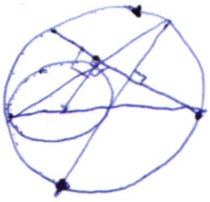
$2+12+7+64+16\cdot 9 \quad 144+85=229 \quad 149$

$85+16\cdot 9$

$175+6\cdot 9 \quad 90+54 \quad T=\frac{2tc}{1+t^2}+\frac{(1-t^2)S}{1+t^2}$

$T+t^2T$

$T+S$



МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

$2tc+S-St^2=T+t^2T$

$t^2(S+T)-2tc+T-S=$

ВАРИАНТ 4 ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

$2\alpha+2\beta=x$ $\quad 1-\frac{17}{289}=\frac{16\cdot 17}{289}=\frac{16}{17}$

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta+\cos 2\alpha\sin 2\beta$ $\quad 2\sin x\cos 2\beta=-\frac{2}{17}$ $\quad \cos 2\beta=\frac{\sqrt{17}}{17}$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

$\sin 2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$ $\quad \frac{2tc}{1+t^2}+\frac{1-t^2}{1+t^2}S=T$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6},\\ 9x^2+y^2-18x-12y=45.\end{cases}$$

$3x=t$ $\quad y-2t=\sqrt{\frac{ty}{3}-2t-y+6}$

$(t-3)^2+(y-6)^2=90$ $\quad -36-9=-45$ $\quad t=a+3,\ y=b+6$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x\geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

$x^2-26x=t$ $\quad (x-13)^2-13^2$ $\quad |t|^{\log_5 12}\geqslant t+13^{\log_5(-t)}$ $\quad t<0$

$b-2a=\sqrt{\frac{ab}{3}}$ $\quad 2|ab|\leqslant a^2+b^2=90$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

$-t=p=26x-x^2$ $\quad p^{\log_5 12}+p\geqslant 13^{\log_5 p}$

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(p)=[p/4]\ \forall p$-prime

$f(\frac{x}{y})<0$

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

$\frac{ab}{3} = b^2+4a^2-4ab = 90+3a^2-4ab$

$270+9a^2-13ab=0 \quad (3a-\frac{13}{3}b)$

$12a^2+3b^2-13ab=0$

$26\cdot 12^2$

$\frac{13^2-26\cdot 12^2-65^2}{2\cdot 65}$

$\sqrt{26}\cdot 12$

$\frac{-600}{120\sqrt{26}}$

$\frac{13-288=5\cdot 65}{2\cdot 5\cdot 12\cdot \sqrt{26}}$ -328 -312 -288 $=-600$

$4 \geq (ax+2)(3x-2)$

$3ax^2+x(6-2a)-4$

$=3ax^2+2x(3-a)-4$

$3ax^2+2x(3-a)-8\leq 0$

$\frac{2}{3} < \frac{a-3}{3a} < 2$

$-\frac{3}{5} < a < -3$

$p^{\log_5 12}+p-p^{\log_5 13} \geq 0 \mid : p, p>0$

$p^{\log_5 12-1}+1$

$\geq p^{\log_5 13-1}-p^{\log_5 12-1}$

$\sin\angle AFE = \cos B$

$(90^\circ-B) = \angle AFE$

$2\sqrt{p}$ пусть $\leq p^{\log_5 12}+p<p^{\log_5 13}$

-36

$-6x+8 \geq (ax+b)(3x-2)$

$3ax^2+x(3b-2a)-2b$

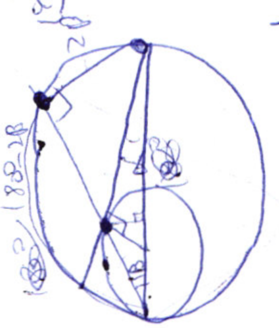
$3ax^2+x(3b-2a+6)-2b-8$

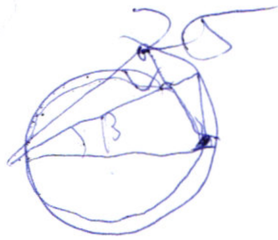
$\log_5 12\, p^{\log_5 12-1}-\log_5 13\, p^{\log_5 13-1}+1$

