МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geqslant |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 27$, $3 \leqslant y \leqslant 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax + b \geqslant 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$ – возведем в квадрат; $3y \geq 2x$ (*)

$$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$$

$$9y^2-15xy+4x^2+2x+3y-2=0$$

$$(3y-2x)^2=(x-1)(3y-2)$$

$$y=\frac{x+1}{3}\ ;\quad y=\frac{4x-2}{3}$$

~~Нагр~~ Подставим и получим:

1) $y=\frac{x+1}{3}$

$$3x^2+\frac{x^2+2x+1}{3}-6x-\frac{4x+4}{3}=4$$

$$9x^2+x^2+2x+1-18x-4x-4=12$$

$$10x^2-20x-15=0$$

$$2x^2-4x-3=0$$

$$D=16+24=40\quad x_{12}=\frac{4\pm2\sqrt{10}}{4}=1\pm\sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\left[\begin{array}{l} x=1-\sqrt{\frac{5}{2}}\ ;\ y=2-\sqrt{\frac{5}{2}} \\ x=1+\sqrt{\frac{5}{2}}\quad y=\frac{2+\sqrt{\frac{5}{2}}}{3} \end{array}\right.$$; – не подходит по (*)

2) $y=\frac{4x-2}{3}$ $\quad 3x^2+\frac{(4x-2)^2}{3}-6x-\frac{4(4x-2)}{3}=4$

$$9x^2+16x^2-16x+4-18x-16x+8=12$$

$$25x^2-50x=0$$

$$x(25x-50)=0;\quad x=0;2$$

$$\left[\begin{array}{l} x=0\ ;\ y=\frac{1}{3} \\ x=2\ ;\ y=2 \end{array}\right.$$ – не подходит по (*)

Ответ: $\{2;2\}$; $\{1-\sqrt{\frac{5}{2}};\ \frac{2}{3}-\frac{\sqrt{\frac{5}{2}}}{3}\}$

№3 $3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$3^{\log_4(x^2+6x)} + (6x+x^2) \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$

Пусть $t=(x^2+6x)$ из $3^{\log_4(x^2+6x)}$; $t>0$

$3^{\log_4 t} + 4^{\log_4 t} \geq 5^{\log_4 t}$

Поделим всё на $5^{\log_4 t}$

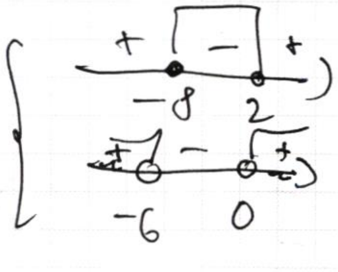
$\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4 t} + \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4 t} \geq 1$

Заметим, что $\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4 t} + \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4 t}$ уменьшается при увеличении t, т.к $\uparrow t \geq \log_4 t \uparrow$ т.к $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{5} < 1$, $\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4 t}$ и $\left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4 t} \downarrow$ т.к при

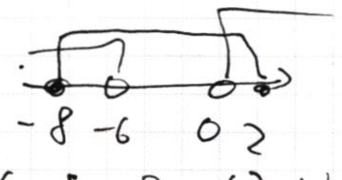
$t=16$, $\log_4 t = 2$.

$t \leq 16$ - только при них неравенство выполняется

$$\begin{cases} x^2+6x \leq 16 \\ x^2+6x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+8)(x-2) \leq 0 \\ x(x+6) > 0 \end{cases}$$



$\Leftrightarrow$



$x \in [-8 -6) \cup (0; 2]$

Ответ: $[-8; -6) \cup (0; 2]$

№1

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin(2\alpha) = -\frac{8}{17} \end{cases}$$

Преобразуем нижнее уравнение

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin(2\alpha) = 2\sin\left(\frac{4\alpha+4\beta}{2}\right) \cdot$

