МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \qquad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geqslant |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 27$, $3 \leqslant y \leqslant 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax + b \geqslant 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}$

$2\sin\frac{2\alpha+4\beta+2\alpha}{2}\cos\frac{2\alpha+4\beta-2\alpha}{2}=-\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta=-\frac{4}{17}$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta=-\frac{4}{17}$

$\cos 2\beta=+\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta=\pm\sqrt{1-\frac{16}{17}}=\pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta+\sin 2\beta\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta=\frac{1}{\sqrt{17}}$:

$\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}+\cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}}=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=-1$

$8\sin\cancel{2}\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

$\cos^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha=0 \quad |:\cos^2\alpha$

т.к. $tg\,\alpha$ определен, то $\cos\alpha\neq 0$

$1+4tg\,\alpha=0$

$tg\,\alpha=-\frac{1}{4}$

$\sin 2\beta=-\frac{1}{\sqrt{17}}$:

$8\sin\alpha\cos\alpha+\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=-\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

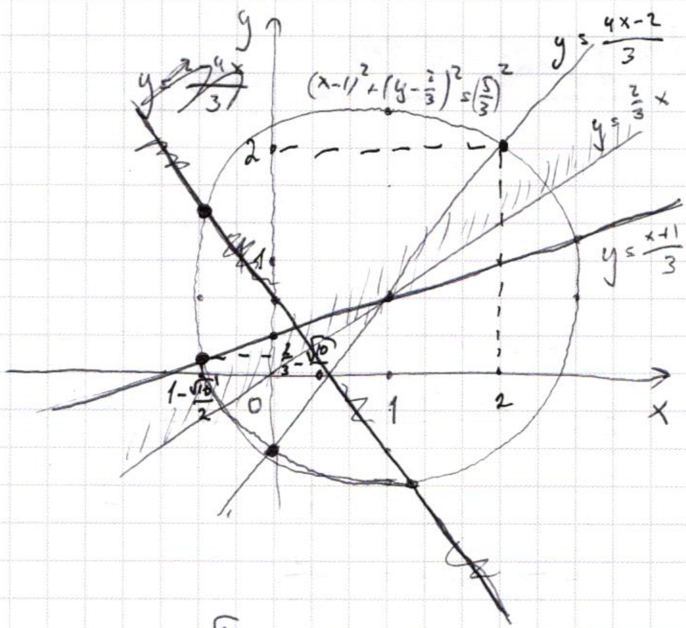
$4\sin\alpha\cos\alpha+\sin^2\alpha=0 \quad |:\cos^2\alpha$

$tg^2\alpha+4tg\,\alpha=0$

$tg\,\alpha(4+tg\,\alpha)=0$ $\quad tg\,\alpha=0$ или $tg\,\alpha=-4$ $\quad$ Ответ: 0; −4; −0,25

2.

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 3y - 2 + 2 - 2x = \sqrt{x(3y-2) - (3y-2)} \\ x^2 + y^2 - 2x - \frac{4}{3}y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3y-2) - (x-1)\cdot 2 = \sqrt{(x-1)(3y-2)} \\ (x-1)^2 + (y-\frac{2}{3})^2 = (\frac{5}{3})^2 \end{cases}$$

$3y - 2 = t \quad x - 1 = a$

$$\begin{cases} (t - a\cdot 2)^2 = \sqrt{at} \\ (x-1)^2 + (y-\frac{2}{3})^2 = (\frac{5}{3})^2 \end{cases}$$

$t^2 - 5at + 4a^2 = 0$

$D = 25a^2 - 4a^2 = (3a)^2$

$t = \frac{5a \pm |3a|}{2} = a$ или $4a$

$(t-a)(t-4a) = 0$

$(3y-2) = (x-1)$ или $(3y-2) = 4(x-1)$

$(3y - 2 - x + 1)(3y - 2 - 4x + 4) = 0$

$(3y - x - 1)(3y - 4x + 2) = 0$

1) $y = \frac{x+1}{3}$ или 2) $y = \frac{-2+4x}{3}$

$3y - 2x \geq 0$

$y \geq \frac{2}{3}x$

1) $3x^2 + \frac{(x+1)^2}{3} - 6x - \frac{4(x+1)}{3} = 4$

$9x^2 + x^2 + 2x + 1 - 18x - 4x - 4 = 12$

$10x^2 - 20x - 15 = 0$

$2x^2 - 4x - 3 = 0$

$D = 16 + 2\cdot 3\cdot 4 = 16 + 24 = 40$

$x_1 = \frac{4 - 2\sqrt{10}}{4} = 1 - \frac{\sqrt{10}}{2}$

$x_2 = 1 + \frac{\sqrt{10}}{2}$

$y_1 = \frac{2 - \frac{\sqrt{10}}{2}}{3} = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{10}}{6}$

$y_1 \geq \frac{2}{3}x_1$

$y_2 = \frac{2 + \frac{\sqrt{10}}{2}}{3} = \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{10}}{6}$

$y_2 < \frac{2}{3}x$, неуд.