$\frac{48}{25}$

$12^{\log_5 p}+13^{\log_{13} p}<13^{\log_5 p^2}$

$0 < \log_5 p$





$(\frac{2}{3}, 2]$

$\frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq 18x^2-51x+28$

$-2+\frac{4}{3x-2} \geq ax+b \geq$

$\frac{1}{2}(36x^2-2\cdot 3\cdot 17x+36)$

$(6x-\frac{17}{2})^2+36-\frac{289}{2}$

$\frac{4}{9}$ $8-34+28=2$

$47+28-102$ 2

$75-102=27$

$4\cdot 18$

$72-102+28$

-102

$72-289$ 72

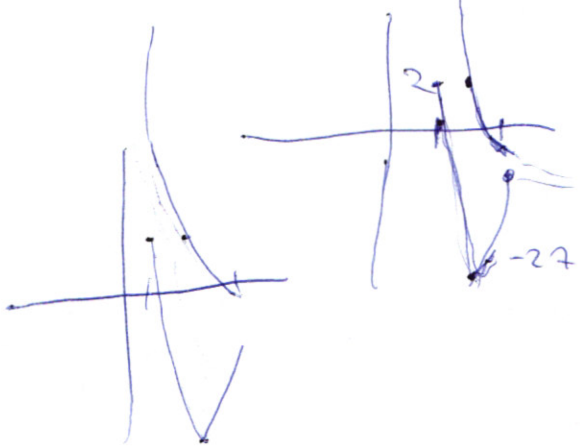
$\frac{-217}{2}$

$\frac{4}{9}\cdot 18$ $\frac{17}{12}$

$8-34+28$

$\frac{4}{9}$ $\frac{-217}{4}$

$8-34+28 = 2$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $2\alpha+2\beta=\gamma \to \sin\gamma=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\underbrace{\sin(\gamma+2\beta)+\sin(\gamma-2\beta)}_{2\sin\gamma\cos2\beta}=-\frac{2}{17} \to \cos2\beta=\frac{\sqrt{17}}{17}$

$\begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}\\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin2\alpha=-\frac{2}{17}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}\\ \cos2\beta=\frac{\sqrt{17}}{17}\end{cases} \to |\sin2\beta|=\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin2\alpha=\frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha}$

$\cos2\alpha=\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}$

$tg\alpha=t$

$\sin2\alpha\cos2\beta+\cos2\alpha\sin2\beta=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\to t^2(\sin2\beta-\frac{1}{\sqrt{17}})-2\cos2\beta\, t-\frac{1}{\sqrt{17}}-\sin2\beta=0$

1. $\sin2\beta>0 \Rightarrow \sin2\beta=\frac{4}{\sqrt{17}}$

$3t^2-2t-5=0$

$(3t-5)(t+1)$

$t=-1;\ \frac{5}{3}$

2. $\sin2\beta<0 \Rightarrow \sin2\beta=-\frac{4}{\sqrt{17}}$

$-5t^2-2t+3=0$

$(-5t+3)(t+1)=0$

$t=+\frac{3}{5};-1$

Ответ: $-1;\frac{3}{5};\frac{5}{3}$

② $\boxed{\begin{matrix}3x-3=a\\ y-6=b\end{matrix}}$

① $b+6-2a-6=\sqrt{\frac{(a+3)(b+6)}{3}-2a-6-b-6+6}$

$\frac{(a+3)(b+6)}{3}=\frac{ab}{3}+2a+b+6$

$\sqrt{\frac{ab}{3}}$

② $(3x-3)^2+(y-6)^2=90$

$a^2+b^2=90$

Таким образом, исходная система $\Leftrightarrow \begin{cases}b-2a=\sqrt{\frac{ab}{3}}\\ a^2+b^2=90\end{cases}$

$\left(a=0 \Rightarrow b=0 \Rightarrow a^2+b^2=0\ \varnothing\right)$

$t=\sqrt{\frac{b}{a}}$

$b=at^2$

$\begin{cases}t-\frac{2}{t}=\frac{1}{\sqrt3} \to t=\frac{\frac{1}{\sqrt3}\pm\frac{5}{\sqrt3}}{2}=\sqrt3\ (t>0)\\ a^2(1+t^4)=90\end{cases} \to a^2=9$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