$\cdot \cos\left(\frac{4\beta}{2}\right) = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\beta) = -\frac{8}{17}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Подставим верхнее уравнение. Получим:
$\cos(2\beta) = \frac{4}{\sqrt{17}}$, тогда $\sin(2\beta) = \frac{4}{\sqrt{17}}$
Рассмотрим 1 уравнение:
$\sin(2\alpha + 2\beta) = \sin(2\alpha)\cos(2\beta) +$
$+ \cos(2\alpha)\sin(2\beta) = \frac{4}{\sqrt{17}}$
$\sin(2\alpha) \pm \frac{1}{\sqrt{17}}$
$\cos(2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$
$4\sin(2\alpha) \pm \cos 2\alpha) = -1$
Применим тригонометрическую подстановку:
Пусть $t = tg(\alpha)$, тогда
$4\ \frac{2t}{1+t^2} \pm \frac{1-t^2}{1+t^2} = -1$
$(1+t)^2 > 0$ при любых t
$8t \pm (1-t^2) = -1-t^2$
1) Если $\sin(2\beta) = \frac{1}{\sqrt{17}}$ (+)
$8t + (1-t^2) = -1-t^2$, отсюда корень
$t = -\frac{1}{4}$
2) Если $\sin(2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$
$8t - (1-t^2) = -1-t^2$
$t(8+2t) = 0$, отсюда корни $t = 0$ и
$t = -4$. Других корней нет.

Итого получаем 3 возможных корня знач $tg(\alpha)$

Ответ: $tg(\alpha) = 0; -4; -\frac{1}{4}$

№5

Посчитаем значение в простых числах:

$f(3)=0$; $f(5)$, $f(7)=1$; $f(11)=2$; $f(13)=3$;

$f(17)$, $f(19)=4$; $f(23)=5$

Зная эти значения и соотношения

$f(ab) = f(a + f(b))$

Можем посчитать значение во всех натуральных числах

$f = 0$ в 4; 6; 8; 9; 12; 16; 18; 24; 27.

$f = 1$ в 10; 14; 15; 20; 21.

$f = 3$ в 26

Итого, на отрезке от 3 до 27 f принимает значение „0" 10 раз; „1" 7 раз, „2" 3 раза, „3" 2 раза, „4" 2 раза, „5" 1 раз.

Заметим, что $f\left(\frac{x}{y}\right) + f(y) = f(x)$, то есть $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x - f(y))$.

Разобьем тогда все пары на $(x; y)$ и $(y; x)$ - из них либо для обоих x $f=0$, либо ровно для 1 f принимает отрицательное значение.

Значит, нам нужно вычесть из общего количества пар, для которых $f(x) = f(y)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

и оставшееся количество поделить на 2 - это будет искомое количество пар. Получаем:

$$\frac{(25\cdot 24-10\cdot 9-7\cdot 6-3\cdot 2-2\cdot 1-2\cdot 1)}{2}=$$

$$=\frac{(600-90-42-10)}{2}=229$$

Ответ: 229

№6 $\frac{4x-3}{2x-2}\geq ax+b\geq 8x^2-34x+30$

~~$-34x$~~ ~~П~~ $8x^2-34x+30$ - парабола с ветвями вверх. На границах заданного полуинтервала $(1;3]$. Она проходит через точки $a(1;4)$ и $b(3;0)$.

Прямая, которая соединяет точки a и b ~~для~~ имеет уравнение $-2x+6$

Для того чтобы условие задачи выполнялось, необходимо, чтобы прямая $ax+b$ была не ниже чем $-2x+6$ на заданном интервале. То есть, прямая $ax+b$ будет пересекать границы полуинтервала $y=14$

$y=3$ в точках, которые лежат ниже точек a и b соответственно.

Проверим, что левая часть неравенства выполняется для прямой $-2x+6$:

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geq -2x+6$$

$2x-2>0$ при $x>1$, домножим для него без смены знака.

$$4x-3 \geq (-2x+6)(2x-2).$$

$$4x-3 \geq -4x^2+16x-12$$

$$\cancel{4x^2}.$$

$$(2x-3)^2 \geq 0$$

Это верное неравенство, оно обращает в равенство в одной точке. $x=\frac{3}{2}$. $\Rightarrow$ прямая $-2x+6$ является касательной в функции в левой части уравнения.

