МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 2

ШИФР ________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{2}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6}, \\ x^2+36y^2-12x-36y=45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$10x+\left|x^2-10x\right|^{\log_3 4}\geqslant x^2+5^{\log_3\left(10x-x^2\right)}.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{15}{2}$, $BD=\frac{17}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $2\leqslant x\leqslant 25$, $2\leqslant y\leqslant 25$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{16x-16}{4x-5}\leqslant ax+b\leqslant -32x^2+36x-3$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[\frac{1}{4};1\right]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $KLMN$, вершина N которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра KN. Известно, что $KL=3$, $KM=1$, $MN=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра LM. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\begin{cases} x-12y=\sqrt{2xy-12y-x+6} \\ x^2+36y^2-12x-36y=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-12y=\sqrt{(2y-1)(x-6)} \\ (x-6)^2+9(2y-1)^2=90 \end{cases}$$

Сделаем замену $a=x-6$, заметим, что $x-12y=a-6b$

$b=2y-1$

Так как замены линейные, то новая ~~данная~~ система равносильна исходной, получаем:

$$\begin{cases} a-6b=\sqrt{ba} & (1) \\ a^2+9b^2=90 & (2) \end{cases}$$

Если $b=0$, то из (1) $a=0$, но тогда эти a и b не подходят во (2), т.к. $0+0\neq 90$. Значит $b\neq 0$

Возведем первое равенство в квадрат и получим следствие:

$$a^2-12ab+36b^2=ab \Leftrightarrow a^2-13ab+36b^2=0 \quad \Big| :b^2 \ (b\neq 0)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2-13\left(\frac{a}{b}\right)+36=0$$

$\frac{a}{b}=9$ или $\frac{a}{b}=4$ – по т. Виета

1) $\frac{a}{b}=9 \Leftrightarrow a=9b$, подставим в (2): $81b^2+9b^2=90$

Тогда $b=1$ и $a=9$ или $b=-1$ и $a=-9$.

а) $b=-1$ и $a=-9$ подставим в (1) $-3=\sqrt{9}$ – неверно

б) $b=1$ и $a=9$ подставим в (1) $3=\sqrt{9}$ – верно

данные a и b удовлетворяют нашей системе, а значит можем найти x и y. $x=a+6=15$

$y=\frac{b+1}{2}=1$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Аналогично разбираем 2-ой случай:

2) $\frac{a}{b}=4 \Leftrightarrow a=4b$

подставим в (2) $16b^2+9b^2=90$

$b=\sqrt{\frac{18}{5}}$ или $b=-\sqrt{\frac{18}{5}}$

а) $b=\sqrt{\frac{18}{5}}$, тогда $a=4\sqrt{\frac{18}{5}}$

подставим в (1) $-2\sqrt{\frac{18}{5}}=\sqrt{4\cdot\frac{18}{5}}$ - неверно

б) $b=-\sqrt{\frac{18}{5}}$, тогда $a=-4\sqrt{\frac{18}{5}}$

подставим в (1) $2\sqrt{\frac{18}{5}}=\sqrt{4\cdot\frac{18}{5}}$ - верно

находим x и y:

$x=a+6=6-4\sqrt{\frac{18}{5}}$

$y=\frac{b+1}{2}=\frac{1-\sqrt{\frac{18}{5}}}{2}$

Ответ: $(15;1)$ $\left(6-4\sqrt{\frac{18}{5}};\ \frac{1-\sqrt{\frac{18}{5}}}{2}\right)$

№3

$$10x+|x^2-10x|^{\log_3 4}\geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$$

ОДЗ: $10x-x^2>0 \Leftrightarrow x\in(0;10)$

Так как $x\in(0;10)$ по ОДЗ, то $x^2-10x<0$, тогда можем раскрыть модуль, получим:

$$10x+(10x-x^2)^{\log_3 4}\geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)}$$

на ОДЗ верны преобразования:

$$10x+4^{\log_3(10x-x^2)}\geq x^2+5^{\log_3(10x-x^2)} \Leftrightarrow 10-x^2+4^{\log_3(10x-x^2)}\geq 5^{\log_3(10x-x^2)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3^{\log_3(10-x^2)}+4^{\log_3(10x-x^2)}\geq 5^{\log_3(10x-x^2)}$$ на ОДЗ