В итоге: $\begin{cases} b=3a \\ a^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=9 \\ a=3 \end{cases} \\ \begin{cases} b=-9 \\ a=-3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=15 \\ x=2 \end{cases} \\ \begin{cases} y=-3 \\ x=0 \end{cases} \end{array}\right.$

ПРОВЕРКА

$y=-3,\ x=0$: $\underbrace{-3-0}_{\wedge\ 0} \underset{\varnothing}{=} \underbrace{\sqrt{\dots}}_{\vee\ 0}$

$y=15,\ x=2$: $15-12=3=\sqrt{30-12-15+6}$ ✓

~~...~~ $a^2+b^2=10a^2=90$ ✓

Ответ: $(2,15)$

③ $26x-x^2=p>0$ (под логарифмом)

$p^{\log_5 12}+p \geq 13^{\log_5 p}=p^{\log_5 13}$

$p=5^{\alpha}>0$: $12^{\alpha}+5^{\alpha} \geq 13^{\alpha} \ \Big| : 12^{\alpha}>0$

$1+\left(\frac{5}{12}\right)^{\alpha} \geq \left(\frac{13}{12}\right)^{\alpha}$

непр. убыв   непр. возр.

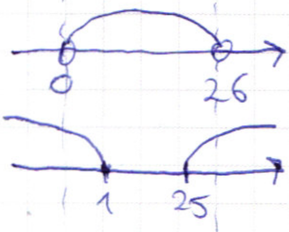
$\Downarrow$

$>$ при $\alpha<2$; $=$ при $\alpha=2$; $<$ при $\alpha>2$

$(144+25=169)$

значит $\alpha \leq 2$, т.е. $p \leq 5^2=25$

Таким образом, $0 < 26x-x^2 \leq 25 \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-26)<0 \\ (x-1)(x-25)\geq 0 \end{cases}$



Ответ: $(0,1]\cup[25,26)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

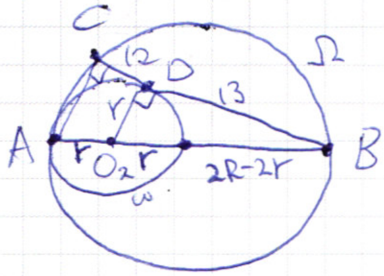
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4



$\angle ACB = 90^\circ$
(опирается на диаметр)

$\angle O_2DB = 90^\circ$
(O_2D-радиус, а DB-касат.)

$\angle CAB = \angle DO_2B$ (соотв. углы при $AC \parallel O_2D$ и сек. AB) ($AC \perp BC \perp O_2D$)

R-радиус Ω

r-радиус ω

$\Downarrow$

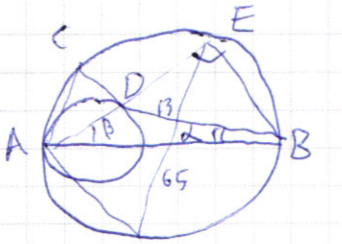
$\triangle ACB \sim \triangle O_2DB$
(по двум углам)

$$\frac{13}{2R-r} = \frac{25}{2R}$$

$$r = \frac{24}{25}R$$

из Th. Пифагора для $\triangle O_2DB$: $13^2 + r^2 = (2R-r)^2 = 4R^2 - 4Rr + r^2$

$$R^2 = \frac{25 \cdot 13^2}{4}$$



$$\boxed{R = \frac{5 \cdot 13}{2} = \frac{65}{2} \rightarrow r = \frac{12 \cdot 13}{5} = \frac{156}{5}}$$

$\angle AFE$ опирается на дугу $\overset{\frown}{ACE}$

$\angle AEB = 90^\circ$
(опирается на диаметр)

$\angle DAB = \angle EAB = 90^\circ - \angle ABE$ опирается на $\overset{\frown}{ACE}$

$\angle DAB = \beta$

откуда $\angle AFE = 90^\circ - \beta$.