2) $3x^2 + \frac{(-2+4x)^2}{3} - 6x - \frac{4}{3}(-2+4x) = 4$

~~$9x^2 + 4 - 16x + 16x^2 - 18x - 8 + 16x = 12$~~

~~$25x^2 - 18x - 16 = 0$~~

~~$D = 1924 = 2\sqrt{481}$~~

~~$x_3 = \frac{9}{25} - \frac{\sqrt{481}}{25}$ $\quad y_3 = \frac{2 - 36 + 4\sqrt{481}}{75} = \frac{-34 + 4\sqrt{481}}{75}$~~

$3x^2 + \frac{16x^2 - 16x + 4}{3} - 6x + \frac{4(2-4x)}{3} = 4$

$9x^2 + 16x^2 - 16x + 4 - 18x + 8 - 16x = 12$

$25x^2 - 50x = 0$

$x^2 - 2x = 0$

$x_3 = 0 \quad x_4 = 2$

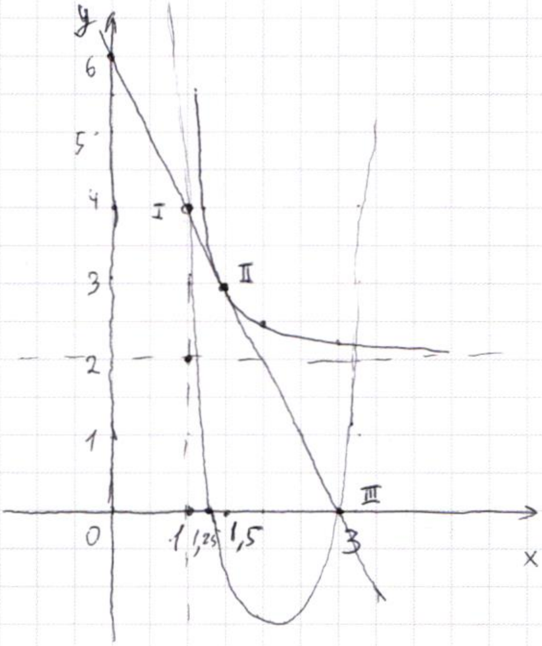
$y_3 = -\frac{2}{3} \quad y_4 = 2$

$y_3 < \frac{2}{3}x_2$ неуд $\quad y_4 \geq \frac{2}{3}x_4$

Ответ: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{10}}{2} \\ y = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{10}}{6} \end{cases}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6. $\frac{4x-3}{2x-2} = 2 + \frac{1}{2(x-1)}$



$x=1: \ 8-34+30=4$

$8x^2-34x+30 = 8(x-1,25)(x-3)$

по условию $y=ax+b$ должно быть $\geq$ точки I $(1;4)$ (т.к. $\geq 8x^2-34x+30$)

$\leq$ точки II $(1,5;3)$ (т.к. $\leq \frac{4x-3}{2x-2}$)

и $\geq$ точки III $(3;0)$ (т.к. $\geq 8x^2-34x+30$)

но эти точки лежат на 1 прямой ($y=6-2x$), значит прямая, удовлетворяющая этим условиям одна)

Ответ: $\begin{cases} a=-2 \\ b=6 \end{cases}$

5. посчитаем значение $f()$ от простых чисел до 27:

$f(2)=0$ $\quad f(5)=1$ $\quad f(11)=2$ $\quad f(17)=4$ $\quad f(23)=5$

$f(3)=0$ $\quad f(7)=1$ $\quad f(13)=3$ $\quad f(19)=4$

$f(x/y) + f(y) = f(x)$

$f(x/y) = f(x) - f(y)$ $\qquad f(x) < f(y)$

$f(n) = f(p_1) + f(p_2) + \ldots f(p_n)$ $\quad p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \ldots p_n = n$ $\quad p$ - простые числа

