МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6}, \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\left|x^2-26x\right|^{\log_5 12}+26x\geqslant x^2+13^{\log_5\left(26x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=12$, $BD=13$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $4\leqslant x\leqslant 28$, $4\leqslant y\leqslant 28$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{8-6x}{3x-2}\geqslant ax+b\geqslant 18x^2-51x+28$$

выполнено для всех x на промежутке $\left(\frac{2}{3};2\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $TXYZ$, вершина Y которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра TY. Известно, что $XY=\sqrt{3}$, $TX=\sqrt{2}$, $TZ=2$. Найдите длину ребра XZ. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases} \quad \begin{cases} y-6x=\sqrt{(y-6)(x-1)} \\ (3x-3)^2+(y-6)^2=0. \end{cases}$$

Как известно, сумма 2 квадратов $=0$; оба квадрата $=0$.

$$\begin{cases} 3x-3=0; \\ y-6=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases};$$ Проверим для первого равенства:

$$6-6=\sqrt{6-6-6+6}\ ; 0=0.$$

Ответ: $x=1;\ y=6$.

№5

~~$f(1\cdot1)=f(1)+f(1) \Rightarrow f(1)=2f(1) \Rightarrow f(1)=0.$~~

$f(ab)=f(a)+f(b)$; $f(p)=f\left[\frac{p}{4}\right]$

$f(1\cdot2)=f(1)+f(2) \Rightarrow f(1)=0$;

$f(2)=\left[\frac{1}{2}\right]=0$; $f(3)=0$;

$f(5)=1$; $f(6)=0$; $f(7)=1$; $f(8)=0$; $f(9)=0$;

$f(10)=1$; $f(11)=2$; $f(12)=0$; $f(13)=3$; $f(14)=1$;

$f(15)=1$; $f(16)=0$; $f(17)=4$; $f(18)=0$; $f(19)=4$;

$f(20)=1$; $f(21)=1$; $f(22)=2$; $f(23)=5$; $f(24)=0$;

$f(25)=2$; $f(26)=3$; $f(27)=0$; $f(28)=1$;

$\{4; 6; 8; 9; 12; 16; 18; 24; 27\} \Rightarrow f(x)=0$; таких $x=9$.

$x\in\{5; 7; 10; 14; 15; 20; 21; 28\}=1$; таких $x - 8$.

$x\in\{11; 22; 25\}$ $f(x)=2$; таких $x=3$;

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

$x \in \{13; 26\}$; $f(x)=3$; таких x – 2.

$x \in \{17; 19\}$; $f(x)=4$; таких x – 2.

и $f(x)=5$ $x=23$, такой x один.

$f(\frac{a}{b}) = f(a) + f(\frac{1}{b}) \Leftrightarrow f(\frac{a}{b}) - f(b) = f(a) + f(\frac{1}{b}) - f(b)$

$f(\frac{a}{b}) - (f(b) + f(\frac{1}{b})) \Leftrightarrow \cancel{f(a))f}\ f(a) - f(b)$

$f(\frac{a}{b}) - \underset{0}{\underset{\parallel}{f(1)}} = f(a) - f(b)$

$f(\frac{a}{b}) = f(a) - f(b)$; $\Rightarrow$? сколько пар $(a;b)$ т.ч.

$f(a) - f(b) < 0$.

$f(b>0)$; $f(a)=0$;

Для a 9 вариантов, для b 15 вариантов

$f(a)=1$; $f(b) \geq 2$;

для a 8 вариантов, для b 7 вариантов.

$f(a)=2$; $f(b) \geq 3$.

для a 5 вариантов, для b 5 вариантов

$f(a)=3$; $f(b) \geq 4$.

для a 2 варианта, для b 3 варианта

$f(a)=4$; $f(b) \geq 5$.

