=-2$

$a=-3\ ;\ b=4$

$-3x+4=\frac{8-6x}{3x-2}\qquad x\neq\frac{2}{3}$

~~$(-3x+4)$~~ $\frac{(-3x+4)(3x-2)-8+6x}{3x-2}=0$

$-9x^2+6x+12x-8$ ~~x~~ $-8+6x=0$

$9x^2-24x+16=0$

$(3x-8)^2=0$

Дедукция меня не подвела прямая $y=-3x+4$ является касательной к $y=\frac{8-6x}{3x-2}$. (чудесное чутьё)

Это означает, что единственная прямая $y=-3x+4$ подходит под заданные условия

Ответ: $a=-3$; $b=4$ $(-3;4)$

(В других случаях $y=ax+b$ будет пересекать (а не касаться) либо график $y=\frac{8-6x}{3x-2}$ на промежутке $[-\frac{2}{3};2]$, а значит ~~$y=$~~ $ax+b$ будет больше $\frac{8-6x}{3x-2}$, либо ~~в~~ график $y=18x^2-51x+28$ на промежутке $[-\frac{2}{3};2]$ не в точках с $x=-\frac{2}{3}$ и $x=2$, а значит $ax+b$ будет меньше $18x^2-51x+28$)

№3

$|x^2-26x|^{\log_5 12}+26x\geqslant x^2+13^{\log_5(26x-x^2)}$

Пусть $26x-x^2=t$ $\quad t>0$, поэтому $|x^2-26x|=t$

$t^{\log_5 12}+t-$ ~~t~~ $13^{\log_5 t}\geqslant 0$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Т.к. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$; при $c>0$; $b>0$; $a>0$ (общеизвестный факт), то $13^{\log_5 \tau} = \tau^{\log_5 13}$

$\tau^{\log_5 12} + \tau - \tau^{\log_5 13} \geq 0$

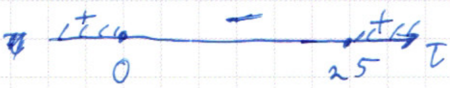
$\tau^{\log_5 12} + \tau - \tau^{\log_5 13} = 0$

$\tau\left(\tau^{\log_5 \frac{12}{5}} + 1 - \tau^{\log_5 \frac{13}{5}}\right) = 0$

$\tau = 0$ или $\tau^{\log_5 \frac{12}{5}} - \tau^{\log_5 \frac{13}{5}} = -1$

Т.к. $f(\tau) = \tau^{\log_5 \frac{12}{5}} - \tau^{\log_5 \frac{13}{5}}$ можно считать убывающей функцией, при $(\tau > 1)$, $g(\tau) = -1$ — константа, то $f(\tau)$ и $g(\tau)$ имеют не более 1 точки пересечения $(\tau > 1)$

Находим подбором $\tau = 25$.



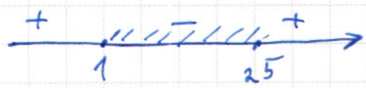
Но $\tau \leq 0$ нам не подходит, т.к. $\tau > 0$, значит, чтобы $\tau^{\log_5 12} + \tau - \tau^{\log_5 13} \geq 0$ $\tau \geq 25$

$26x - x^2 \geq 25$

$x^2 - 26x + 25 \leq 0$

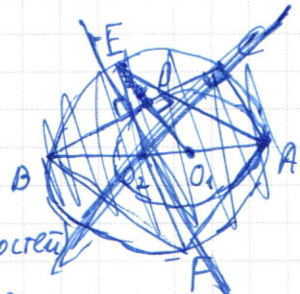
$x^2 - 26x + 25 = 0$

$x = 1$ или $x = 25$



Ответ: $[1; 25]$

№4

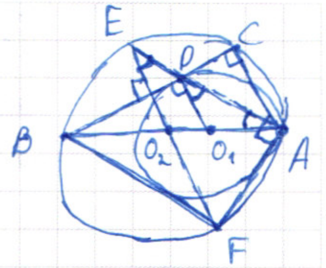


$O_1D \perp BC$ — отрезок касательной ...

