МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам
$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$
Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство
$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство
$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$
выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = 2\sin\frac{4\alpha+4\beta}{2}\cdot\cos\frac{4\beta}{2} = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cancel{\cos}$
$\cdot\cos(2\beta)$

Получаем систему:

$$\begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)=\frac{-1}{\sqrt{17}};\\ 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta=\frac{-8}{17},\end{cases}$$

Откуда $\cos 2\beta = \frac{-4}{17\sin(2\alpha+2\beta)} = \frac{-4\cdot\sqrt{17}}{17\cdot(-1)} = \frac{4}{\sqrt{17}}$

Тогда $\sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$.

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = \frac{-1}{\sqrt{17}}$

$$\left[\begin{array}{l}\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}+\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\alpha = \frac{-1}{\sqrt{17}}\\ \sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}-\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\alpha = \frac{-1}{\sqrt{17}}\end{array}\right.$$
— в зависимости от знака $\sin 2\beta$

В первом случае: $4\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=-1$

$4\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+1=0$

$8\sin\alpha\cos\alpha+2\cos^2\alpha=0 \quad | : \cos^2\alpha$ ($\cos\alpha\neq 0$ т.к. $tg\alpha$ определен)

$8 tg\alpha = -2$

$tg\alpha = -\frac{1}{4}$

Во втором случае: $4\sin 2\alpha-\cos 2\alpha=-1$

$8\sin\alpha\cos\alpha-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha+1=0$

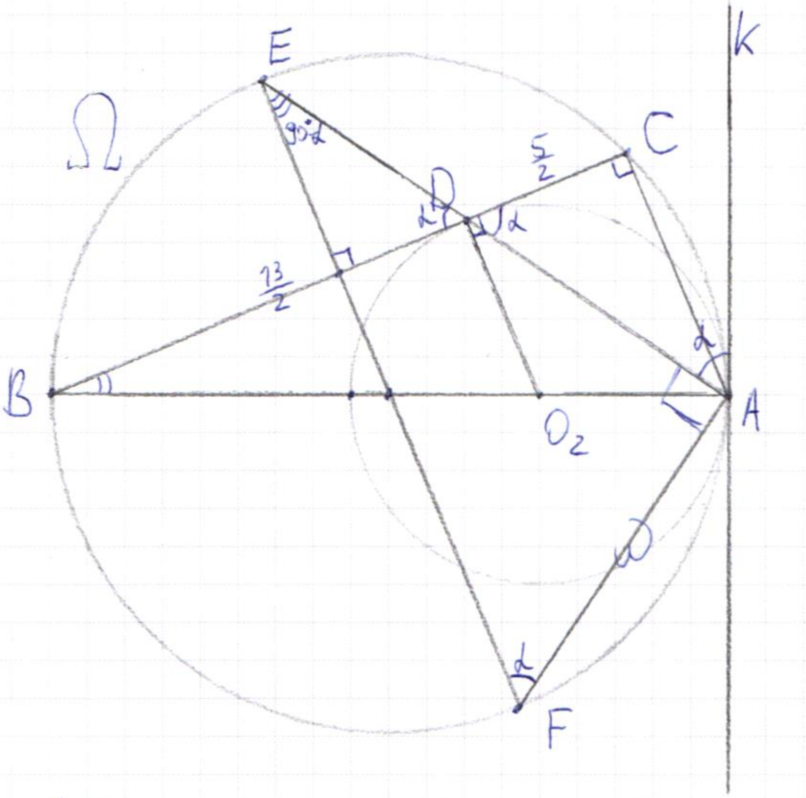
$8\sin\alpha\cos\alpha + 2\sin^2\alpha = 0$

Откуда получаем

$$\left[\begin{array}{l}\sin\alpha=0\\ 8\cos\alpha+2\sin\alpha=0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\operatorname{tg}\alpha=0\\ \operatorname{tg}\alpha=-4\end{array}\right.$$

Ответ: $-\frac{1}{4}$; -4 и 0.