найдем значение $f()$ для чисел от 3 до 27:

3:0	8:0	13:3	18:0	23:5
4:0	9:0	14:1	19:4	24:0
5:1	10:1	15:1	20:1	25:2
6:0	11:2	16:0	21:1	26:3
7:1	12:0	17:4	22:2	27:0

кол-во таких пар: = 229

	кол-во		кол-во больше		итог
0:	10	·	15	=	150
1:	7	·	8	=	56
2:	3	·	5	=	15
3:	2	·	3	=	6
4:	2	·	1	=	2
5:	1	·	0	=	0

$= 150+56+15+6+2$

Ответ: 229

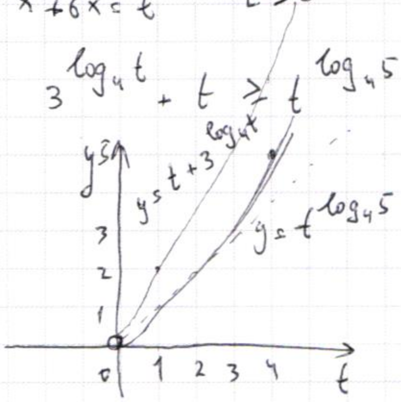
3. $3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$

$x^2+6x>0$

$x\in(-\infty;-6)\cup(0;+\infty)$

$x^2+6x=t \qquad t>0$

$3^{\log_4 t}+t \geq t^{\log_4 5}$



$3^{\log_4 t}+t > t^{\log_4 5}$

на $(0;+\infty)$

Значит

$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$ на $(0;+\infty)$

Ответ: $(-\infty;-6)\cup(0;+\infty)$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ $\quad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{8}{17}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$2\sin\frac{2\alpha+4\beta+2\alpha}{2}\cos\frac{4\beta}{2} = -\frac{8}{17}$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - ?$ $\quad \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\beta} = \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\beta-\sin^2\beta}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{4}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{4}{17}\cdot\sqrt{17} = \frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cdot\frac{4}{\sqrt{17}} \pm \cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2\alpha \pm \cos 2\alpha = -1$

$8\sin\alpha\cos\alpha \pm(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha) = -1$

$\sin 2\beta = \pm\sqrt{1-\frac{16}{17}} = \pm\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$:

$8\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha = -\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

$\cos^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha = 0$

~~$1-\sin^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha=0$~~

~~$\sin^2\alpha-4\sin\alpha\cos\alpha-1=0$~~

$1+4\operatorname{tg}\alpha = 0$

$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{1}{4}$

$\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$:

$8\sin\alpha\cos\alpha-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha = -\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

$4\sin\alpha\cos\alpha+\sin^2\alpha = 0$

$\operatorname{tg}^2\alpha+4\operatorname{tg}\alpha = 0$

$\operatorname{tg}\alpha(\operatorname{tg}\alpha+4) = 0$

$\operatorname{tg}\alpha = 0$ или $\operatorname{tg}\alpha = -4$

$x(x-2)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

2.

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2} \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4 \end{cases}$$

$3y - 2x \geq 0$:

$$\begin{cases} 9y^2 - 12yx + 4x^2 = 3xy - 2x - 3y + 2 \\ 3y^2 + 3x^2 = +6x + 4y \quad 4 \end{cases}$$