$AC \perp BC$, т.к. $\triangle ABC$ опирается на диаметр AB (чертёж на след. стр.). (O_1 и O_2 — центры окружностей)

Значит $\angle O_1DB = \angle ACB = 90°$, значит $\triangle O_1DB \sim \triangle ACB$ по 2 углам. $\frac{BD}{BC} = \frac{BO_1}{BA}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Пусть радиус $\omega = r$, а радиус $\Omega = R$,

тогда $\frac{BD}{BC} = \frac{2R-r}{2R}$

$\frac{2R-r}{2R} = \frac{13}{25}$

$r = \frac{24}{25}R$

По т. Пифагора для ΔBDO_1:

$(2R-r)^2 = r^2+13^2$

$4R^2 - 4Rr + r^2 = r^2 + 13^2$

$4R^2 - 4R\cdot\frac{24}{25}R = 169$

$0{,}04R^2 = 169$

$R = \frac{13\cdot 10}{2} = 65$

$r = \frac{24}{25}R = \frac{312}{5}$

Докажем, что EF проходит через O_2:

ΔAO_1D – равнобедр. $\angle O_1AD = \angle O_1DA$. Допустим EF пересекает AB в O_3

$EO_3 \parallel DO_1$ т.к. $O_1D \perp BC$ $EO_3 \perp BC$.

Значит $\angle O_1DA = \angle O_3EA$

Значит $\angle O_3AE = \angle O_3EA$. ~~Значит $O_3A = O_3E$~~

Рассмотрим ΔBFA; $\angle ABF = \angle AEF$ (опираются на 1 дугу).

$\angle BFA = 90°$ – опирается на диаметр.

$\angle BAF = 90° - \angle FBA = 90° - \angle AEF$

Значит $\angle EAF = 90° - \angle AEF + \angle EAB = 90° - \angle AEF + \angle AEF = 90°$, значит EF – диаметр, а $O_3 = O_2$

Пусть $\angle O_1DA = \alpha$, тогда $\angle DO_1B = 2\alpha$.

Из $\triangle DO_1B$: $\cancel{\frac{BD}{BO_1}=\sin 2\alpha}$ $\qquad \frac{O_1D}{BO_1}=\cos 2\alpha$

$\cancel{\sin 2\alpha = \frac{13}{130-312} = \frac{5}{26}}$ $\qquad \cos 2\alpha = \frac{12}{13}$

$\cancel{2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{5}{26}}$ $\qquad \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{12}{13}$

$\cancel{\sin\alpha\cos\alpha = \frac{5}{52}}$ $\qquad \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt5}{26}$

$\sin\alpha = \frac{1}{26}$ т.к. α – острый $\quad \angle AFE = \arccos\left(\frac{1}{26}\right)$

Из $\triangle EAF$: $AE = EF \cdot \cos\alpha = 5\sqrt5$

$AF = EF \cdot \sin\alpha = 5$

$S_{AEF} = AF \cdot AE \cdot \frac{1}{2} = 12{,}5\sqrt5$

Ответ: 65; $62{,}4$; $\arccos\left(\frac{1}{26}\right)$; $12{,}5\sqrt5$

№1

Пусть $2\alpha + 2\beta = x$, тогда

$$\begin{cases} \sin x = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(x+2\beta) + \sin(x-2\beta) = -\frac{2}{17} \end{cases}$$

$\sin x \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos 2\beta - \sin 2\beta \cdot \cos x = -\frac{2}{17}$

$2\sin x \cdot \cos 2\beta = -\frac{2}{17}$

$\sin x \cdot \cos 2\beta = -\frac{1}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$ $\qquad \sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$ или $\sin 2\beta = \frac{-4}{\sqrt{17}}$

Вернёмся к $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$ $\qquad \sin 2\beta = \frac{-4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} + \cos 2\alpha \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\qquad \sin 2\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} - \frac{4}{\sqrt{17}} \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha + 4\cos 2\alpha = -1$ $\qquad \sin 2\alpha - 4\cos 2\alpha = -1$

$2\sin\alpha \cdot \cos\alpha + 4\cos^2\alpha - 4\sin^2\alpha = -\cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ $\qquad 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha - 4\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha = -\cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$5\cos^2\alpha + 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha - 3\sin^2\alpha = 0$ $\qquad 5\sin^2\alpha + 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha - 3\cos^2\alpha = 0$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{\sin\alpha}\ \cos\alpha \neq 0 \quad \Big/ : \cancel{\sin^2\alpha}\ \cos^2\alpha$