№4



Пусть K – общая касательная (в т. A) к обеим окружностям. Пусть R – радиус Ω, r – радиус ω. Пусть $\angle AFE=\alpha$. Пусть O_2 – центр ω.

Т.к. AB – диаметр, $\angle BCA=90°$.

Т.к. BC касается ω в точке D, $\angle O_2DC=90°$

Треугольники BDO_2 и BCA подобны по двум углам ($\angle B$ – общий)

$$\frac{BD}{BO_2}=\frac{BC}{AB} \text{ т.е. } \frac{13}{2(2R-r)}=\frac{18}{2\cdot 2R}, \text{ откуда}$$

$$36R-18r=26R$$

$$R=\frac{9}{5}r.$$

Также, по св-ву касательной и секущей, $BD^2=(2R-2r)2R$

$$BD^2=\left(\frac{18}{5}r-2r\right)\frac{18}{5}r=\frac{18\cdot 8r^2}{25}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{169}{4} = \frac{18 \cdot 8 r^2}{25}$$

$$r^2 = \frac{169 \cdot 25}{9 \cdot 64}$$

$$r = \frac{13 \cdot 5}{3 \cdot 8} = \frac{65}{24} \Rightarrow R = \frac{39}{8}$$

$\angle AFE = \alpha = \frac{1}{2} \smile AE$

Значит, т.к. k – общая касательная, угол между k и AE также равен α.

Т.к. BC – касательная к ω, то $\angle CDA = \frac{1}{2} \smile AD = \alpha$

$\angle AEF = 90° - \angle EDB = 90° - \alpha \Rightarrow \angle EAF = 90°$

По теореме синусов, $\frac{AE}{\sin\alpha} = 2R = \frac{AF}{\sin(90°-\alpha)} = \frac{AF}{\cos\alpha}$

Также из подобия ΔBOO_2 и ΔBCA имеем $\frac{2AC}{18} = \frac{2R}{13}$, откуда $AC = \frac{18r}{13} = \frac{15}{4}$

$(\alpha = \operatorname{arctg}\frac{3}{2})$

$tg \angle CDA = tg\,\alpha = \frac{15 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{3}{2} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$; $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$

$$AE = 2R\sin\alpha = 2 \cdot \frac{39}{8} \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\cdot\sqrt{13}\cdot 3}{4} = \frac{9\sqrt{13}}{4}$$

$$AF = 2R\cos\alpha = 2 \cdot \frac{39}{8} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{3\cdot\sqrt{13}}{2}$$

$$S_{AFE} = \frac{1}{2} AE \cdot AF = \frac{1}{2} \cdot \frac{9 \cdot 3 \cdot 13}{8} = \frac{27 \cdot 13}{16} = \frac{351}{16}$$

Ответ: радиусы равны $\frac{39}{8}$ и $\frac{65}{24}$; $\angle AFE = \operatorname{arctg}\frac{3}{2}$; $S_\Delta = \frac{351}{16}$.

№ 2

Перепишем систему как $\begin{cases} (3y-2)-2(x-1)=\sqrt{(3y-2)(x-1)} \\ 9x^2+9y^2-18x-\cancel{9y}\,12y=12 \end{cases}$

Имеем $\begin{cases} (3y-2)-2(x-1)=\sqrt{(3y-2)(x-1)} \\ 9(x-1)^2+(3y-2)^2=25 \end{cases}$ ОДЗ: $x \geq 1$, $y \geq \frac{2}{3}$

Заменим $\sqrt{x-1}$ на a, $\sqrt{3y-2}$ на b.

$\begin{cases} a^2-2b^2=ab \\ 9a^4+b^4=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)(a+b)=b(a+b) \\ 9a^4+b^4=25 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a+b=0 \\ a=2b \end{array}\right. \\ 9a^4+b^4=25 \end{cases}$

Если $a+b=0$, то $\sqrt{3y-2}=\sqrt{x-1}=0$ и имеем пару $(1; \frac{2}{3})$.