Сделаем замену $a=10x-x^2$, получим: $a\in(0;25)$

$3^{\log_3 a}+4^{\log_3 a}\geq 5^{\log_3 a}$ $\quad |: 4^{\log_3 a}\neq 0$ ни при каком a

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{\log_3 a}+1\geq\left(\frac{5}{4}\right)^{\log_3 a}$$

1) при $a<1$, $\log_3 a<0$, тогда $\left(\frac{3}{4}\right)^{\log_3 a}>\left(\frac{5}{4}\right)^{\log_3 a} \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{|\log_3 a|}>\left(\frac{4}{5}\right)^{|\log_3 a|}$
$\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{\log_3 a}>1,\ a\ \left(\frac{5}{4}\right)^{\log_3 a}<1\right)$

2) при $a\geq1$, $\log_3 a\geq0$ и $\log_3 a$ монотонно возрастает.

Рассмотрим функцию $f(x)=\left(\frac{3}{4}\right)^{\log_3 a}+1$ и $g(x)=\left(\frac{5}{4}\right)^{\log_3 a}$.
т.к. $\log_3 a$ монотонно возрастает, а основание показательной ~~~~ функции меньше 1 $\left(\frac{3}{4}\right)$, то $f(x)$ монотонно убывает, а $g(x)$ монотонно возрастает, т.к. $\frac{5}{4}>1$. Значит их графики могут пересечься не более 1 раза

при $a=1$: $\left(\frac{3}{4}\right)^{\log_3 1}+1\geq\left(\frac{5}{4}\right)^{\log_3 1} \Leftrightarrow 1+1\geq1$ – верно
$f(x)>g(x)$

а при $a=9$ достигается равенство:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{\log_3 9}+1\geq\left(\frac{5}{4}\right)^{\log_3 9} \Leftrightarrow \frac{9}{16}+1\geq\frac{25}{16} \Leftrightarrow \frac{25}{16}=\frac{25}{16}\text{ – верно,}$$

т.е. при $a>9$ $g(x)>f(x)$

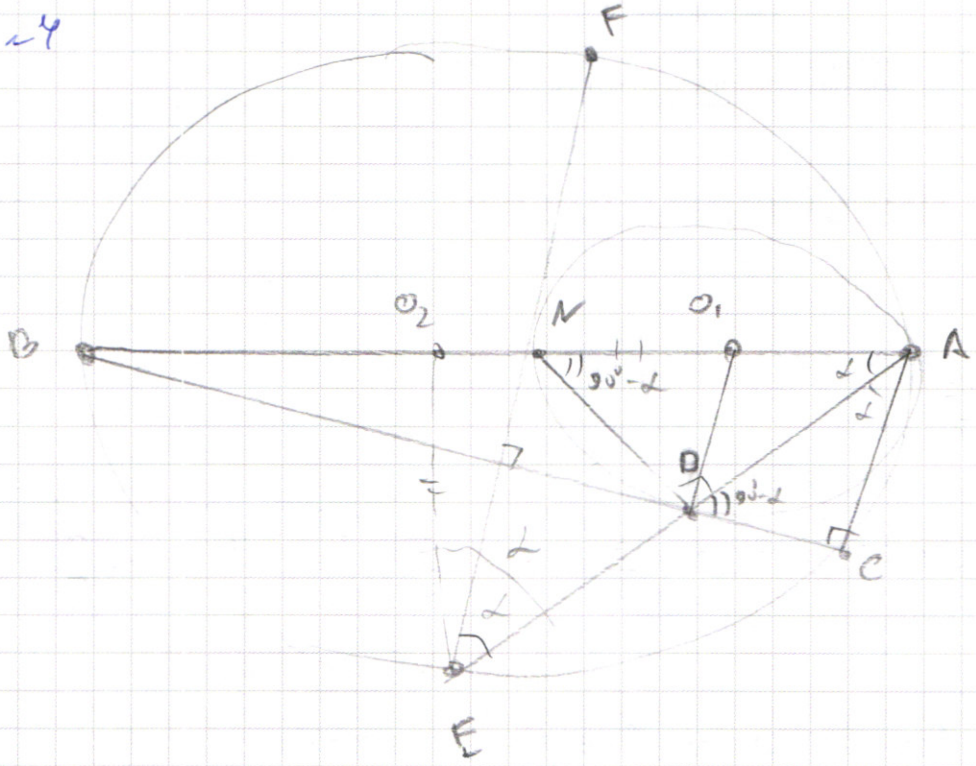
Значит на ОДЗ нам подходят $a\in(0;9]$

Делаем обратную замену

$0<10x-x^2\leq9 \Leftrightarrow x\in(0;1]\cup[9;10)$ по ОДЗ:

Ответ: $(0;1]\cup[9;10)$

№4



1) Отметим центр ω O_1 и центр Ω O_2 на диаметр AN окр. ω

2) Проведем DO_1

3) Пусть ~~...~~ $\angle NAD = \alpha$

4) $\angle BCA = 90°$ - опирается на диаметр

5) $FE \parallel AC$, т.к. $FE \perp BC$ и $AC \perp BC$

6) ~~...~~ $\angle NDA = 90°$ - опирает. на диаметр

7) $\angle AND = 90° - \angle NAD = 90° - \alpha$

8) $\angle ADC = \angle AND = 90° - \alpha$ - угол между хордой и касательной

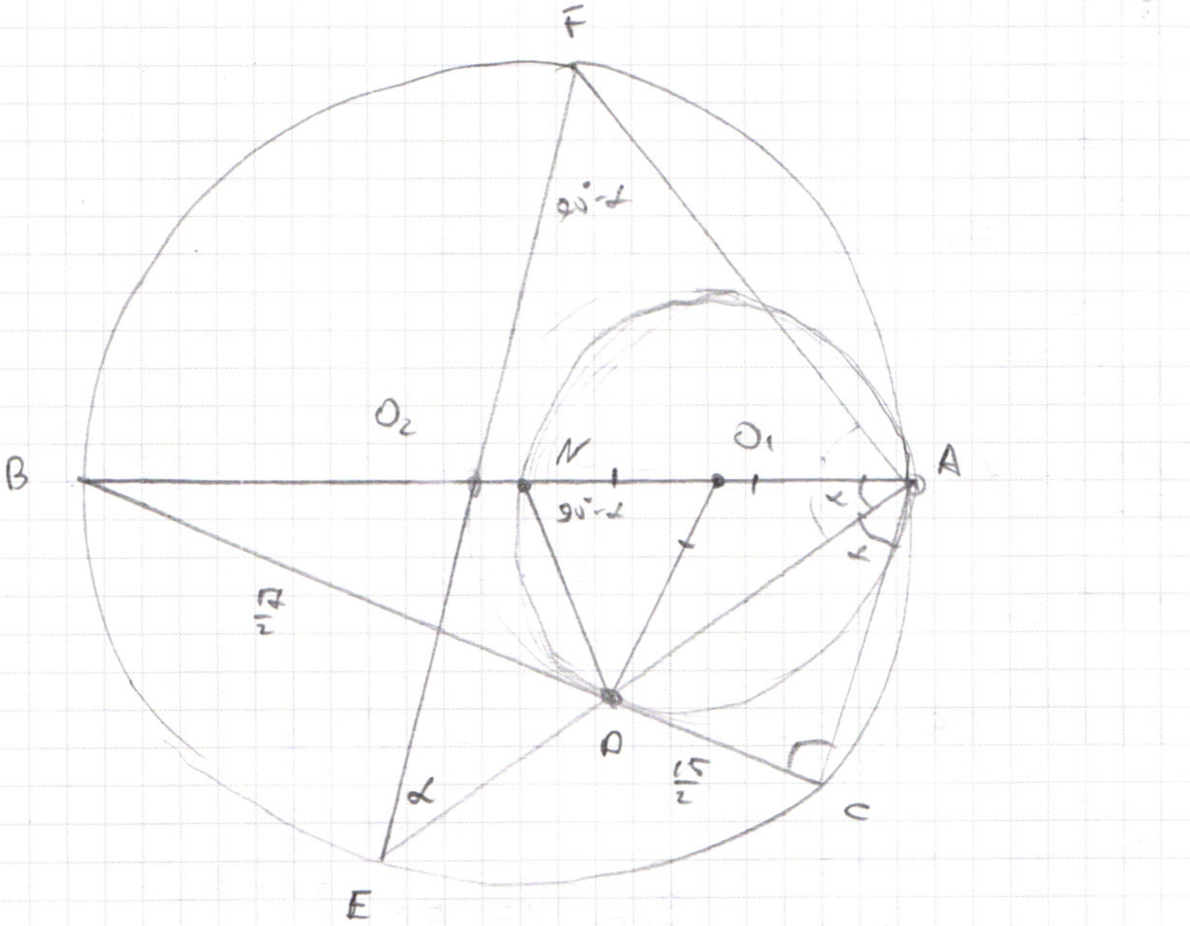
9) $\angle CAD = 90° - \angle ADC = \alpha$