$5\operatorname{tg}^2\alpha + 2\operatorname{tg}\alpha - 3 = 0$

$\operatorname{tg}\alpha = -1$ или ~~tgα=…~~

$\operatorname{tg}\alpha = 0{,}6$

$\cos\alpha \neq 0 \quad \Big/ : \cos^2\alpha$

$3\operatorname{tg}^2\alpha - 2\operatorname{tg}\alpha - 5 = 0$

$\operatorname{tg}\alpha = -1$ или $\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{3}$

Ответ: $-1;\ 0{,}6;\ \frac{5}{3}$

№7

3 ребра пирамиды взаимоперпендикулярны, только тогда такое возможно.

$(\sqrt{62}-y)y=5$

$y^2-\sqrt{62}y+5=0$

$D=62-20=42$

$y_1=\frac{\sqrt{62}+\sqrt{42}}{2}$

$y_2=\frac{\sqrt{62}-\sqrt{42}}{2}$

$\sin 2\alpha \cos 2B + \sin 2B \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha + 4\cos 2\alpha = -1$

$4+60=64$

$t_2=\frac{2+8}{6}=$

$=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha+4\cos^2\alpha-4\sin^2\alpha=1$

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

$\sin x=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{\sin\alpha}{\sin B}=?$ $\cancel{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1}$

$\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\frac{12}{13}$

$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$

$2\cos^2\alpha=\frac{25}{13}$

$\cos^2\alpha=\frac{12{,}5}{13}$

$\cos\alpha=\frac{0{,}5\sqrt{5}}{13}=\frac{\sqrt{5}}{26}$

$\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin\alpha=\frac{\sqrt{21}}{26}$

$\frac{13}{\frac{338}{5}}=\frac{65}{338}=\frac{5}{26}$

$\frac{\sqrt{105}}{26^2}$

$\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{5}{52}$

$\sin x\cos 2B+\cos x\sin 2B+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$

$\frac{-\cos 2B}{\sqrt{17}}+\frac{4}{\sqrt{17}}+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}$

$D=4+60=64$

$t_1=\frac{-2+8}{10}=0{,}6$

$\sin(2\alpha+$

$\sin(2\alpha+2B)+\sin 2\alpha=-2\{\sin^2(2\alpha+2B)\}$

$169+\frac{312^2}{5^2}=65^2$

$169+62{,}4^2=65^2$

$\sin x\cos 2B+\cos x\sin 2B+\sin(x-2B)=-\frac{2}{17}$

$\sin x\cos 2B+\cancel{\cos x\sin 2B}+\sin x\cos 2B-\cancel{\sin 2B\cdot\cos x}=-\frac{2}{17}$

$2\sin x\cos 2B=-\frac{2}{17}$

$\frac{-2}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2B=-\frac{2}{17}$

$\boxed{\cos 2B=\frac{1}{\sqrt{17}}}$

$\sin 2B=\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin B\cdot\cos B=\frac{2}{\sqrt{17}}$

$\cos^2 B-\sin^2 B=\frac{1}{\sqrt{17}}$ +

$\cos^2 B+\sin^2 B=1$

$\cos^2 B=\frac{\sqrt{17}+1}{\sqrt{17}}$

$\cos B=\ldots$

$\cos B=\ldots$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

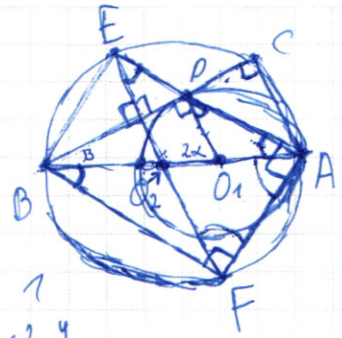
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$r^2+13^2=(R+r)^2$

$r^2+169=R^2+2Rr+r^2$

$R^2+2Rr=169$

$R^2+2Rr-169=0$

$R^2+\frac{48}{25}R^2=169$

$\frac{73}{25}R^2=169$

$73R^2=169\cdot 25$

$R=\frac{13\cdot 5}{\sqrt{73}}$

$R=\frac{65}{\sqrt{73}}$

$r=\frac{312}{5\sqrt{73}}$

$\frac{338}{5\sqrt{73}}$

$\dfrac{\frac{312}{5\sqrt{73}}}{\frac{338}{5\sqrt{73}}}=\frac{312}{338}=\frac{156}{169}=\frac{12}{13}$