Если же $a=2b$, то ~~$9\cdot 16b^4+b^4=25$~~

~~$145b^4=25$~~

~~$b^4=\frac{25}{145}=\frac{5}{29}=(3y-2)^2$~~

~~$9y^2-12y+4=\frac{5}{29}$~~

~~$9y^2-12y+\frac{111}{29}=0$~~

~~$261y^2-348y+111=0$~~

~~$y_{1,2}=\frac{348\pm\sqrt{348^2-444\cdot 261}}{522}=$~~

$\begin{cases} (x-1)^2=4(3y-2) \\ 9(x-1)^2+(3y-2)^2=25 \end{cases} \Rightarrow 9\cdot 16(3y-2)^2+(3y-2)^2=25$

~~$3y-2=\pm\sqrt{\frac{5}{29}}$~~

Пусть $(3y-2)^2=t$

$145t=25$

$t=\frac{5}{29}=(3y-2)^2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3y-2=\pm\sqrt{\frac{5}{29}}$

$x-1=4(3y-2)=\pm 4\sqrt{\frac{5}{29}}$

Поскольку $3y-2\geq 0$ и $x-1\geq 0$,

$$\begin{cases} 3y=2+\sqrt{\frac{5}{29}} \\ x=1+4\sqrt{\frac{5}{29}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=\frac{2+\sqrt{\frac{5}{29}}}{3} \\ x=1+4\sqrt{\frac{5}{29}} \end{cases}$$

Ответ: $(1;\frac{2}{3})$, $\left(1+4\sqrt{\frac{5}{29}};\ \frac{2+\sqrt{\frac{5}{29}}}{3}\right)$.

№3

Перепишем неравенство в виде: (ОДЗ: $x^2+6x>0$ т.е. $x^2+6x=|x^2+6x|$)

$(x^2+6x)+3^{\log_4(x^2+6x)}\geq|x^2+6x|^{\log_4 5}$

Оно записывается в виде: ~~(модуль x^2+6x совпадает с x^2+6x)~~

$4^{\log_4(x^2+6x)}+3^{\log_4(x^2+6x)}\geq 5^{\log_4(x^2+6x)}$

Докажем, что $\log_4(x^2+6x)\leq 2$:

Известно ~~не~~равенство $3^2+4^2=5^2$.

Возьмем положительное число Δp.

$5^2\cdot5^{\Delta p}=3^2\cdot5^{\Delta p}+4^2\cdot5^{\Delta p}>3^2\cdot3^{\Delta p}+4^2\cdot4^{\Delta p}$

$5^{2+\Delta p}>3^{2+\Delta p}+4^{2+\Delta p}$, где Δp – положительное число

Нер-во верно для всех $\Delta p>0$ т.к. $5^{\Delta p}>4^{\Delta p}$ и $5^{\Delta p}>3^{\Delta p}$

для всех $\Delta p > 0$ (из св-ва показательной функции)

~~Аналогично~~ Теперь докажем, что при $\log_4(x^2+6x) \le 2$ неравенство верно

Δp – положительное число

$3^2+4^2=5^2$

$$5^{2-\Delta p} = \frac{5^2}{5^{\Delta p}} = \frac{3^2}{5^{\Delta p}} + \frac{4^2}{5^{\Delta p}} \le \frac{3^2}{3^{\Delta p}} + \frac{4^2}{4^{\Delta p}},$$

т.к. $3^{\Delta p} < 5^{\Delta p}$ и $4^{\Delta p} < 5^{\Delta p}$ для положительных Δp.

Т.е. $5^{2-\Delta p} \le 3^{2-\Delta p} + 4^{2-\Delta p}$ при положительных Δp.

Таким образом, $\log_4(x^2+6x) \le 2$

Получаем, что

$0 \le x^2+6x \le 16$ (из ОДЗ)

$$\begin{cases} x^2+6x > 0 \\ x^2+6x \le 16 \end{cases} \iff \begin{cases} x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty) \\ x^2+6x-16 \le 0 \end{cases}$$

$x^2+6x-16 \le 0$

$(x+8)(x-2) \le 0$

$x \in (-8; 2)$

Имеем $\begin{cases} x \in (-8; 2) \\ x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty) \end{cases}$, что равносильно

~~$x \in (0; 8)$~~ $x \in (-8; -6) \cup (0; 2)$.