~~cos~~ Найдем β. ~~∠A~~ $\angle ABD = \alpha \Rightarrow \cos\alpha = \cancel{\frac{AB}{BC} = \frac{2R}{25}} \cdot \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}$

из Th. cos $\triangle ABD$: $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB\,BD\cos\alpha$

$4R^2 + 13^2 - 4R \cdot 13 \cdot \frac{5}{13} = 26 \cdot 12^2$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №3 (Нумеровать только чистовики) из Th. cos $\triangle DAB$: $\cos\beta = \dfrac{-DB^2+AD^2+AB^2}{2AD\,AB} = \dfrac{+600}{120\sqrt{26}} = \dfrac{+5}{\sqrt{26}}$

$\sin\angle AFE = \sin(90^\circ-\beta) = \cos\beta = \dfrac{5}{\sqrt{26}}$

$\angle AFE = \arcsin\left(\dfrac{5}{\sqrt{26}}\right)$

Ответ: $\dfrac{65}{2}$; $\dfrac{156}{5}$; $\arcsin\left(\dfrac{5}{\sqrt{26}}\right)$

(6) $\underbrace{18x^2-51x+28}_{P(x)} \le \underbrace{ax+b}_{f(x)} \le -2+\dfrac{4}{3x-2}$

~~доп. условия~~

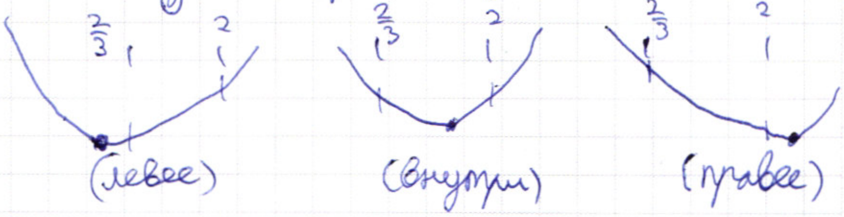
$(\forall x\in M \Rightarrow P(x)\le f(x)) \Leftrightarrow \max\limits_{x\in M}(P-f)(x)\le 0$ (если max сущ.)

т.к. $(P-f)$ − парабола с ветвями вверх

вне зависим-ти от положения её вершины

~~условие~~ $\max\limits_{[\frac{2}{3},2]}(P-f) = \max\left((P-f)(\tfrac{2}{3}); (P-f)(2)\right)$

т.е. макс. будет достигнут на ~~одной~~ границе:



Таким образом,

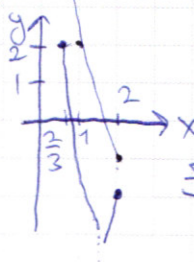
$$\begin{cases} f(2)\ge P(2) = -2 \\ f(\tfrac{2}{3}) \ge P(\tfrac{2}{3}) = 2 \\ f(x) \le \underbrace{-2+\dfrac{4}{3x-2}}_{g(x)} \end{cases}$$

$\left(f(\tfrac{2}{3}) < P(\tfrac{2}{3}) \Rightarrow f(\tfrac{2}{3}+\Delta) < P(\tfrac{2}{3}+\Delta) \Rightarrow \varnothing\right)$ при малых Δ в силу нер-ти

$| \; 3x-2>0 \Leftrightarrow 3ax^2 + x(3b-2a+6) - 8 - 2b \le 0$ при $x\in[\tfrac{2}{3}, 2]$

$f(2)\le -1$

$x_0 = 2$ − верт. асимптота g



$f(\tfrac{2}{3}) < f(2)$

$\Downarrow$

$a<0$

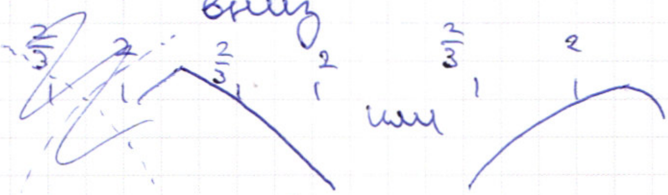
$\Downarrow$

$f(2)>0 \Rightarrow f(0) = b > 0$

Исследуем $3ax^2+x(3b-2a+6)-8-2b\le 0$

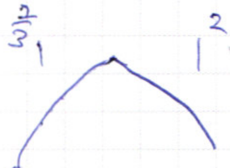
вершина $t_0=\dfrac{3b-2a+6}{-6a}>0$

ветви направлены вниз

1. 

или

(вершина вне)

2. 