$\sin 2\alpha=\frac{12}{13}$

$\sin\alpha=\frac{3}{\sqrt{13}}$

$\sin\alpha=\frac{2}{\sqrt{13}}$

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{12}{13}$

$\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{6}{13}$

$\frac{x}{\sqrt{13}}\cdot\frac{y}{\sqrt{13}}$

$xy=6$ $\quad |\cdot 2$ $\quad 2xy=12$

$x^2+y^2=13$ $\quad x^2+2xy+y^2=25$ $\quad (x+y)^2=25$

$x+y=5$

$(5-y)\cdot y=6$

$y^2-5y+6=0$

$D=25-24=1$

$y_1=\frac{5+1}{2}=3$

$y_2=\frac{5-1}{2}=2$

$48+25=73$

$130\cdot 5=650$

$650-312=338$

$312:2=156$

$338:2=169$

$24\cdot 13=312$

$156:13=12$

$24\cdot 4=96$

$4-\frac{96}{25}=\frac{4}{100}$

$B+\alpha+90+\alpha=180$

$B=90-2\alpha$

$13\cdot 5=65$

$2r-R$

$r+R-2r+R=$

$=2R-r$

$\frac{24\cdot 13}{5}$

$xy=5$

$x^2+y^2=52$

$x^2+y^2+2xy=62$

$x+y=\sqrt{62}$

$x=\sqrt{62}-y$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$|t|^{\log_5 12} - t - 13^{\log_5 -t} \geq 0$ $\quad 2^{\log_2 16} =$

$2^{2\log_2 16} = 16^2$

$-t^{\log_5 12} - t - 13^{\log_5 -t} \geq 0$

$-t^{\log_5 12} - t + t^{\log_5 13} \geq 0$ $\quad \dfrac{D_\Omega - r_\omega}{D_\Omega} = \dfrac{13}{25}$

$t^{\log_5 12} + t - t^{\log_5 13} = 0 \quad / \cdot -1$

$t^{\log_5 12} - t^{\log_5 13} + t = 0$

$t = 0$ или $t^{\log_5 \frac{12}{5}} = t^{\log_5 \frac{13}{5}} - 1$

$26x - x^2 = t$ $\quad \dfrac{2R - r}{2R} = \dfrac{13}{25}$

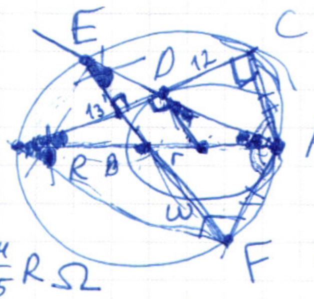
$t^{\log_5 12} + t - 13^{\log_5 t} \geq 0$

$t^{\log_5 12} + t - t^{\log_5 13} \geq 0$ $\quad 1 - \dfrac{r}{2R} = \dfrac{13}{25}$

$t^{\log_5 12} + t - t^{\log_5 13} = 0$ $\quad \dfrac{r}{2R} = \dfrac{12}{25}$

$t\left(t^{\log_5 \frac{12}{5}} - t^{\log_5 \frac{13}{5}} + 1\right) = 0$ $\quad r = \dfrac{24}{25} R_\Omega$ $\quad \dfrac{r}{2R - r}$

$t = 0$ или $t^{\log_5 \frac{12}{5}} = t^{\log_5 \frac{13}{5}} - 1$



$t = 25$ $\quad 0{,}1^3 - 0{,}1^4$

$0 \quad 25$ $\quad 90 - 2\alpha = x \quad 180 - 2\alpha = 90 + x$

$\cancel{25 \cdot 12 - 25 \cdot 13 + 125}$

$26x - x^2 > 25$ или $\cancel{26x - x^2 < 0}$ $\quad x^2 - 26x > 0$

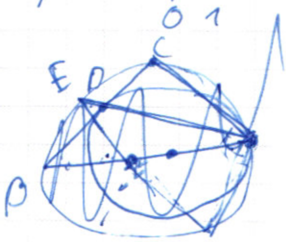
$x^2 - 26x + 25 < 0$ $\quad \cancel{26x - x^2 = 0}$