Для a 2 варианта, для b 1 вариант

Итого: $9 \cdot 15 + 8 \cdot 7 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 2 = 214$

Ответ: 214

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} y^2-12xy+36x^2=xy-6x-y+6 \quad (2) \\ y-6x\geq 0 \quad (3) \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \quad (1) \end{matrix}$$

(1) $9x^2-18x+9+y^2-12y+36=45+45;$

$9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \ (*)$.

(2) $36x^2-12yx+y^2=x(y-6)-(y-6)$

$(y-6x)^2=\underset{b}{(x-1)}\underset{a}{(y-6)} \Rightarrow (y-6x)^2=(a-6b)^2$

$(a-6b)^2=ab$

$(a-4b)(a-9b)=0 \Rightarrow \left[\begin{matrix} y-6=4x-4 \\ y-6=9x-9 \end{matrix}\right.$

а) $y-6=4x-4 \Rightarrow$ в $(*)$ $9(x-1)^2+16(x-1)^2=90;$

$\Rightarrow 25(x-1)^2=90; \ (x-1)^2=\frac{18}{5}; \ x=\pm\sqrt{\frac{18}{5}}+1$

$y=4x+2 \Rightarrow \left[\begin{matrix} x=\sqrt{\frac{18}{5}}+1, \ y=4\sqrt{\frac{18}{5}}+6; \ (5) \\ x=-\sqrt{\frac{18}{5}}+1; \ y=-4\sqrt{\frac{18}{5}}+6; (6) \end{matrix}\right.$

б) $y-6=9x-9$

$y=9x-3$ $\left[\begin{matrix} y=15; \ x=2 \\ y=-3; \ x=0 \text{ не удовл. (3)} \end{matrix}\right.$

Проверим: (5) удовл условию (3): $4\sqrt{\frac{18}{5}}+6-6\sqrt{\frac{18}{5}}-6=$

$=-2\sqrt{\frac{18}{5}}<0$ — не удовл

Проверим удовл ли (6) условию (3): $-4\sqrt{\frac{18}{5}}+6+6\sqrt{\frac{18}{5}}-6$

$=2\sqrt{\frac{18}{5}}>0$, удовл.

Ответ: $\left[1-\sqrt{\frac{18}{5}}; 6-4\sqrt{\frac{18}{5}}\right)$; $(2;13)$

№3

$26x+|x^2-26x|^{\log_5 12} \geq x^2+13^{\log_5(-x^2+26x)}$

Пусть $26x-x^2=t$; $t+|t|^{\log_5 12}=13^{\log_5 t}$.

По усл. $t>0 \Rightarrow |t|=t$.

$13=5^{\log_5 13} \Rightarrow 13^{\log_5 t}=(5^{\log_5 13})^{\log_5 t}=$

$=t+t^{\log_5 12}=t^{\log_5 13}$.

I сл: $0<t\leq 1$:

$t\geq t^{\log_5 13}$; т.к. $\log_5 13>1$; $\cancel{t\log}\ t^{\log_5 12}>0$

$\Rightarrow t+t^{\log_5 12}>t^{\log_5 13}$ — уд.

II сл: $t>1$. Решим ур-е:

$t+t^{\log_5 12}-t^{\log_5 13}=0$;

$t=25$ — корень, $25+144-169=0$ -

$(t+t^{\log_5 12}-t^{\log_5 13})'=1+t^{\log_5\frac{12}{5}}-t^{\log_5\frac{13}{5}}$

$\Rightarrow 1+t^{\log_5\frac{12}{5}}-t^{\log_5\frac{13}{5}}>0 \Rightarrow$ функц. возрастает

$\Rightarrow$ имеет 1 корень.

Значит нам подходит либо $t\in[1;25]$, либо

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t \in [25; +\infty)$.

Проверим подставкой такой:

$t = 5$: $\sqrt{5} + 12 \geq 13$ — уд.