(вершина внутри)

необ. и дост., чтобы значения на границах ≤ 0

$x=\frac{2}{3}$: $\frac{4}{3}a+2b-\frac{4}{3}a+4-8-2b\le 0$

$\parallel$

-4 (всегда)

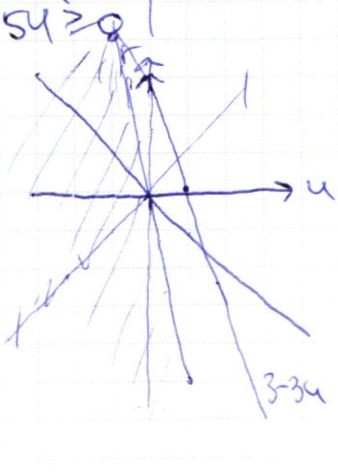
$x=2$ $12a+6b-4a+12-8-2b\le 0$

$\Updownarrow$

$8a+4b+4\le 0$

$2a+b+1\le 0$

$$\begin{cases} 3u+r-3\le 0 \\ r+u\le 0 \\ \text{или} \\ r+5u\ge 0 \end{cases} \iff t_0 \text{ вне } \left(\tfrac{2}{3},2\right)$$



необ. и дост., чтобы значение в вершине ≤ 0

$\frac{2}{3}<t_0<2$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} 3b+10a+6<0 \\ 3b+2a+6>0 \end{cases}$$

и

$-8-2b-\dfrac{(3b-2a+6)^2}{12a}\le 0$

$3b+6=r>0$

$2a=u<0$

$-12-2r-\dfrac{(r-u)^2}{2u}\le 0$

$$\begin{cases} 24u+4ur+(r-u)^2\le 0 \\ r+u>0 \\ r+5u<0 \end{cases}$$

~~Пусть $f(\frac{2}{3}) = t \in [2, +\infty)$, тогда нам подходят все прямые~~ ($y = f(x)$) - прямая => для её определения достаточно задания 2-х точек, напр. $f(\frac{2}{3}) = t \geq 2$

$f(2) = s \in [-2, -1]$

однако для выполнения условий t и s непроизвольны, так, фиксируя t, нам подходят все значения $s \geq -2$ вплоть до s_0:

прямая $(\frac{2}{3}, t); (2, s_0)$ касается гиперболы

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 $f(1\cdot 1)=f(1)+f(1) \Rightarrow f(1)=0$

$M=\{m\in\mathbb{N} \mid 4\le m\le 28\}$

$f(1)=f(x\cdot\frac{1}{x})=f(x)+f(\frac{1}{x}) \Rightarrow f(\frac{1}{x})=-f(x)$

$f(\frac{x}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})=f(x)-f(y)$

$f(p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\cdot\ldots\cdot p_n^{\alpha_n})=\alpha_1 f(p_1)+\alpha_2 f(p_2)+\ldots+\alpha_n f(p_n)$

$f(2)=f(3)=0 \Rightarrow f(x)=f(3x)$ и $f(x)=f(2x)$

$(2<3<4)$

$A_r=\{a\in M \mid f(a)=f(r)\}$, используя св-ва найдем значения f для M

$A_1 \ni 4, 8, 16, 12, 24, 6, 18, 9, 27$ (0)

$A_5 \ni 5, 10, 20, 15$ $(\lfloor\frac{5}{4}\rfloor=1)$

$A_7 \ni 7, 14, 28, 21$ $(\lfloor\frac{7}{4}\rfloor=1)$

$A_{11} \ni 11, 22$ $(\lfloor\frac{11}{4}\rfloor=3)$

$A_{13} \ni 13, 26$ $(\lfloor\frac{13}{4}\rfloor=3)$

$A_{17} \ni 17$ $(\lfloor\frac{17}{4}\rfloor=4)$

$A_{19} \ni 19$ $(\lfloor\frac{19}{4}\rfloor=4)$

$A_{23} \ni 23$ $(\lfloor\frac{23}{4}\rfloor=5)$

$A_{25} \ni 25$ $(2\cdot \underset{f(5)}{1}=2)$

в таблице представлены все числа

Итак,

$f(x)$	кол-во эл-тов
0	9
1	8
2	1
3	4
4	2
5	1

$\#\, f(\frac{x}{y})<0 = \#\, f(x)<f(y)$

каждая такая пара $(x,y)\to x$ выше y

всего: $9\cdot(8\cdot1\cdot4\cdot2\cdot1)+8\cdot(1\cdot4\cdot2\cdot1)+1\cdot(4\cdot2\cdot1)+4\cdot(2\cdot1)+2\cdot1=$
$=658$