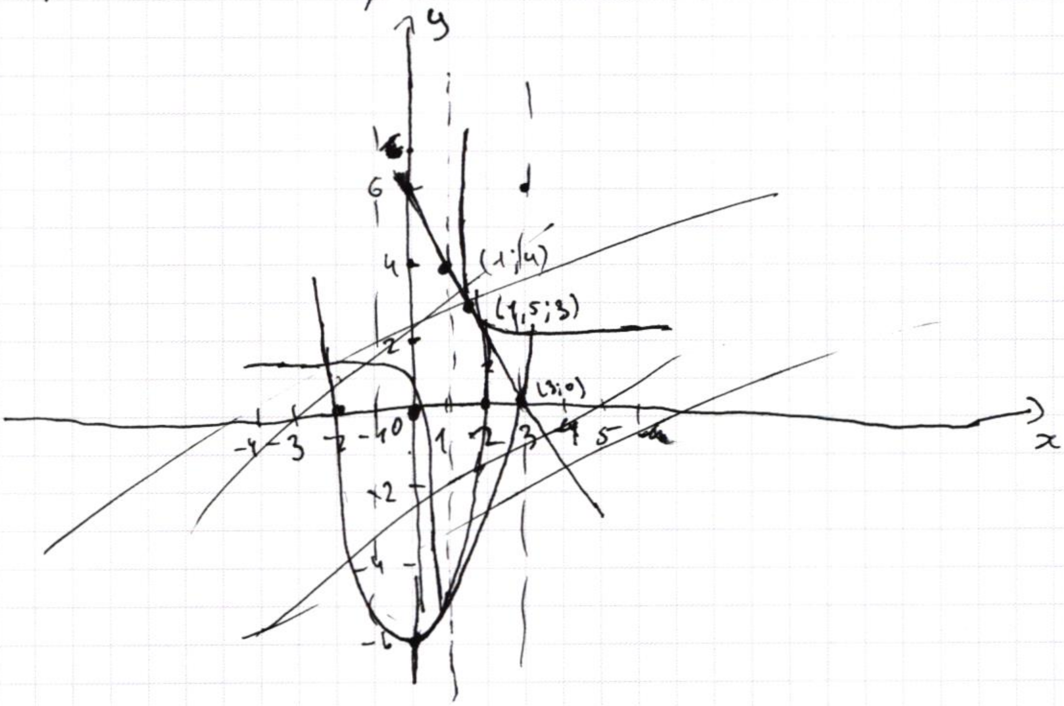
Таким образом, если какая-то другая прямая, которая будет пересекать границы полуинтервала $y=1$ и $y=3$ в точках, которые лежат выше точек a и b соответственно, то она перестанет быть касательной и начнет пересекать функцию в левой части неравенства в более чем 1 точке. Тогда левая часть неравенства не будет выполнена для всех точек ~~на~~ полуинтервала $x \in [1; 3]$.

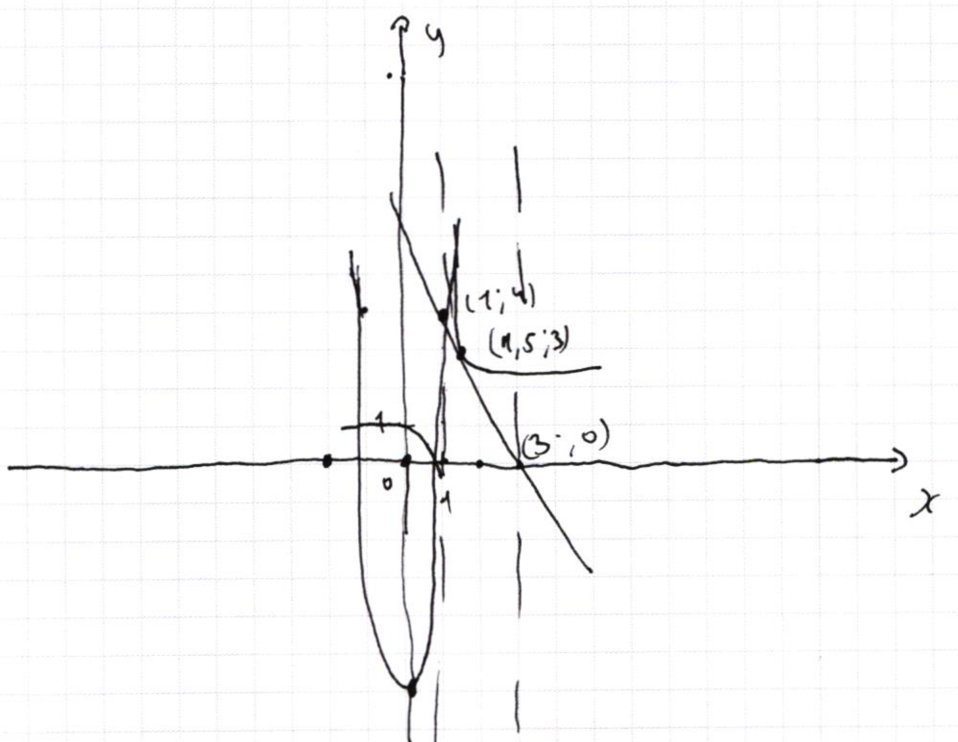
Следовательно, прямая $ax+b$ может пересекать границы интервала $y=1$ и $y=3$ только в точках a, b Следовательно, существует только

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

одна такая прямая $-2x+6$.

