МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~N3. $x^2+6x=4^t$~~

~~тогда преобразуя, получим:~~

~~$3^t+4^t \geq 5^t$~~

~~поделим на $5^t>0$, получим:~~

~~$\left(\frac{3}{5}\right)^t+\left(\frac{4}{5}\right)^t \geq 1$~~

~~слева функция монотонно убывает, а справа константа $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow$ максимум одно пересечение~~

~~При $t=2$ происходит равенство от куда следует~~

~~$t \leq 2$~~

~~получим неравенство $x^2+6x\leq 16 \Leftrightarrow x\in[-8;2]$~~

~~в силу ОДЗ $x^2+6x>0 \Leftrightarrow x<-6$ или $x>0$~~

~~пересекаем, получаем ответ~~

~~Ответ: $[-8;-6)\cup(0;2]$~~

N5 Определим значение в простых числах:

$f(3)=0$; $f(5)$, $f(7)=1$; $f(11)=2$; $f(13)=3$; $f(17)$, $f(19)=$
$=4$; $f(23)=5$

Имея эти данные, а также соотношения $f(ab)=f(a)+f(b)$ можем посчитать значение во всех натуральных числах:

$f=0$ в $\cancel{2}$, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27

$f=1$ в 10, 14, 16, 20, 21

$f=2$ в 22, 25

$f=3$ в 26,

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Таким образом на отрезке от 3 до 27 f 10 раз принимает значение 0, 7 раз значение 1, 3 раза значение 2, 2 раза значение 3, 2 раза значение 4, а также 1 раз значение 5

Отметим, что $f(\frac{x}{y})+f(y)=f(x)$ т.е

$$f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$$

все пары разобьем на (x,y) и (y,x)

из этих пар либо для обоих значений $f=0$ либо для одного их значений f — отрицательное. Тогда необходимо вычесть из общего количества пар (x,y) то количество пар для которых выполняется условие $f(x)=f(y)$, а оставшееся количество поделить на 2. В итоге имеем ~~$(24\cdot23-10\cdot9-7\cdot6-3\cdot2-2\cdot1-2\cdot1):2=(552-90-42-10):2=$~~ ~~$=205$ — искомое количество пар~~ $(25\cdot24-10\cdot9-7\cdot6-3\cdot2-2\cdot1-2\cdot1):2=(600-90-42-10):2=$ $=229$ — искомое количество пар

Ответ: ~~205~~ 229

№3

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geq|x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$$

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+(x^2+6x)\geq|x^2+6x|^{\log_4 5}$$

Пусть $t=x^2+6x$; из $3^{\log_4(x^2+6x)}\Rightarrow t>0$

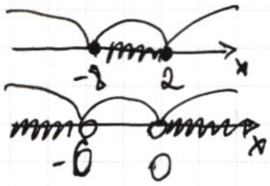
$$3^{\log_4 t}+4^{\log_4 t}\geq5^{\log_4 t}$$

преобразуем правую часть по свойству $a^{\log_b t}=t^{\log_b a}$, а также поделим все неравенство на $5^{\log_4 t}$, тогда получим $(\frac{3}{5})^{\log_4 t}+(\frac{4}{5})^{\log_4 t}\geq1$

Отметим, что $\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4 t} + \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4 t}$ убывает при возрастании t. Поскольку, если t возрастает то и $\log_4 t$ тоже возрастает $\Rightarrow$ так как $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{5}$ меньше 1 $\Rightarrow$ $\left(\frac{3}{5}\right)^{\log_4 t}$ и $\left(\frac{4}{5}\right)^{\log_4 t}$ убывает

поскольку при $t=16$ $\log_4 t = 2$ то есть равенство $\Rightarrow$ ~~log~~ при $t \leq 16$ только при этом значении неравенство выполняется

тогда: $\begin{cases} x^2+6x \leq 16 \\ x^2+6x > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (x+8)\cdot(x-2) \leq 0 \\ x(x+6) > 0 \end{cases}$



$\Rightarrow x \in [-8;-6) \cup (0;2]$

№1

из второго следует: $2\sin(2\alpha+2\beta)\cos(2\beta) = -\frac{8}{17}$

тогда подставим первое тождество и видим:

$\cos(2\cdot\beta) = \frac{4}{\sqrt{17}}$

значит из основного тригонометр-го тождества следует

$\sin(2\cdot\beta) = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

раскроем первое тождество по синусу суммы:

$\sin 2\alpha \cdot \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

подставим в данное равенство $\sin(2\beta) = \pm\frac{3}{\sqrt{17}}$ и домножим на $\sqrt{17}$

$4\sin 2\alpha \pm \cos 2\alpha = -1$

$\sin 2a = \frac{2\sin a \cdot \cos a}{(\cos a)^2+(\sin a)^2} = \frac{2\,tg a}{1+(tg a)^2}$;