Ответ: $x \in (-8; -6) \cup (0; 2)$.

№6 Имеем $f(1) + f(a) = f(a \cdot 1) \Rightarrow f(1) = 0 = f(2) = f(3) = \left[\frac{2}{4}\right] = \left[\frac{3}{4}\right]$

$\frac{x}{y} \in \left[\frac{1}{9}; 9\right]$; $f(1) = f(3 \cdot \frac{1}{3}) = f(\frac{1}{3}) = 0 = f(\frac{1}{9})$

$f(1) = f(2 \cdot \frac{1}{2}) = f(\frac{1}{2}) = 0 = f(\frac{1}{4}) = f(\frac{1}{8})$

$\frac{x}{y} \in \left\{\frac{1}{9}; \frac{2}{9}; \frac{3}{9}; \frac{4}{9}; \frac{6}{9}; \frac{8}{9}; 1; \frac{1}{8}; \frac{2}{8}; \frac{3}{8}; \frac{4}{8}; \frac{6}{8}; 2; 3\right\}$.

5) $f: Q_+ \to R$

$f(ab) = f(a) + f(b)$ $\qquad f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$ $\forall p$ - прост

$\begin{cases} x \in [3; 27] \\ y \in [3; 27] \\ f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \end{cases}$ - сколько $(x; y)$?

$f(1 \cdot p) = f(p) + f(1) = \left[\frac{p}{4}\right] + f(1) =$
$= \left[\frac{p}{4}\right] =$

$f(1) = 0$

$f(2) = 0$

$f(3) = 0$

$\frac{x}{y} \in \left[\frac{1}{9}; 9\right]$

$f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f(1) = f\left(\frac{1}{3} \cdot 3\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) + f(3) = f\left(\frac{1}{3}\right)$

$f\left(\frac{1}{9}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = f(1) = f(3) = f(6) = f(9) = 0$

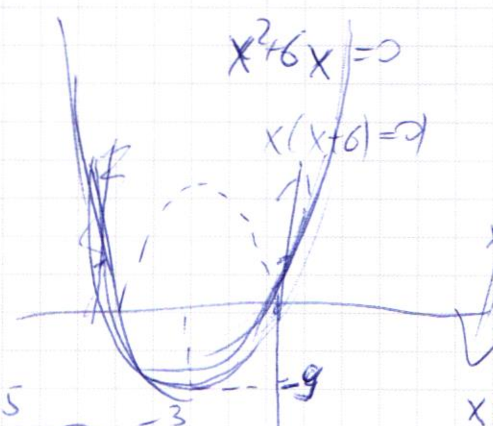
$f\left(\frac{1}{8}\right) = f\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = f(1) = f(2) = f(4) = f(8)$
$= 0$

$f\left(\frac{27}{4}\right) = f(9) + f\left(\frac{3}{4}\right) = f(3) + f\left(\frac{1}{4}\right) = 0$

$f(5) = 1$

$f(7) = 1$

$f(11) = 2$



3) $(x^2+6x)^{\log_4 3} + 6x \geq$
$\geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$x^2+6x > 0$
$x^2+6x \neq 1$
$x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$