~~Ответ: $a=-2$; $b=6$~~





Ответ: $a=-2$; $b=6$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(3) $3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$3^{\log_4 x(x+6)} + 6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - x^2$

$D = 34 \cdot 34 = 136 + 1020 = 1156 - 1200$

$40 \cdot 30 = 1200$

$3^{\log_4 x(x+6)} \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2 - 6x$

$(x^2+6x)^{\log_4 5} - (x^2+6x)$

$3^{\log_4 x(x^2+6x)} \geq (x^2+6x)\left((x^2+6x)^{\log_4 5} - 1\right)$

Пусть $x^2+6x = t$, $t \geq 0$

$3^{\log_4 t} \geq t\,(t^{\log_4 5} - 1)$

$3^{\log_4 t} \geq t\,(t^{\log_4 5} - 1)$

$3^{\log_4 t} - t^{\log_4 25} + t \geq 0$

x^t

$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b \geq 8x^2-34x+30$ если $2x-2>0$

$4x-3 \geq (ax+b)(2x-2) \geq 8x^2-34x+30$

$ax+b$

$4x-3 \geq (ax+b)(2x-2) \geq$

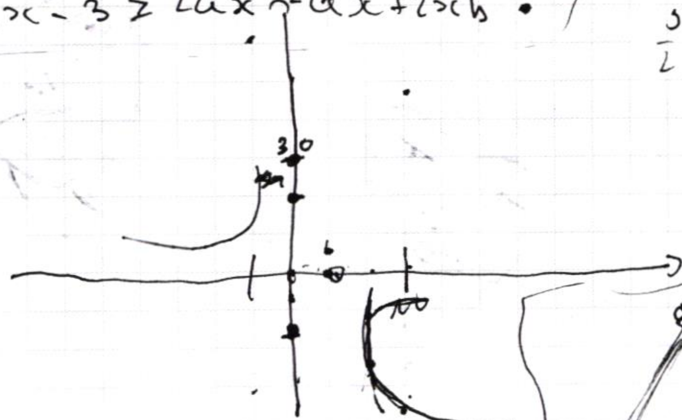
$(2ax+b)(2x-2) \geq 8x^2-34x+30$

$4x-3 \geq 2ax^2 - ax + 2xb$

$8x^2-34x+30 = \frac{4x-3}{2x-2}$

$16x^3 - 16x^2 - 68x^2 + 68x + 60x - 60$

$\frac{5}{2}$ -1 -4 $\frac{9}{4}$



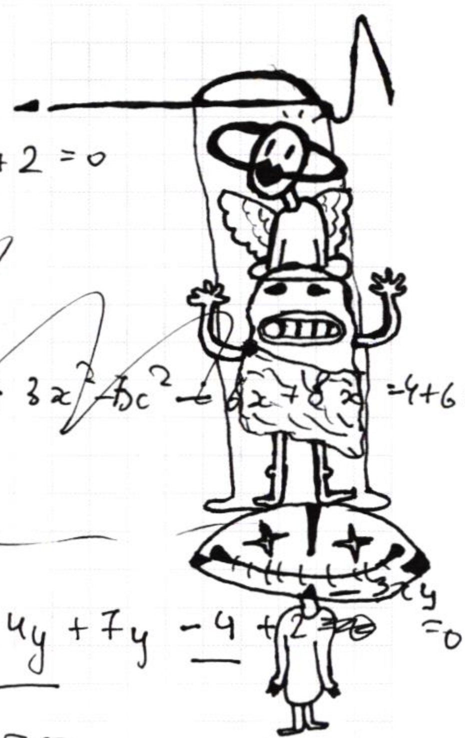
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$3y^2 - 4x^2 = 3xy - 2x - 3y + 2$