$\Rightarrow t \in [1; 25]$

$t \in [0; 25]$

$\left[\begin{array}{l} 26x - x^2 \leq 25 \\ 26x - x^2 \geq 0 \end{array}\right.$

$\begin{cases} (x-13)^2 \geq 12^2 \\ (x-13)^2 \leq 13^2 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \geq 25 \\ x \leq 1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x < 26 \\ x > 0 \end{array}\right. \end{cases}$

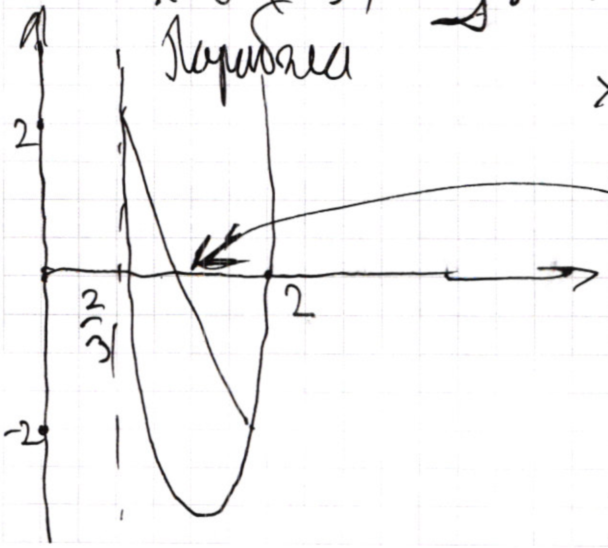
Ответ: $x \in (0; 1] \cup [25; 26)$.

№6. $18x^2 - 51x + 28 \leq ax + b \leq \dfrac{-6x+8}{3x-2}$

$x \in \left(\frac{2}{3}; 2\right]$. $x = \frac{2}{3}$: $2 \leq ax + b$

Парабола

$x = 2$; $-2 \leq ax + b \leq -1$.



$g(x) = ax + b$ — прямая

крайнее нижн прямая мин

$g\left(\frac{2}{3}\right) \geq 2$; $g(2) \geq -2$

$\begin{cases} \frac{2}{3}a + b \geq 2 \\ 2a + b \geq -2 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{2}{3}a + b = 2 \\ 2a + b = -2 \end{cases}$

$$\begin{cases} a=-3; \\ b=4 \end{cases}$$

$y=-3x+4.$

Рассмотрим гиперболу и прямую:

$-3x+4 = \frac{-6x+8}{3x-2}$; $x=\frac{4}{3}.$

Найдем касательную к гиперболе в $x=\frac{4}{3}$

$y_{кас} = 0+\left(\frac{-12}{(4-2)^2}\right)\left(x-\frac{4}{3}\right) = -3x+4.$

Получаем:

$x=\frac{2}{3}$ $x=2$

Прямая $y=-3x+4$ зафиксирована в своих критических положениях между гиперболой и параболой.

Ответ: $a=-3$; $b=4$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$18x^2-51x+28 \le ax+b \le \frac{-6x+8}{3x-2}$

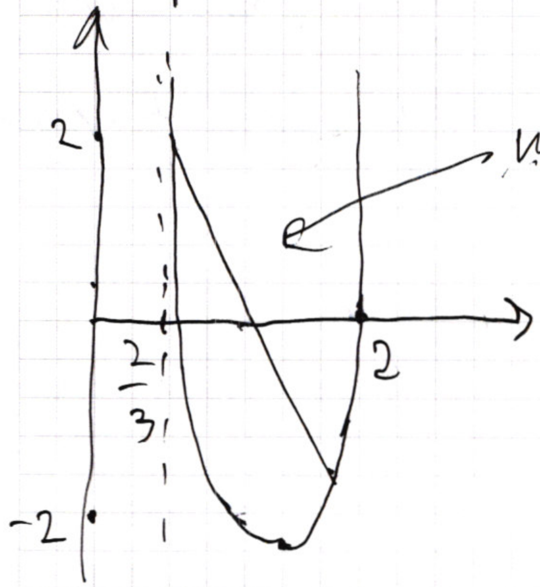
$x \in \left(\frac{2}{3};2\right]$

$x=\frac{2}{3}$: $2 \le ax+b$

$x=2$: $-2 \le ax+b \le -1$

Парабола

$g(x)=ax+b$ – прямая



крайнее положение прямой

$\begin{array}{r} 15 \\ \times 9 \\ \hline 135 \\ +56 \\ \hline 191 \\ +15 \\ \hline 206 \end{array}$