10) $\angle FEA = \angle CAD = \alpha$ - накрест лежащие при $FE \parallel AC$

11) $O_2E = O_2A$ = радиусы $\Rightarrow \triangle O_2EA$ - равноб. и $\angle O_2EA = \angle O_2AE = \alpha$

12) Но тогда значит, что EF проходит через O_2.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) аналогично получаем, что $\angle NAD = \angle DAC = \alpha$

2) $\cancel{B}$ $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{17}{15}$ — по св-у биссектрисы

3) Пусть $AB = 17x$, $AC = 15x$

тогда по т. Пифагора $225x^2 + \left(\frac{17}{2} + \frac{15}{2}\right)^2 = 289x^2$

$64x^2 = 256 \Rightarrow \underline{x = 2}$

R — радиус Ω, r — рад. ω

$AB = 2R = 17x = 34. \Rightarrow \underline{R = 17}$

4) По свойству секущей и касательной имеем:

$BD^2 = BN \cdot NA$ $\quad \left(\frac{17}{2}\right)^2 = (2R - 2r)2R$

$4R^2 - 4Rr = \frac{289}{4}$

$\underbrace{4\cdot 17^2}_{68} - 4\cdot 17\cdot r = \frac{289}{4}^{17}$

$4r = \cancel{\frac{17}{4}}\, 68 - \frac{17}{4}$

$r = 17 - \frac{17}{16}$.

~~$AC = 30x$~~ $\angle EAF$ - прямой - на диаметр

$AC = 15x = 30$

$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{30^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2}$

$\cancel{\frac{AD}{AE}}\ \frac{AD}{AE} = \frac{AN}{EF} = \frac{2r}{2R} = \frac{r}{R}$ - из подобия $\triangle ADN$ и $\triangle EAF$

$\Rightarrow AE = \frac{AD\cdot R}{r}$

$\frac{AE}{\sin\angle AFE} = 2R$ - по т. синусов

$\sin\angle AFE = \cancel{\frac{AR}{}}\ \frac{AE}{2R} = \frac{AD\cdot \cancel{R}}{r\cdot 2\cancel{R}} = \frac{AD}{r} = \frac{\sqrt{30^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2}}{2\left(17 - \frac{17}{16}\right)}$

$\angle AFE = \arcsin \frac{\sqrt{30^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2}}{2\left(17 - \frac{17}{16}\right)}$ $\quad S_{\triangle AFE} = \frac{AE\cdot FA}{2}$ $\quad FA = \sqrt{4R^2 - AE^2}$

От: $17;\ 17 - \frac{17}{16}$;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cdot 2 \quad = 3\sqrt{\frac{2}{5}}$

$\cancel{2\sin\alpha\cos\beta}$

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\cos 2\beta + 2\sin 2\beta\cos^2\alpha - \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5}$

$b = \sqrt{\frac{18}{5}}$

$2\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\cos 2\beta + 2\sin 2\beta - \frac{\sin 2\beta}{\cos^2\alpha} = -\frac{1}{\sqrt5\cos^2\alpha} \quad |\cos^2\alpha$

$28b^2 = 90$

$5b^2 = 18$

№2

$$\begin{cases} x - 12y = \sqrt{2xy - 12y - x + 6} \\ x^2 + 36y^2 - 12x - 36y = 45 \end{cases}$$

$6\cdot 2\cdot -3 \quad \sqrt{2y(x-6) + (x-6)}$

$\sqrt{(2y-1)(x-6)}$

(2) $(x-6)^2 + \underbrace{(6y-3)^2}_{3(2y-1)^2} = 45 + 36 + 9 = 90$

$\begin{cases} x-6 = a \\ 2y - 1 = b \end{cases}$

$x^2 - 24xy + 144y^2 = 2xy - 12y - x + 6$

$x^2 - 28xy + x + 12y + 144y^2 - 6 = 0$

$a - 6b$

$x - 6 = 9 \Rightarrow x = 15$

$(x-6)^2 + 9(2y-1)^2 = 90$

$y = \frac{b+1}{2} = 1 \quad 9 \quad 4 = 1$

возводим в квадрат

$b \neq 0$

$$\begin{cases} a - 6b = \sqrt{ab} \\ a^2 + 9b^2 = 90 \end{cases}$$

$a^2 - 12ab + 36b^2 = ab \qquad 1 : b^2$

$\cancel{a^2 \dots} \; ab = 0 \quad \frac{a}{b}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 13\left(\frac{a}{b}\right) + 36 = 0$