Ответ: 658

(x, y): $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \Leftrightarrow f(x) < f(y) \Leftrightarrow x$ в таблице выше y

всего пар: $9 \cdot (8+1+4+2+1) + 8 \cdot (1+4+2+1) +$
$+ 1 \cdot (4+2+1) + 4 \cdot (2+1) + 2 \cdot 1 = 229$

Ответ: 229

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{65}{25}=\frac{13}{5}$ $\quad 65^2+13^2-65\cdot 2\cdot 5$ $\quad -650$

6) $-2+\frac{4}{3x-2}\geq ax+b \mid 3x-2>0$

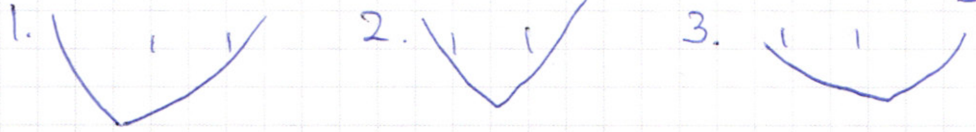
$f(x)= 3ax^2+x(3b-2a+6)\leq 0 \quad \forall x\in\left(\frac{2}{3},2\right]$

$8-2b$

$18x^2-51x+28-ax-b\leq 0$

$13(5\cdot 65+13-50)$

парабола с ветвями вверх. в зав-ти от расположения её вершины:



во всех случаях для ~~неотрицательности~~ неположит-ти необходимо и достаточно неположит-ть на границах

т.е. $\begin{cases} 2-a\frac{2}{3}-b\leq 0 & (x=\frac{2}{3})\\ -2-2a-b\leq 0 & (x=2)\end{cases}$

$65\cdot 45$

$13^2\cdot 5$

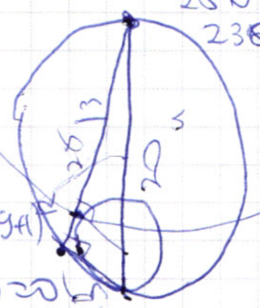
$13\cdot 5^2\cdot 9$

$f(ab)=f(a)+f(b)$

$f(p)=\left[\frac{p}{4}\right]$

$(2R-\frac{5}{2})^2+13^2-5^2$

$f(1)=2f(1)\Rightarrow f(1)=0$



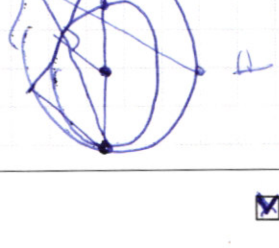
$f(1)=f\left(x\cdot\frac{1}{x}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)$

$f\left(\frac{1}{x}\right)=-f(x)$

$f\left(\frac{x}{y}\right)=f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right)=f(x)-f(y)$

$f(x)=f(p_1^{\alpha_1}p_2^{\alpha_2}\dots p_n^{\alpha_n})=\alpha_1 f(p_1)+\alpha_2 f(p_2)+\alpha_n f(p_n)$

при $p=2;3\Rightarrow f(p)=0$

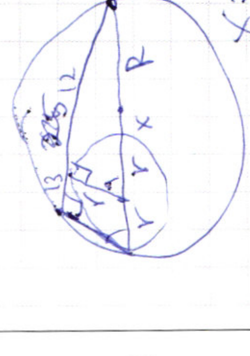


$r^2+144=(2R-r)^2$

$\frac{12}{2R-r}=\frac{12}{r+x+R}=\frac{25}{2R}$

$2r+x+R=2R$

$x=R-2r$



$169=5\cdot 65-156$

325

$\frac{1}{25}R$

$R^2-Rr=\left(\frac{13}{2}\right)^2$

$-\frac{25}{26}R^2$

$130+26$

$\frac{13}{25}=\frac{r}{2R}$

$1-\frac{r}{2R}$

$81+9\cdot 9$

$9\cdot 64+64+8+8+2$

$\sqrt{\frac{b}{a}} - 2\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad t - \frac{2}{t}$