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 2a = \frac{(\cos a)^2 - (\sin a)^2}{(\cos a)^2 + (\sin a)^2} = \frac{1 - tg\,a^2}{1 + tg\,a^2}$$

подставим: $\frac{8 tg a}{1+tg^2 a} \pm \left(\frac{1-tg^2 a}{1+tg^2 a}\right) = -1$

$16 tg a \pm 3(1 - tg^2 a) = -1 - tg^2 a$

если бы $\sin 2\beta$ принимал лишь одно значение („+" или „-")

то ~~tg~~ тангенс мог бы принять максимум 2 значения, но по условию нужно минимум 3 $\Rightarrow$

синус может равняться сразу двум тогда решив два квадратных уравнения с тангенсами, получим:

$tg a = -\frac{1}{4}$; $tg a = 0$; $tg a = -4$

Ответ: $tg a = 0; -4; -\frac{1}{4}$

№2 $\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$

возведем в квадрат первое равенство

$9y^2 - 12xy + 4x^2 = xy - 2x - 3y + 2$

$9y^2 - 15xy + 4x^2 + 2x + 3y - 2 = 0$

$(3y - 2x)^2 = (x-1)\cdot(3y-2)$

$y = \frac{x+1}{3}$; $y = \frac{4x-2}{3}$

полученные значения подставим во второе равенство

1. $y = \frac{x+1}{3}$

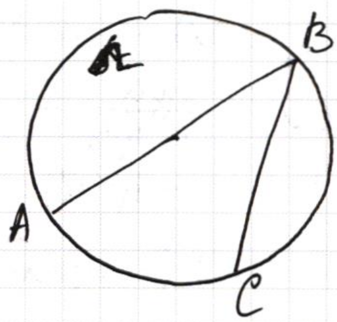
$3x^2 + \cancel{\frac{x^2+2x}{2x}} \frac{x^2+2x+1}{3} - 6x - \frac{4x+4}{3} = 4$

$9x^2 + x^2 + 2x + 1 - 18x - 4x - 4 = 12$

$\angle AFI = 90^\circ - \angle AIF = 90^\circ - \arccos\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right) = \arcsin\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)$

$$S_{AFE} = \frac{FI^2 \cdot \sin\angle AFI \cdot \cos\angle AFI}{2} = \frac{\left(2\cdot\frac{39}{8}\right)^2 \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}}}{2} =$$

$$= \frac{\frac{9\cdot 13^2}{16}\cdot\frac{3\cdot 2}{13}}{2} = \frac{27\cdot 13}{16} = \frac{351}{16}.$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$10x^2-20x-15=0$

$2x^2-4x-3=0$

$D=16+24=40$

$x=\frac{4\pm2\sqrt{10}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{\frac{5}{2}}}{}$

$\begin{cases} x=1-\sqrt{\frac{5}{2}}\ ;\ y=\frac{2-\sqrt{\frac{5}{2}}}{3} \\ x=1+\sqrt{\frac{5}{2}}\ ;\ y=\frac{2+\sqrt{\frac{5}{2}}}{3} \end{cases}$ – не подходит по условию

$3y \geq 2x$

2. ~~y=~~ $y=\frac{4x-2}{3}$

$3x^2+\frac{(4x-2)^2}{3}-6x-\frac{4(4x-2)}{3}=4$

$9x^2+16x^2-16x+4-18x-16x+8=12$

$25x^2-50x=0$

$x(25x-50)=0$

$x=0;2$

$\begin{cases} x=0\ ;\ y=\frac{1}{3} \text{ – не подходит по усл-ию при } y \geq 2x \\ x=2\ ;\ y=2 \end{cases}$

Ответ: $\{(2;2);(1-\sqrt{\frac{5}{2}}\ ;\ \frac{2}{3}-\frac{\sqrt{\frac{5}{2}}}{3})\}$

N6 Необходимо найти прямые, которые на данном полуинтервале находятся над ~~про~~ параболой. Значит полученный отрезок в силу выпуклости параболы должен находиться выше отрезка, который соединяет точки в которых прямые $x=1$ и $x=3$ пересекают параболу.

Подставляя в уравнение, получаем точки $y=4$, $y=0$

Найдем уравнение этой прямой, подставив в $y=kx+b$ наши точки вычитая $k=-2$, подставим $b=6$

Значит все отрезки находятся над ним на уровне отрезка $y=-2x+6$ в нашем полуинтервале. Но заметим, что на данном отрезке гипербола всегда выше или на уровне прямой $y=-2x+6$.

Действительно, $\frac{4x-3}{2x-2} \le \cancel{0}-2x+6$

$\frac{(3-2x)^2}{x-1} \le 0$

что ~~вр~~ всегда верно на нашем отрезке

Значит нельзя взять отрезок выше прямой $y=-2x+6$ поскольку тогда такой отрезок будет находится выше касательной гиперболы и будет ее пересекать. Значит $a=-2$; $b=6$ — единственный вариант.