$-9 + 6$

-3

подходит

$\frac{a}{b} = 9$ или $\frac{a}{b} = 4$

$a = 9b \qquad 81b^2 + 9b^2 = 90 \quad b = 1 \quad a = 9$

$b = -1 \quad a = -9$ не подходит

№3 $10x + |x^2 - 10x|^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x - x^2)}$

ОДЗ: $10x - x^2 > 0$

$x^2 - 10x < 0$

$x(x-10) < 0$

$x \in (0; 10)$

$10x + (10x - x^2)^{\log_3 4} \geq x^2 + 5^{\log_3(10x-x^2)}$

на ОДЗ верно:

$a = 1$

$a = 9$

$10x + (10x - x^2)^{\log_3 4} \geq x^2 + (10x - x^2)^{\log_3 5}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^{\log_3 a} \sim \left(\frac{5}{4}\right)^{\log_3 a}$

$\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4}\right)(\log_3 a - 1)$

$10x - x^2 + (10x - x^2)^{\log_3 4} - (10x - x^2)^{\log_3 5} \geq 0$

$10x - x^2 = a > 0$

$a < 1$ верно

$a^{\log_3 3} + a^{\log_3 4} - a^{\log_3 5} \geq 0$

$10x - x^2 | a$

$25; 0$

$x^3 = 3x^2$

$1 < a < 3$

$a = 1$

$f'(x) = \cancel{a^{\log_3 3}} \cdot \ln a$

$a > 1$ верно

$\log_3 3 \cdot a$ $\quad \frac{1 + \log_3 4 \cdot a^{\log_3 \frac{4}{3}} - \log_3 5 \cdot a^{\log_3 \frac{5}{3}}}{}$

Монотонно возрастает функция сумма

$0 \quad 10$

$\log_3 3 - 1 = \log_3 3 - 1 = 0$

$10x - x^2$

$a < 1$ верно $\quad \log_3 4 - 1 = \log_3 4 - \log_3 3 = \log_3 \frac{4}{3}$

$(-25; 0)$

$1 < a < 3$

$a > 3$

$(0; 5]$

$x^2 - 10x + 9 \geq 0$

$9; 1$

$a < 1$ верно

$(0; 25)$

$\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{x} = 1$

$\frac{25}{16} = 1$

$(0; 1] \cup [9; 10)$

$\frac{25}{16}$

>0

при $a = 9$ должно равенство

$a\left(1 + a^{\log_3 \frac{4}{3}}\right) \geq a^{\log_3 5}$ будет левее

$1 + a^{\log_3 \frac{4}{3}} - a^{\log_3 \frac{5}{3}} \geq 0$

$a \leq 3$, $a \leq 9$ верно

$a \leq 1$ $\quad a + a^{\log_3 4} - a^{\log_3 5} \sim (a-1)(\log_3 4 - \log_3 5)$

верно $\quad 3^{\log_3 a} + 4^{\log_3 a} \geq 5^{\log_3 a}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^{\log_3 a} + 1 \geq \left(\frac{5}{4}\right)^{\log_3 a}$ $\quad a \leq 9$

$a > 3$

- [x] черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$2R(R-2r)=\left(\frac{17}{2}\right)^2$$