$t^2 + \frac{1}{t^2} = \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{90}{ab}$

$\frac{90}{ab} = t^2 + \frac{1}{t^2}$

$b = at^2$

$t - \frac{2}{t} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$a^2(1+t^4) = 90$

$t^2 - \frac{t}{\sqrt{3}} - 2 = 0$

$\frac{1}{3} + 8 = \frac{25}{3}$ $\quad \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \pm \frac{5}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$72 - 102 + 28 = -2$ $\quad 8 - 34 + 4$

$-2 + \frac{4}{8x-2}$

$f(x) \geq ax + b \geq g(x)$

$f(2) = -1 \geq 2a + b \geq -2 = g(2)$

$f(\frac{2}{3}) = +\infty \geq \frac{2}{3}a + b \geq 2 = g(\frac{2}{3})$

$p^{\log_5 12} + p \geq p^{\log_5 13}$ $\quad p > 0$

$12^2 +$

$p = 5^\alpha$

$12^\alpha + 5^\alpha \geq 13^\alpha$

$1 + (\frac{5}{12})^\alpha \geq (\frac{13}{12})^\alpha$

$13(5 \cdot 65 + 13 - 50)$ $\quad -37$ $\quad 288$ $\quad 318$

$13(5^2 \cdot 11 + 13)$ $\quad 25$ $\quad 27 + 288$ $\quad 12^2 \cdot 2$

$AB = 65$

$65^2 + 13^2 - 2 \cdot 65 \cdot 13 \cdot 5$

$(65-5)^2 - 25 + 13^2$

$60^2 - 5^2 + 13^2$

$55 \cdot 65 = 13(5^2 \cdot 11)$

$x^2 + 2xy + y^2 = 4y^2$

$y^2 + 2ty + t^2 = 4y^2$

$y^2 + 2yz + z^2 = 4y^2$

$y^2 - 2xy + x^2 = 3$

$x^2 - 2xz + z^2 = t^2$

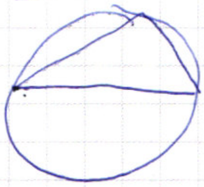
$x^2 - 2tx + x^2 = 2$

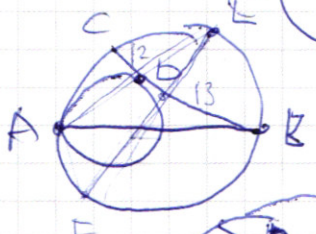
$t^2 - 2tz + z^2 = 2$

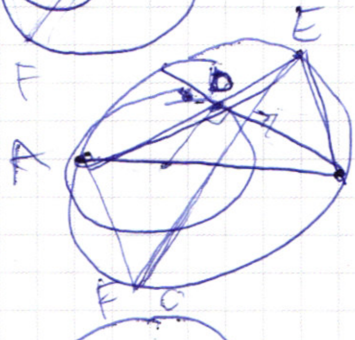
$x^2 - 26x + 25 = (x-1)(x-25)$

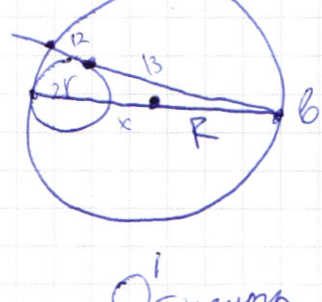
$2y(t-2) + t^2 - 2 = 0$

$x^2 = y^2 + \frac{3}{2}$







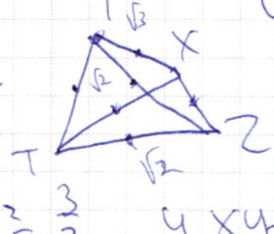


$x^2 + 2xy + y^2 = 4y^2$ ($4r^2$) $\quad |\frac{x+y}{2}| = r$ $\quad$ O-центр сферы

~~$\langle x, x+2y \rangle = 0$~~

$\langle x^2 - y^2, x^2 + 2xy - 3y^2 \rangle = 0$

$x^2 - 2xy + y^2 = 3$



O' – центр описанной около данной пир-ды

$x^2 - y^2 = \frac{3}{2}$ $\quad 4xy - 4y^2 = -3$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)