$x^2+6x + (x^2+6x)^{\log_4 3} - |x^2+6x|^{\log_4 5} \geq 0$

$(x^2+6x)^1 + (x^2+6x)^{\log_4 3} \geq (x^2+6x)^{\log_4 5}$

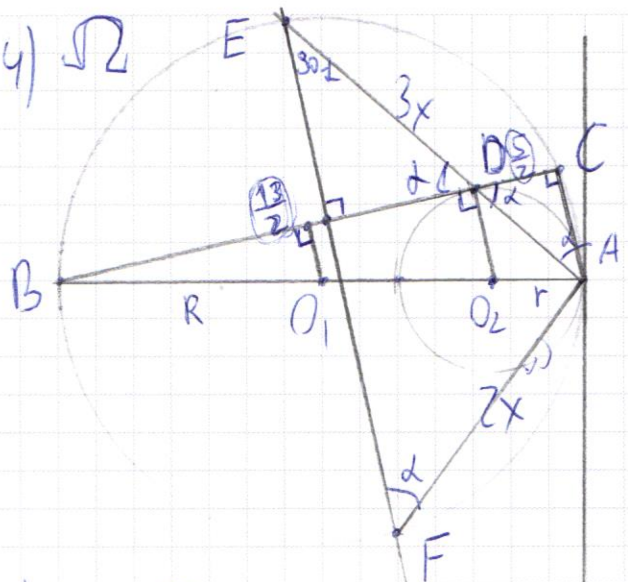
$(x^2+6x)^{\log_4 3} \left((x^2+6x)^{1-\log_4 3} + 1\right) \geq x^2+6x^{\log_4 5}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) Ω



$$\frac{2R-r}{13} = \frac{2R}{18} = \frac{R}{9}$$

$$36R - 18r = 26R$$

$$10R = 18r$$

$$R = \frac{9}{5}r$$

$$\left(\frac{13}{2}\right)^2 = (2R-2r)2R =$$

$$= \left(\frac{18}{5}r - 2r\right)\frac{18}{5}r =$$

$$\frac{169}{4} = \frac{8}{5}r \cdot \frac{18}{5}r = \frac{18 \cdot 8}{25}r^2$$

$$\frac{AC}{18} = \frac{r}{13}$$

$$AC = \frac{18r}{13} = \frac{18^6}{13} \cdot \frac{13 \cdot 5}{8 \cdot 3} = \frac{15}{4}$$

$$r^2 = \frac{169 \cdot 25}{4 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 9} = \frac{169 \cdot 25}{64 \cdot 9} \Rightarrow \boxed{r = \frac{13 \cdot 5}{8 \cdot 3} = \frac{65}{24} \quad R = \frac{39}{8}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2AC}{5} = \frac{2 \cdot 15^3}{5 \cdot 4_2} = \frac{3}{2}$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{3}{2}$$

$$9x^2 + 4x^2 = (2R)^2 = \left(\frac{39}{4}\right)^2 = 13x^2$$

$$\frac{13^2 \cdot 9}{16} = \frac{13x^2}{1} \quad x^2 = \frac{13 \cdot 9}{16}$$

$$6x^2 - ? \quad 6x^2 = 13x^2 \cdot \frac{6}{13} = \frac{13^2 \cdot 9 \cdot 6^3}{{}_8 16 \cdot 13} = \frac{27 \cdot 13}{8} \quad x = \frac{3\sqrt{13}}{4}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times\ 13 \\ \hline 81 \\ 27\ \\ \hline 351 \end{array}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(x^2+6x)^{1-\log_4 3}+1 \geq (x^2+6x)^{\log_4 5-\log_4 3}=(x^2+6x)^{\log_4 \frac{5}{3}}$

$(x^2+6x)^{\log_4 \frac{4}{3}}+1 \geq (x^2+6x)^{\log \frac{5}{3}}$

$1 \geq (x^2+6x)^{\log_4 \frac{5}{3}}-(x^2+6x)^{\log_4 \frac{4}{3}}=\cancel{(x^2+6x)^{\log}}$

$1 \geq \frac{(x^2+6x)^{\log_4 5}}{(x^2+6x)^{\log_4 3}}-\frac{(x^2+6x)^1}{(x^2+6x)^{\log_4 3}}=\frac{(x^2+6x)^{\log_4 5}-(x^2+6x)}{(x^2+6x)^{\log_4 3}}$

$(x^2+6x)\left((x^2+6x)^{\log_4 1,25}-1\right) \leq (x^2+6x)^{\log_4 3}=(x^2+6x)\cdot$