$$2R^2-4Rr=\frac{289}{2}$$

$2R$

$$4R^2-8Rr=289$$

$$x^2-\left(\frac{15}{2}\right)^2+16^2=(x+y)^2+\left(\frac{17}{2}\right)^2-y^2$$

$$\frac{AF}{\sin AFE}=2R$$

$$\sin AFE=\frac{AF}{2R}$$

$$\frac{2R}{AO}=\frac{AF}{R}$$

$$2R^2=(x+y)^2$$

$$\frac{x+\frac{255}{4x}}{x}=\frac{4x^2+255}{4x^2}$$

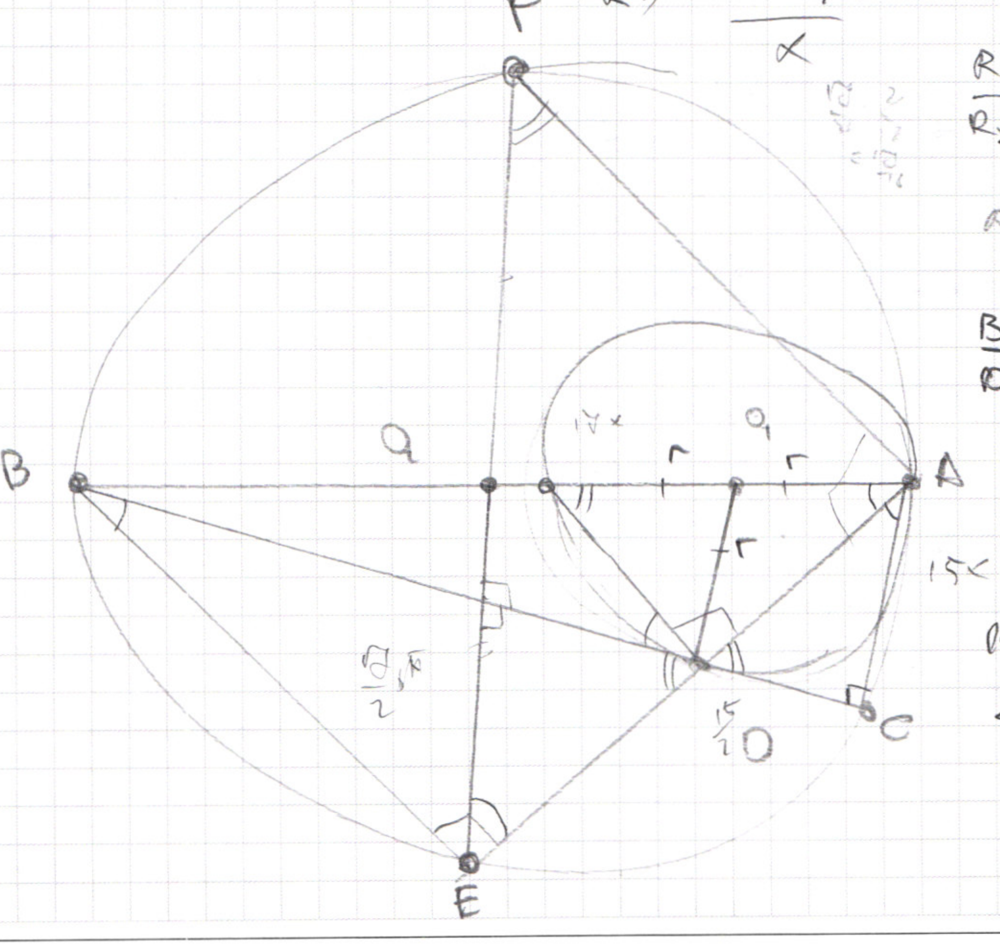
$$\frac{AD}{AF}$$

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{OA}{AF}$$

$$AO\cdot DE=\frac{255}{4}$$

$$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}=\frac{17}{15}$$

$$\frac{AO}{AF}$$



$$16^2+15x^2=17x^2$$

$$256+225x^2=289x^2$$

$$64x^2=256$$

$$x^2=4$$

$$x=2$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos\alpha \neq 0$

$\cos 2\beta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sqrt{1-\frac{5}{25}} =$

$\frac{1}{8}$

$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

$\sin 2\beta = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sqrt{\frac{4}{5}}$

$\pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\cos(2\alpha+2\beta) = \sqrt{1-\frac{1}{5}} = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$

$-\frac{\sqrt{5}}{5}$

$-\cos 2\beta$

$\sin(2\alpha+2\beta+2\beta) =$

$= \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \sin 2\beta\cdot\cos(2\alpha+2\beta) =$

$= -\frac{\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{\sqrt{5}}{5} \pm \frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\frac{-16x-16}{4x-5}$

$\frac{16x-20}{4}$

$4+\frac{4}{4x-5}$

$\sin(2\alpha+2\beta)$ $-\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} \pm \frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{1}{5} \pm \frac{4}{5} = \frac{3}{5}; -1$