$\cancel{6y^2 - 15yx + x^2 = -8x - 7y - 2}$

$\cancel{3(x^2 - 2x + 1) - 3 + 3(y^2 - \frac{4}{3}y +}$

$x^2 + y^2 - 2x - \frac{4}{3}y = \frac{4}{3}$

$(x-1)^2 + y^2 - \frac{4}{3}y = \frac{7}{3}$

$(x-1)^2 + (y - \frac{2}{3})^2 = \frac{7}{3} + \frac{4}{9}$

$(x-1)^2 + (y - \frac{2}{3})^2 = (\frac{5}{3})^2$

$3xy - 2x - 3y + 2$

$3y(x-1) - 2(x-1) = (x-1)(3y-2)$

$3y - 2x - 2 + 2 = (3y-2) - 2(x-1)$

$(3y-2)^2 - 4(x-1)(3y-2) + 4(x-1)^2 = (x-1)(3y-2)$

$(3y-2)^2 - 5(x-1)(3y-2) + 4(x-1)^2 = 0$

$(3y-2) = t \quad (x-1) = a$

$t^2 - 5at + 4a^2 = 0$

$D = 25a^2 - 16a^2 = (3a)^2$

$t = \frac{5a - 3a}{2} = a$ или $4a$

$(3y-2) = (x-1)$ или $(3y-2) = 4(x-1)$

$(3y - 2 - x + 1)(3y - 2 - 4x + 4) = 0$

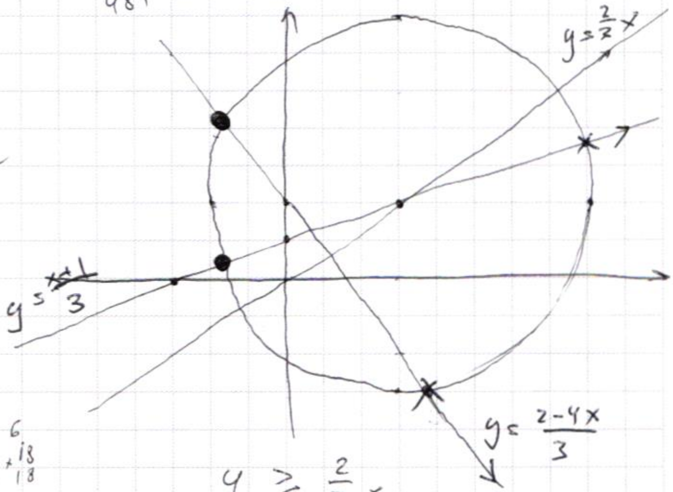
$(3y - x - 1)(3y - 4x + 2) = 0$

$y = \frac{x+1}{3}$ или $y = \frac{2-4x}{3}$

37×13: 111, 37, 481

21×21: 21, 42, 441

$84 - 34$



$y \geq \frac{2}{3}x$

18×18: 144, 18, 324

$D = 324 + 16 \cdot 25 \cdot 4 =$

$= 324 + 1600$

$= 1924$

$\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{10}}{3} - (\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{10}}{6}) =$

$= -\frac{2\sqrt{10}}{6} + \frac{\sqrt{10}}{6} =$

$= -\frac{\sqrt{10}}{6}$

$\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{10}}{6} - \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{10}}{3} = -\frac{\sqrt{10}}{6}$

$1924 : 4 =$

$= 481$

$481 : 13 = 37$

$x = \frac{18 - 2\sqrt{481}}{50} =$

$= \frac{9}{25} - \frac{\sqrt{481}}{25}$

$\frac{9}{25} - \frac{21}{25} = -\frac{11}{25}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(2)=0$ $f(5)=1$ $f(11)=2$ $f(17)=4$ $f(23)=5$

$f(3)=0$ $f(7)=1$ $f(13)=3$ $f(19)=4$

3:0
4:0
5:1
6:0
7:1
8:0
9:0
10:1
11:2
12:0
13:3

14:1
15:1
16:0
17:4
18:0
19:4
20:1
21:1
22:2
23:5
24:0
25:2

26:3
27:0

0: $9\cdot16=90+54=144$
1: $8\cdot9=72$
2: $3\cdot6=18$
3: $2\cdot4=8$
4: $2\cdot2=4$
5: $1\cdot1=1$
6: $1\cdot0=0$

$$3\left(1-\sqrt{10}+\frac{10}{4}\right)+3\left(\frac{4}{9}-\frac{4\sqrt{10}}{18}+\frac{10}{36}\right)-6+3\sqrt{10}-\frac{8}{3}+\frac{2\sqrt{10}}{3}=4$$

$$3\left(\frac{13}{9}-\sqrt{10}+\frac{10}{4}-\frac{4\sqrt{10}}{18}+\frac{10}{36}\right)+3\sqrt{10}-\frac{8}{3}+\frac{2\sqrt{10}}{3}=10$$