$3y^2 - 3xy + 3y - 4x^2 + 2x + 2 = 0$

$3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y - 4 = 0$



$3y^2 - 3xy - 4y + 7y + 3x^2 - 7x^2 - 6x + 8x = 4 + 6 = 0$

$3y^2 + 3x^2$

$3y^2 - 4x^2 = 3xy + 2x + 3y + 2 = 0$

$3y^2 + 3x^2 - 7x^2 - 6x + 8x - 4y + 7y - 4 + 2 - 3xy = 0$

$-7x^2 + 8x + 7y + 2 - 3xy = 0$

$7x^2 - 8x - 4y + 3xy - 2 = 0$

$\sin(2a + 2p) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$;

$t^{\log_4 5} - 3^{\log_4 t} - |t| \le 0$

$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \ge |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$3^{\log_4(x^2+6x)} \ge |x^2+6x|^{\log_4 5} - 6x - x^2$

$3^{\log_4(x^2+6x)} \ge |x^2+6x|^{\log_4 5} - (x^2+6x)$

$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \ge |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$3^{\log_4(x^2+6x)} \ge |x^2+6x|^{\log_4 5} - (x^2+6x)$

$3^{\log_4 t} \ge |t|^{\log_4 5} - |t|$

$t^{\log_4 5} - 3^{\log_4 t} - |t| \ge 0$

$\frac{1}{3}\log_4 t - 1$ Пусть $x^2 + 6x = t$, тогда

$3^{\log_4 t} \ge |t|^{\log_4 5} - t$

$t^{\log_4 5 - 1}$ $t^{\log_4 5 - 1} - 1$

$3^{\log_4 t} \ge t^{\log_4 5} - t$

$3^{\log_4 t} \ge t \cdot (t^{\log_4 5 - 1} - 1)$

$\cancel{\log_4 5 - 1 \ge 0}$

$\frac{3^{\log_4 t}}{t^3}$

1

2) Если $\sin(2p) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$8t - (1 - t^2) = -1 - t^2$

$t(8 + 2t) = 0$

отсюда корни $t = 0$ и $t = -4$. Других корней нет. И того получаем

3 воз-х зн-я $tg(\alpha)$

Ответ: $tg(\alpha) = 0; -4; -\frac{1}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

③ $3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$3^{\log_4(x^2+6x)} + (x^2+6x) \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}$

Пусть $t = (x^2+6x)$, ~~когда~~; из $3^{\log_4(x^2+6x)}$, $t>0$

~~$3^{\log_4(x^2+6x)}$~~

$3^{\log_4 t} + 4^{\log_4 t} \geq 5^{\log_4 t}$

~~(Правую часть преобразуем по свойству $a^{\log_b t} = t^{\log_b a}$)~~

Поделим всё на $5^{\log_4 t}$

$\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4 t} + \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4 t} \geq 1$

Заметим, что $\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4 t} + \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_a t}$

уменьшается при увеличении t, т.к

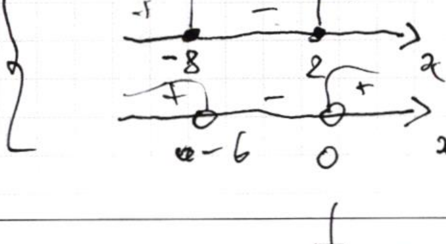
~~т. увеличивается~~ $\uparrow t \Rightarrow \log_4 t \uparrow \Rightarrow$ т.к. $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{5} < 1$,

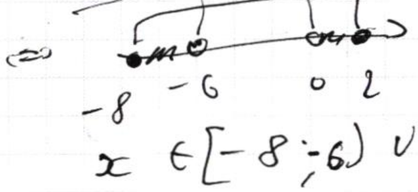
$\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4 t}$ и $\left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4 t} \downarrow$

т.к при $t = 16$, $\log_4 t = 2$ есть равенство

при $t \leq 16$ и только при них неравенство выполняется.

$$\begin{cases} x^2+6x \leq 16 \\ x^2+6x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+8)(x-2) \leq 0 \\ x(x+6) > 0 \end{cases}$$





10:20

$x \in [-8;-6) \cup (0;2]$

② $\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$ возведем в квадрат $3y \geq 2x$ (*)