Ответ: $a=-2$; $b=6$

№4 Пусть F — гомотетия такая что $\frac{F}{\omega} \to \omega$

$F(A)=A \Rightarrow F(O_1)=O_2$, $F(D)=E \Rightarrow$

O_2 ~~E~~ ~~E~~ $\perp BC$ т.к $O_1D \perp BC$, т.к BC - касательная $\Rightarrow$

O_2 - лежит на $EF \Rightarrow EF$ - диаметр, $O_2F=O_2A=O_2E=$
$=O_2B$, ~~угол~~ $\angle FAE$, $\angle ACB$, $\angle AEB$ - прямые $\Rightarrow$

$AC \parallel FE \Rightarrow O_2G$ - средняя линия $\Delta BAC \Rightarrow$

$CG=GB=\frac{1}{2}BC=\frac{9}{2} \Rightarrow BG=2$

~~B~~ EG - высота в прямоуг. Δ-ке $BEB \Rightarrow EG=\sqrt{BG \cdot GB}=$
$=3 \Rightarrow BE=\sqrt{13}$

$\Delta ACD \sim \Delta EGI$

$AC=\frac{IG \cdot IG}{GI}=\frac{15}{4}$

$\Delta BAC \sim \Delta BO_1D \Rightarrow O_1D=\frac{AC \cdot BD}{B\cancel{B}C}=\cancel{\frac{4}{18}} \quad \frac{\frac{15}{4}\cdot\frac{13}{2}}{9}=\frac{65}{24}$

~~ΔBCA~~ $\Delta BAC \sim \Delta BO_2G \Rightarrow O_2I=GI+O_2G=GI+\frac{AC}{2}=$
$=3+\frac{15}{8}=\frac{39}{8}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}} \quad |:\cos 2\beta$

$\sin 2\alpha + \cos 2\alpha \, tg 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\sin\alpha\cos\alpha + (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\, tg 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\cancel{2\sin\alpha\cos + \cos^2\alpha\, tg 2\beta - \sin^2\alpha\, tg 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}}$

$40 \,|\, 2$, $20 \,|\, 2$, $10 \,|\, 2$, $5 \,|\, 5$, 1

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$10x^2 - 20x - 15 = 0$

$2x^2 - 4x - 3 = 0$

$D = 16 + 4\cdot 2\cdot 3 = 16 + 24 = 40 = 2\sqrt{10}$

$\sin 2\beta = 2\sin\beta\cos\beta$

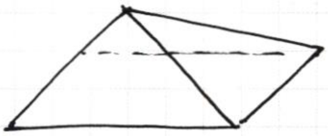
$\sin 4\beta = 2\sin 2\beta\cos 2\beta$

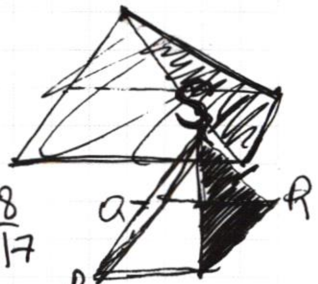
$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\cancel{\sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 2\alpha}$

$\cancel{\sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 2\beta \cos}$

$\underline{\sin 2\alpha \cos 4\beta} + \cos 2\alpha \sin 4\beta + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$





$\sin 2\alpha(\cos 4\beta + 1) + \cos 2\alpha \; 2\sin 2\beta \cos 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha\, (\cos 4\beta + 1 + 1) + \cos 2\alpha\, 2\sin 2\beta \cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

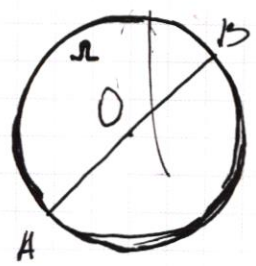
$\cancel{\sin 2\alpha\,(\cos 4\beta + 2 + \cos 2\alpha 2}$

$\sin 2\alpha\,(\cos 4\beta + 2) + \cos 2\alpha\; 2\sin 2\beta \cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

$\cancel{\sin 2\alpha \cos 4\beta + 2\sin 2\alpha + \cos 2\alpha\; 2\sin 2\beta\cos 2\beta = -\frac{8}{17}}$

$\sin 2\alpha\,(\cos 4\beta + 2) + \cos 2\alpha \cdot 4\sin\beta\cos\beta\cos 2\beta = -\frac{8}{17}$

N4.