~~$\sin(2\alpha+2\beta)$~~ $= \frac{3}{5}$ или -1

$\frac{16x-16}{4x-5}$ $4x-8$

$\sin(2\alpha+4\beta) = \frac{3}{5}$ или -1

отв

отв

$\sin 2\alpha =$

$3x^2+36x+3$

$36^2 - 32\cdot4\cdot3$

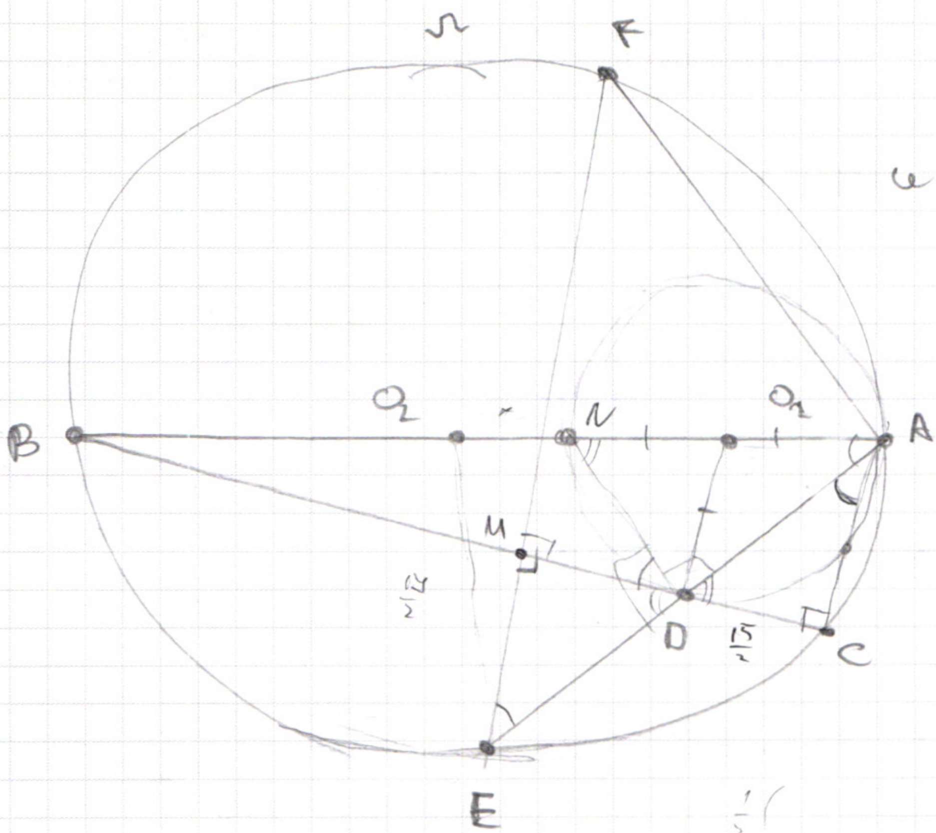
$R_1 = ?$ $R_2 = ?$

$\angle AFE = ?$

$S_{AFE} = ?$

$CD = \frac{15}{2}$

$BD = \frac{17}{2}$



1) $\angle FAC = 90°$ опирается [illegible]