$\begin{cases} \cancel{3y \geq 2x\ (*)} \\ \ \end{cases}$

$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$

$9y^2-15xy+4x^2+2x+3y-2=0$

$(3y-2x)^2=(x-1)(3y-2)$

$y=\frac{x+1}{3}$; $y=\frac{4x-2}{3}$

Подставим во второе ур-е

~~подставим~~ 1) $y=\frac{x+1}{3}$

$3x^2+\frac{x^2+2x+1}{3}-6x-\frac{4x+4}{3}=4$

$9x^2+x^2+2x+1-18x-4x-4=12$

$10x^2-20x-15=0$

$2x^2-4x-3=0$

$D=16+24=40$

$x_{1,2}=\frac{4\pm2\sqrt{40}}{4}=1\pm\sqrt{\frac{5}{2}}$

$\left[\begin{array}{l} x=1-\sqrt{\frac{5}{2}};\quad y=\frac{2-\sqrt{\frac{5}{2}}}{3} \\ x=1+\sqrt{\frac{5}{2}};\quad y=\frac{2+\sqrt{\frac{5}{2}}}{3} \end{array}\right.$; не подходит по(*)

2) $y=\frac{4x-2}{3}$

$3x^2+\frac{(4x-2)^2}{3}-6x-\frac{4(4x-2)}{3}=4$

$9x^2+16x^2-16x+4-18x-16x+8=12$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$25x^2 - 50x = 0$

$x(25x-50)=0$; $x = 0$; 2

$\left[\begin{array}{l} x=0;\ y=\frac{1}{3} \text{ — не подходит по (*)} \\ x=2;\ y=2 \end{array}\right.$

Ответ: $\{2;2\}$; $\left\{1-\sqrt{\frac{5}{2}};\ \frac{\frac{2}{3}-\sqrt{\frac{5}{2}}}{3}\right\}$

(3) Посчитаем зн-е в прост-х числах:

$f(3)=0$; $f(5)$; $f(7)=1$;

$f(11)=2$; $f(13)=3$; $f(17)$; $f(19)=4$; $f(23)=5$

Зная эти знач-я и соотн-е $f(ab)=f(a)+f(b)$ можем посчитать зн-я во всех натурал-х числах:

$f=0$ в $4; 6; 8; 9; 12; 16; 18; 24; 27$;

$f=1$ в $10; 14; 15; 20; 21$;

$f=3$ в 26;

Итого, на отрезке от 3 до 27 f принимает значение „0" 10 раз, „1" 7 раз, „2" 3 раза, „3" 2 раза; „4" 2 раза; „5" 1 раз

Заметим, что $f\left(\frac{x}{y}\right)+f(y)=f(x)$, то есть $f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)-f(y)$.

Разобьём тогда все пары на $(x;y)$ и $(y;x)$ — из них либо для обеих $f=0$, либо ровно для 1 f принимает отриц-е зн-е.

Значит, нам нужно вычесть из общего кол-ва пар, для которых $f(x)=f(y)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

И оставшееся кол-во поделить на 2 - это и будет искомое кол-во пар.

Получаем $\dfrac{(25\cdot 24 - 10\cdot 9 - 7\cdot 6 - 3\cdot 2 - 2\cdot 1 - 2\cdot 1)}{2} =$

$= \dfrac{(600 - 90 - 42 - 10)}{2} = 229$

Ответ: 229

① $\cancel{\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}}$

$\cancel{\sin(2\alpha + 4\beta) = \sin(2\alpha) = -\frac{8}{17}}$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} \\ \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin(2\alpha) = -\frac{8}{17} \end{cases}$$

Преобразуем нижнее ур-е

$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin(2\alpha) = 2\sin\left(\frac{4\alpha + 4\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{4\beta}{2}\right) = 2\sin(2\alpha + 2\beta)\cos(2\beta) =$
$= -\frac{8}{17}$

Подставим в-ее ур-е Получим

$\cos(2\beta) = \frac{4}{\sqrt{17}}$

тогда $\sin(2\beta) = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

рассмотрим 1 ур-е: $\sin(2\alpha + 2\beta) = \sin(2\alpha)\cos(2\beta) + \cos(2\alpha)\sin(2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha)\frac{4}{\sqrt{17}} \pm \frac{1}{\sqrt{17}}\cos(2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin(2\alpha) \pm \cos(2\alpha) = -1$

применим ун-ю тригон-ю подст-ку

Пусть $t = tg(\alpha)$

$4\frac{2t}{1+t^2} \pm \frac{1-t^2}{1+t^2} = -1$

$(1+t^2) > 0$ при любых t

$8t \pm (1-t^2) = -1-t^2$

1). Если $\sin(2\beta) = +\frac{1}{\sqrt{17}}$ (знак +)

$8t + (1-t^2) = -1-t^2$

Отсюда корень $t = -\frac{1}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)