$x^2 - 26x + 25 = 0$ $\quad \cancel{x = 0 \text{ или } x = 26}$

$x = 1 \quad x = 25$

$0 \ 1 \quad 25 \ 26$

$\dfrac{2R - r}{2R} = \dfrac{13}{25}$



$\dfrac{\frac{312}{5}}{\frac{338}{5}} = \dfrac{12}{13}$

$r = \dfrac{24}{25} R$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

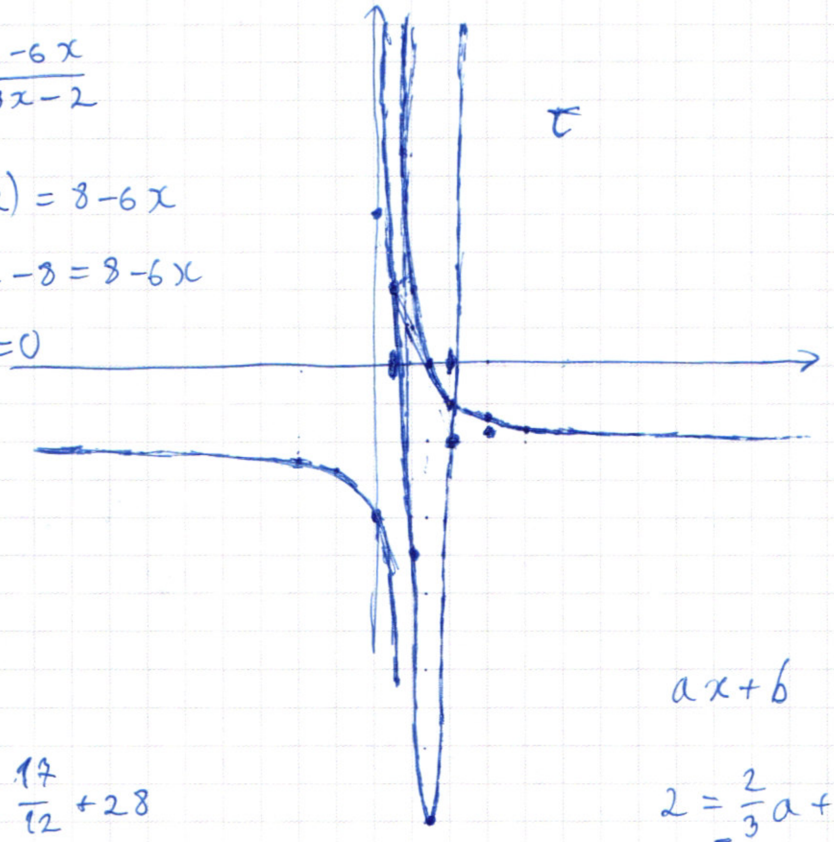
$-3x+4=\frac{8-6x}{3x-2}$

$(-3x+4)(3x-2)=8-6x$

$-9x^2+6x+12x-8=8-6x$

$9x^2+24x+16=0$

$(3x+4)^2=0$



$x_6=\frac{51}{36}=\frac{17}{12}$

$18\cdot\left(\frac{17}{12}\right)^2-51\cdot\frac{17}{12}+28$

$\frac{18}{144}\cdot17^2-\frac{17^2}{4}+28$

$\frac{17^2}{8}-\frac{17^2}{4}=-\frac{17^2}{8}+28$

$17\times17=289$ $\quad \frac{289}{8}$ $\quad 18\times4=72$ $\quad 102$

$289:8=36$, 24, 49

$18\cdot4-51\cdot2+28$

$72+28-102=-2$

$18-51+28$

$46-51=-5$

$ax+b$ $\quad\frac{2}{3};2$

$2=\frac{2}{3}a+b$

$-2=2a+b$

$4=-\frac{4}{3}a$

$a=-3\quad b=4$

$18x^2-51x+28=\frac{8-6x}{3x-2}$

$18\cdot\frac{4}{9}-51\cdot\frac{2}{3}+28=$

$8-34+28=2$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\tau^2 - 12\tau f + 36 f^2 = \tau f$