$2x = 2$, $x = 1$

$4x = 3$, $x = \frac{3}{4}$

$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax + b \geq 8x^2 - 34x + 30 \quad |:2$

$16 \times 15 = 80 + 160 = 240$

$4x^2 - 17x + 15 = 0$

$D = 289 - 4\cdot 4\cdot 15 = 289 - 240 = 49 = 7^2$

$x_{1,2} = \frac{17 \pm 7}{8}$, $\frac{24}{8} = 3$, $\frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

$(x - \frac{5}{4})(x - 3)$

$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax + b \geq (x-3)(x - \frac{5}{4})$

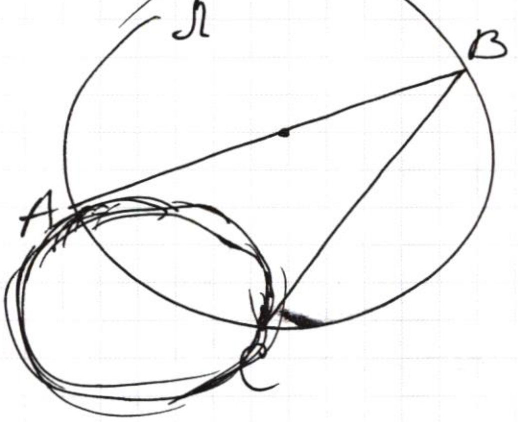
$(x - \frac{5}{4})(x -$

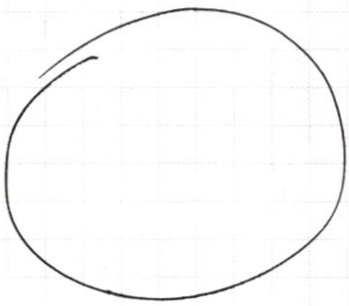
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)





☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

МФТИ

черновик

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$\left[\begin{array}{l} \cancel{3^{\log_4 x(x+6)} + 6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - x^2} \\ \cancel{3^{\log_4 x(x+6)} + 6x \geq (-(x^2+6x))^{\log_4 5} - x^2} \end{array}\right.$

~~Пусть $x^2+6x=t$~~

$\cancel{3^{\log_4 t} + 6}$

$3^{\log_4(x^2+6x)} + (6x+x^2) \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}$

Пусть $6x+x^2=t$

$3^{\log_4 t} + t \geq |t|^{\log_4 5}$

$\left[\begin{array}{l} 3^{\log_4 t} + t \geq t^{\log_4 5} \\ 3^{\log_4 t} + t \geq -t^{\log_4 5} \end{array}\right.$

$\cancel{3^{\log_4 t} \geq t^{\log_4 5}}$

$\left[\begin{array}{l} \cancel{3^{\log_4 t} \geq t^{\log_4 5} - t} \\ \cancel{3^{\log_4 t} \geq -t^{\log_4 t}} \end{array}\right.$

$3^{\log_4 t} \cancel{+ 3^{\log_3 t} \geq 3^{\log_3 t^{\log_4 5}}}$

$t^{\log_t 3^{\log_4 t}}$

$x^2+6x>0$

~~Дальше выполн-ся~~ усл-е:

$\begin{cases} x^2+6x>0 \\ x>0 \end{cases}$

$\begin{cases} x(x+6)>0 \\ x>0 \end{cases}$

$\begin{cases} x+6>0 \\ x>0 \end{cases}$

$\begin{cases} x>-6 \\ x>0 \end{cases}$

$x^2+6x=4^t$

$3^t+4^t \geq 5^t$

$\left(\frac{3}{5}\right)^t + \left(\frac{4}{5}\right)^t \geq 1$

$t=2 \quad t \leq 2$

N3

$x^2+6x \leq 16$

$x \in [-8;2]$

$x<-6$

$x>0$

$3^2 \; 4^2 \; 5^2$

$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} & (1) \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 & (2) \end{cases}$

$3xy-2x-3y+2 \geq 0$

$x(3y-2)-(3y-2) \geq 0$

$(3y-2)(x-1) \geq 0$

$3y-2 \geq 0 \quad x-1 \geq 0$

$3y \geq 2 \quad x \geq 1$

$y \geq \frac{2}{3}$

$\begin{cases} \cancel{3y-2x=\sqrt{(y-\frac{2}{3})(x-1)}} \\ \cancel{3x(x-2)} - y \end{cases}$

(1) $3y-2x=\sqrt{(x-1)(y-\frac{2}{3})}$

$\cancel{(3y-2x)^2 = (x-1)(y-\frac{2}{3})}$

$\cancel{9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x}-3y+2$

$\cancel{9y^2-15xy+4x^2+2x+3y-2}=0$

N3

$x \in [-8;-6) \cup (0;2]$

$a^2+2ab+b^2$

$x^2+6x=4^t \; ; \; 3^t$

$3^t+4^t \geq 5^t \quad \left(\frac{3}{5}\right)^t + \left(\frac{4}{5}\right)^t \geq 5$

$[-8;-6) \cup$

$[-8;-6) \cup (0;2]$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)