$g\left(\frac{2}{3}\right) \geq 2$ $\quad$ $g(2)_{\text{мин}} \geq -2$

$\begin{cases} \frac{2}{3}a+b \geq 2 \\ 2a+b \geq -2 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} \frac{2}{3}a+b = 2 \\ 2a+b=-2 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} a=-3 \\ b=4 \end{cases}$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$y = -3x + 4$

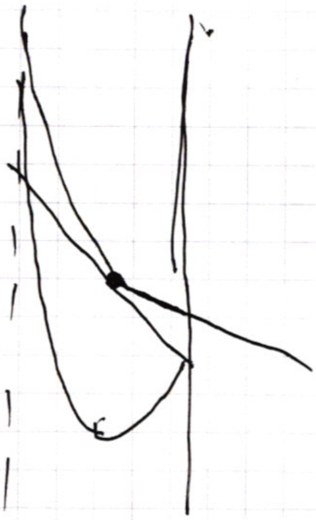
Рассмотрим гиперболу и прямую

$-3x+4 = \frac{-6x+8}{3x-2}$; $x = \frac{4}{3}$.

Найдем касательную к гиперболе в $x = \frac{4}{3}$.

$y_{кас} = 0 + \left(\frac{-12}{(4-2)^2}\right)\left(x - \frac{4}{3}\right) = -3x+4$

Получаем:



$x = \frac{2}{3}$ $x = 2$

Прямая $y = -3x+4$ зафиксирована в своих критических положениях между гиперболой и параболой

Ответ: $a = -3$; $b = 4$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

проверим сдвиг (6) уменьш (3) $-4\sqrt{\frac{18}{5}}+6+6\sqrt{\frac{18}{5}}-6=2\sqrt{\frac{18}{5}}>0$ чтд

Ответ: $(0;-3)$, $\left(1-\sqrt{\frac{18}{5}};\ 6-4\sqrt{\frac{18}{5}}\right)$

№3

$\cancel{26x+}\ 26x+|x^2-26x|^{\log_5 12}=x^2+13^{\log_5(-x^2+26x)}$

Пусть $26x-x^2=t$

$t+|t|^{\log_5 12}=13^{\log_5 t}$

~~т.к.~~ по усл $t>0\Rightarrow|t|=t$;

$13=5^{\log_5 13}\Rightarrow 13^{\log_5 t}=(5^{\log_5 13})^{\log_5 t}=$

$=t+t^{\log_5 12}=\cancel{\log}\ t^{\log_5 13}$

I сл: $0<t\le1$:

$t>t^{\log_5 13}$ т.к. $\log_5 13>1$.

$t^{\log_5 12}>0\Rightarrow t+t^{\log_5 12}>t^{\log_5 13}$ — чтд

II сл $t>1$. Решим ур-е:

$t+t^{\log_5 12}-t^{\log_5 13}=0$;

$t=25$ — корень; $25+144-169=0$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\left(t + t^{\log_5 12} - t^{\log_5 13}\right)' = 1 + t^{\log_5 \frac{12}{5}} - t^{\log_5 \frac{13}{5}}$

~~поскольку $\log_5 \frac{13}{5} < 0$; $t > 1$, то $t^{\log_5 \frac{13}{5}} < 1 \Rightarrow 1 - t^{\log_5 \frac{13}{5}} > 0$; $t^{\log_5 \frac{12}{5}} > 0$, т.к. $t > 0$~~

$\Rightarrow 1 + t^{\log_5 \frac{12}{5}} - t^{\log_5 \frac{13}{5}} > 0 \Rightarrow$ функц возр $\Rightarrow$ имеет 1 корень

значит нам подходит либо $t \in [1; 25]$ либо $t \in [25; +\infty)$

Проверим подстановкой:

$t = 5$: $5 + 12 \geq 13$ — уд.