$\cancel{(a^x)^t \geq}$

$3^p+4^p \geq 5^p$

$\cancel{\log_p(3^p+4^p) \geq \log_p 5^p}$

$\log_a\left(3^{\log_4 a}+4^{\log_4 a}\right) \geq \log_a\left(5^{\log_4 a}\right)$

$3^2+4^2=5^2$

$3^p\cdot 3^2+4^p\cdot 4^2 \sim 5^p\cdot 5^2$

$5^2\cdot 5^p > 3^2\cdot 4^p+4^2\cdot 4^p$

$\log_4(x^2+6x)\leq 2$

$0 \leq x^2+6x \leq 16$

$x^2+6x-16 \leq 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) α, β - углы $\qquad tg\,\alpha - ?$ $\qquad \geq 3$ знач-й

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}} = -\frac{\sqrt{17}}{17} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{17}}{17} \\ \sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = \frac{-8}{17} \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha(\cos 4\beta + 1) + 2\sin 2\beta \cos 2\beta \cdot \cos 2\alpha = -\frac{8}{17}$$

$$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = 2\sin\frac{4\alpha+4\beta}{2}\cos 2\beta = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta$$
$$= 2\cdot\frac{-\sqrt{17}}{17}\cdot\cos 2\beta = \frac{-8}{17}$$

$$\underline{\cos 2\beta =} \quad \frac{8}{2\sqrt{17}} = \frac{4\sqrt{17}}{17} = \frac{4}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$tg\,2\alpha = \frac{2tg\,\alpha}{1-tg^2\alpha}$$

$$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\beta \cos 2\alpha = \frac{-\sqrt{17}}{17} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$
$$\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$
$$4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$$
$$4\sin 2\alpha = -1-\cos 2\alpha = -1-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha =$$
$$= -2\cos^2\alpha$$

$$\cancel{(x^2+6x)^{\log_4 3} + x^2+6x}$$

$$3^{\log_4 a} + a \geq |a|^{\log_4 5}$$
$$3^{\log_4 a} + 4^{\log_4 a} \geq 5^{\log_4|a|}$$

г)
$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} \\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 \end{cases}$$

$$=\sqrt{x(3y-2)-(3y-2)}=\sqrt{(x-1)(3y-2)}$$

$$3x^2-6x+3+3y^2-4y=7$$
$$3(x-1)^2+y(3y-4)=7$$

$$\sqrt{3y(x-1)-2(x-1)}=$$
$$=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$$

$$\cancel{(3y-2)^2=}$$

$$3y-2x=3y-2-2x+2=(3y-2)-2(x-1)$$

$$\begin{cases} \sqrt{x-1}=a \\ \sqrt{3y-2}=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{b^2-2a^2=ab} \\ \cancel{3a^4+} \end{cases}$$

$$(3y-2x)^2=$$
$$=9y^2+4x^2-12xy=3xy-\cancel{2x}-3y+2$$
$$9y^2+4x^2-15xy+2x+3y-2=0$$

$$(3y-2)^2=$$
$$=9y^2-12y+4=3(3y^2-4y)+4$$

$$9x^2-18x+9y^2-12y=12$$

$$a^4\le\frac{25}{9}$$
$$b^4\le 25$$

$$\begin{cases} 9(x-1)^2+(3y-2)^2=25 \\ (3y-2)-2(x-1)=\sqrt{(3y-2)(x-1)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a^4+b^4=25 \\ a^2-2b^2=ab \end{cases}$$

$$a^2-b^2=ab+b^2$$
$$(a-b)(a+b)=b(a+b)$$
$$\left[\begin{array}{l} a+b=0 \\ a=2b \end{array}\right.$$

$$b^4=(5-3a^2)(5+3a^2)$$
$$2b^2=a(b-a)$$

$$29\cdot 9=261$$

$$29\cdot 12=348$$

$$16\cdot 9=144$$

$$9a^4+\frac{a^4}{16}=25$$
$$\frac{145a^4}{16}=25$$
$$a^4=\frac{25\cdot 16}{145}=\frac{16\cdot 5}{29}$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)