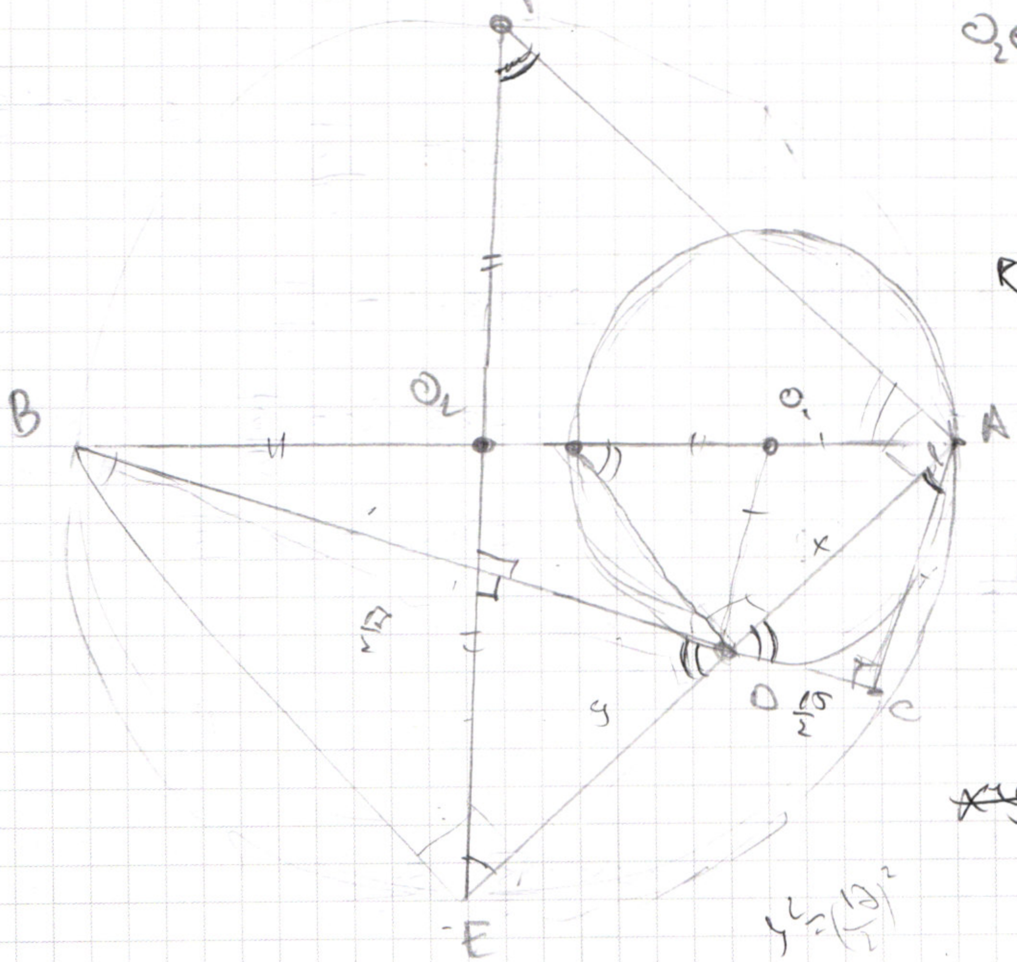
$BN \cdot AB = \left(\frac{17}{2}\right)^2$

$(R+x)\, 2R = \left(\frac{17}{2}\right)^2$

$O_2 \in EF$

$\frac{R_2}{R_1} = \frac{EA}{DA} = \frac{(x+y)}{x}$

$R+R$



$ED \cdot DA = BD \cdot DC = \frac{255}{4}$

$xy = \frac{255}{4}$

$\cancel{xy}\ x = \frac{255}{4y}$

$y^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1
$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$\cos\alpha = ?$

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{2}{5}$

$-\frac{2}{\sqrt5}$ $\quad -\frac{2}{5}$

$\frac{2}{5}\cdot\frac{\sqrt5}{2} = \frac{\sqrt5}{5}$

$-\frac{2}{\sqrt5}$

$2\sin\alpha\cos\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta(2\cos^2\alpha - 1)$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin 2\beta = \pm\sqrt{\frac{5-\sqrt5}{5}}$

$\frac{-2}{\sqrt5}\cos\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{5}$ $\qquad \cos 2\beta = \frac{\sqrt5}{5}$

$\frac{-2}{\sqrt5}\cos\beta + 2\sin\alpha\cos\beta + \frac{2}{5}$ $\qquad 2\cos^2\beta - 1 = \frac{\sqrt5}{5}$

$\cos\beta = \pm\sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt5}{5}}{2}}$ $\qquad 1-2\sin^2\alpha = \frac{\sqrt5}{5}$ $\qquad \frac{5-\sqrt5}{10}$

$\sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt5}{5}}{2}}$

① $\sin\alpha = \sqrt{\frac{5-\sqrt5}{10}}$

$\cos\beta = \sqrt{\frac{5+\sqrt5}{10}}$

$1-\frac{5-\sqrt5}{10} = \sqrt{\frac{5+\sqrt5}{10}}$

$\sin(2\alpha+2\beta) =$

$\sin\alpha +$ / $\cos\alpha +$ $\quad$ $\sin\alpha -$ / $\cos\alpha +$

$\frac{30\sqrt5 - 10\sqrt5}{25} = \frac{6-2\sqrt5}{5}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{\sqrt5}{5} \pm \frac{5-\sqrt5}{5}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\sin\alpha -$ / $\cos\alpha -$ $\quad$ $\sin\alpha -$ / $\cos\alpha +$

$\frac{1}{5} + \frac{6-2\sqrt5}{5} = \frac{7-2\sqrt5}{5}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)