$\Rightarrow t \in [1; 25]$.

$t \in [0; 25]$

$\begin{cases} 26x - x^2 \leq 25; \quad 26x - x^2 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-13)^2 \geq 12^2 \\ (x-13)^2 < 13^2 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \geq 25 \\ x \leq 1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x < 26 \\ x > 0 \end{array}\right. \end{cases}$ $\Rightarrow$ Ответ: $x \in (0; 1] \cup [25; 26)$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{aligned} & y^2-12xy+36x^2=xy-6x-y+6 \quad (2) \\ & y-6x \geq 0 \quad (3) \\ & 9x^2+y^2-18x-12y=45 \quad (1) \end{aligned}$$

(1) $9x^2-18x+9+y^2-12y+36=45+45$

$9(x-1)^2+(y-6)^2=90 \quad (*)$

(2) $36x^2-12yx+y^2=x(y-6)-(y-6)$

$(y-6x)^2=(x-1)(y-6)$

$\underset{b}{(x-1)}\ \underset{a}{(y-6)} \Rightarrow (y-6x)^2=(a-6b)^2$

$a^2\cdot 6b^2=ab$

$9a^2+b^2=90$ $\quad$ $(y-6)(6x-6)$

$(a-6b)^2=ab$

$(a-4b)(a-9b)=0 \Rightarrow \left[\begin{aligned} & y-6=4x-4 \\ & y-6=9x-9 \end{aligned}\right.$

a) $y-6=4x-4 \Rightarrow$ в (*) $\quad 9(x-1)^2+16(x-1)^2=90$

$\Rightarrow 25(x-1)^2=90;\ (x-1)^2=3{,}6=\frac{18}{5}\ x=\pm\sqrt{\frac{18}{5}}+1$

$y=4x+2 \Rightarrow \left[\begin{aligned} & x=\sqrt{\frac{18}{5}}+1,\ y=4\sqrt{\frac{18}{5}}+6 \quad (5) \\ & x=-\sqrt{\frac{18}{5}}+1;\ y=-4\sqrt{\frac{18}{5}}+6;\ (6) \end{aligned}\right.$

б) $y-6=9x-9$ $\quad \left[\begin{aligned} & y=15;\ x=2 \\ & y=-3;\ x=0 \end{aligned}\right.$ не удовл. условию

$y=9x-3$

Проверим: (5) удовл условию (3): $4\sqrt{\frac{18}{5}}+6-6\sqrt{\frac{18}{5}}-6$

$=-2\sqrt{\frac{18}{5}}<0$

неуд

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{b}\right) \Rightarrow f\left(\frac{a}{b}\right) - f(b) = f(a) + f\left(\frac{1}{b}\right) - f(b)$

$f\left(\frac{a}{b}\right) - \left(f(b) + f\left(\frac{1}{b}\right)\right) = f(a) - f(b)$

$f\left(\frac{a}{b}\right) - \underset{0}{f(1)} = f(a) - f(b)$

$f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) - f(b)$

$\Rightarrow$? сколько пар $(a; b)$ т.ч. $f(a) - f(b) < 0$

$f(b) > 0$; $f(a) = 0$;

Для a 9 вариантов, для b 15 вариантов.