$9f^2 + \tau^2 = 90$

$9f^2 + 81 f^2 = 90$

$f = 1$ или $f = -1$

$\tau = 9 \quad \tau = -9$

$9f^2 + 16 f^2 = 90$

$f^2 = 3{,}6$

$f = 6\sqrt{0{,}1} \quad f = -6\sqrt{0{,}1}$

$t = 24\sqrt{0{,}1} \quad \tau = -24\sqrt{0{,}1}$

$\tau^2 - 13\tau f + 36 f^2 = 0$

$D = 169 f^2 - 144 f^2 =$

$= 25 f^2$

$\tau_1 = \frac{13f + 5f}{2} = 9f$

$(\tau - 9f)(\tau - 4f) = 0$

$\tau = 9f$ или $\tau = 4f$

$|x^2 - 26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x-}$

$\frac{65}{338} \quad \frac{5}{26}$

$36 \cdot 4 = 144$

$338 : 13 = 26$

$90 : 25 = 3{,}6$

$650 - 312 = 338$

~~$|x^2 - 26x|$~~

$|x^2 - 26x|^{\log_5 12} - (x^2 - 26x) - 13^{\log_5(x^2 - 26x)} \geq 0$

$x^2 - 26x = \tau \qquad \tau < 0$

$|\tau|^{\log_5 12} - \tau - 13^{\log_5 -\tau} \geq 0$

$130 - \frac{312}{5}$

$\frac{650 - 312}{5}$

$\frac{338}{5}$

$a^{\log_b c} \qquad c^{\log_b a}$

$\frac{4}{7} - 2$

$5^{\log_6 3} \qquad 3^{\log_6 5}$

$0{,}4 - 2$

$16^{\log_2 8} \qquad 16^3 \qquad 8^{\log_2 16} \qquad 8^4$

$\frac{8 - 6x}{3x - 2} \geq ax + b \geq 18x^2 - 51x + 28$

$8 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 2 = 8^4$

$\frac{-2(3x-2) + 4}{3x - 2}$

$\boxed{25}$

$-2 + \frac{4}{3x - 2}$

$-2 + \frac{4}{3}\left(\frac{1}{x - \frac{2}{3}}\right)$

$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

$\tau^{\log_5 13}$

$8^{\log_2 16} + 8^{\log_2 4}$

$8^4 + 8^2$

$8^{\log_2 4}(8^{\log_2 4} + 1)$

$8^2 \cdot (8^2 + 1)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

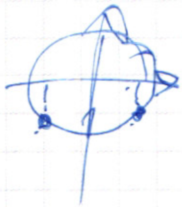
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$



$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta + \sin 4\beta \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha \cdot (\cos^2 2\beta - \sin^2 2\beta) + 2\sin 2\beta \cdot \cos^2 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin 2\alpha \cdot \cos^2 2\beta - \sin 2\alpha \cdot \sin^2 2\beta + 2\sin 2\beta \cdot \cos^2 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\frac{1}{17}$

$\sin x = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\qquad \sin(x + 2\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin x \cdot \cos 2\beta + \cos x \cdot \sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$

$\sin x \cdot \cos^2\beta - \sin x \cdot \sin^2\beta + 2\sin\beta\cos\beta \cdot \cos x + 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = -\frac{2}{17}$

$\cos x = \frac{4}{\sqrt{17}}$ или $\cos x = -\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\qquad -\frac{\cos^2\beta}{\sqrt{17}} + \frac{\sin^2\beta}{\sqrt{17}} + \cancel{\frac{2 \cdot 4 \sin\beta \cos\beta}{\sqrt{17}}}$

$+ \frac{8\sin\beta \cdot \cos\beta}{\sqrt{17}} + 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = -\frac{2}{17}$

$-\cancel{\frac{\cos 2\beta}{\sqrt{17}}} + 4\sin 2\beta$

$y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}$

$9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45.$

$tf > 0$ $\qquad y^2 - 12y + 36$

$9x^2 - 18x + 9$

$(y-6) - 6(x-1)$ $\qquad 9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90$

$\sqrt{x(y-6) - (y-6)}$

$y - 6 = t$

$x - 1 = f$ $\qquad \sqrt{(x-1)(y-6)}$

$t - 6f = \sqrt{tf}$

$9f^2 + t^2 = 90$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)