$f(a) = 1$; $f(b) \geq 2$;

для a 8 вариантов, для b 7 вариантов

$f(a) = 2$; $f(b) \geq 3$

для a 3 варианта для для b 5 вариантов

$f(a) = 3$; $f(b) \geq 4$

для a 2 варианта, для b 3 варианта;

$f(a) = 4$; $f(b) \geq 5$

для a 2 варианта, для b 1 вариант

Итого: $9 \cdot 15 + 8 \cdot 7 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 = 214.$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{(y-6)(x-1)} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$$9x^2-18x+9+y^2-12y+36-18=0$$

$$(3x-3)^2+(y-6)^2=0$$

$$\begin{cases} 3x-3=0 \\ y-6=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases}$$

$\cancel{x^2-26x=\alpha}$ $\quad 26x-x^2=\alpha$

$$\alpha^{\log_5 12}+26x \geq x^2+13^{\log_5 \alpha}$$

$$\alpha^{\log_5 12}+\alpha \geq 13^{\log_5 \alpha}$$

№5

$f(1\cdot 1)=f(1)+f(1) \Rightarrow f(1)=2f(1) \Rightarrow f(1)=0$

$f(2)=f(2)+f(1) \Rightarrow f(2)=f(2)$

$f(ab)=f(a)+f(b)$; $f(p)=f[p/4]$;

$f(1\cdot 2)=f(1)+f(2) \Rightarrow f(1)=0$

$f(2)=[\frac{1}{2}]=0$; $f(3)=0$

$f(5)=1$; $f(6)=0$; $f(7)=1$; $f(8)=0$; $f(9)=0$;

$f(10)=1$; $f(11)=2$; $f(12)=0$; $f(13)=3$; $f(14)=1$;

$f(15)=1$; $f(16)=4$; $f(17)=4$; $f(18)=0$;

$f(19)=4$; $f(20)=1$; $f(21)=1$; $f(22)=2$; $f(23)=5$;

$f(24)=0$; $f(25)=2$; $f(26)=3$; $f(27)=0$; $f(28)=1$;

~~f(29)=4~~

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-6x=\sqrt{xy-6x-y+6} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{(y-6x)^2=xy-6x-y+6} \\ \cancel{(3x+y)^2} \end{cases}$$

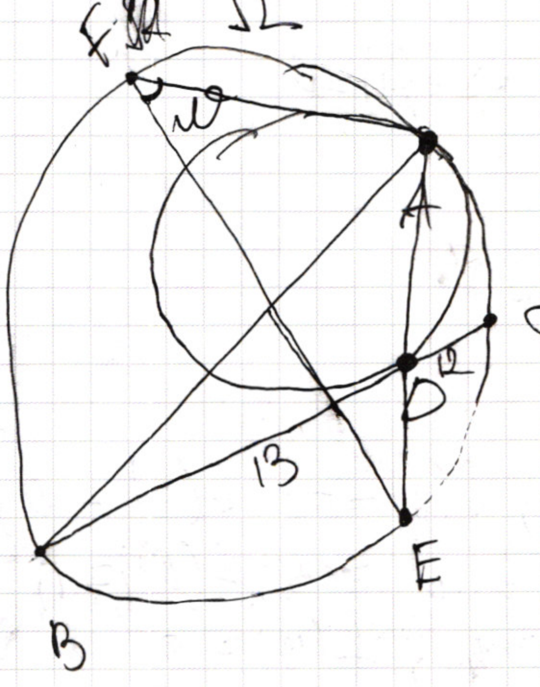
$$\begin{cases} y^2-12xy+36x^2=xy-6x-y+6 \\ 9x^2+y^2-18x-12y=45 \end{cases}$$

$y(x-1)-6(x-1)$

$(y-6)(x-1)$

$y^2-12xy+36x^2=(y-6)(x-1)$

$(y-6x)^2=(y-6)(x-1)$



$\angle AFE$; $S_{\triangle AEF}$; $CD=12$, $BC=13$.

$x\in\{4;6;8;9;12;~~18~~;16;18;24;27\}$

$\Rightarrow f(x)=0$ таких x - 9.

$x\in\{5;7;10;14;15;20;21;28\}$ $f=1$

таких x - 8.

$x\in\{11;22;25\}$ $f(x)=2$;

таких x - 3;

$x\in\{13;26)$ $f(x)=3$; таких x - 2;

$x\in\{17;19\}$ $f(x)=4$; таких x - 2.

и $f(x)=5$ $x=23$, один!

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)