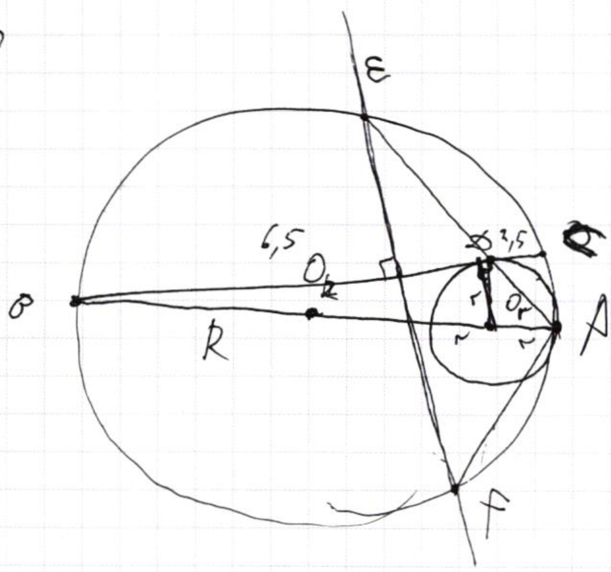
$$\frac{13}{3}-\cancel{3\sqrt{10}}+\frac{30}{4}-\cancel{\frac{2\sqrt{10}}{3}}+\frac{10}{12}+\cancel{3\sqrt{10}}-\frac{8}{3}+\cancel{\frac{2\sqrt{10}}{3}}=10$$

$$\frac{5}{3}+\frac{30}{4}+\frac{10}{12}=10$$

$$\frac{20}{12}+\frac{90}{12}+\frac{10}{12}=10$$

$$\frac{120}{120}=10$$

$$10=10$$



$$6{,}5^2+r^2=(2R-r)^2$$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. $3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5} - x^2$

$x^2+6x>0$

$x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$

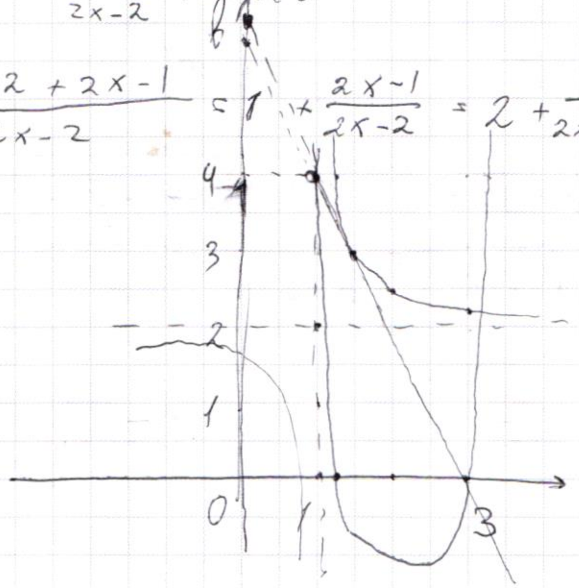
$3^{\log_4(x^2+6x)} + x^2+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}$

$x^2+6x = t \qquad t>0$

$3^{\log_4 t} + t \geq t^{\log_4 5}$

$\frac{4x-3}{2x-2} \geq ax+b$

$\frac{2x-2+2x-1}{2x-2} = 1 + \frac{2x-1}{2x-2} = 2 + \frac{1}{2x-2}$



$2 + \frac{1}{2x-2} = b + ax$

$2 - b = ax - \frac{1}{2x-2}$

$(2-b)(2x-2) = (2x-2)ax - 1$

$4x - 4 - 2bx + 2b = 2ax^2 - 2ax - 1$

$x(4-2b+2a) + x^2(-2a) - (3+2b) = 0$

$b+3a \geq 0$

$b+a \geq 4$

$-2a \geq 4$

$a \leq -2$

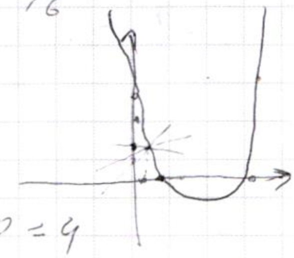
$34 \cdot 34$: 136, 102, 1156

$4 \cdot 8 \cdot 30 = 120 \cdot 8 = 800 + 160 = 960$

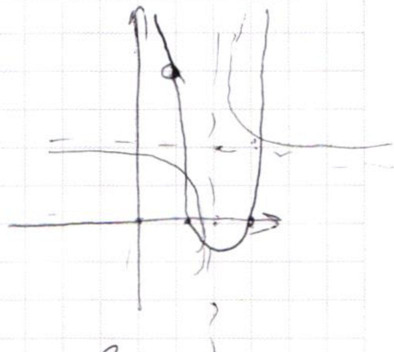
$40 + 156 = 196 = 14^2$

$\frac{34-14}{16} = 1{,}25$

$\frac{34+14}{16} = 3$



$8 - 34 + 30 = 4$



$b > 4$

$b \leq 6$

$b + a = 4 \qquad b \leq 6$

$b + 3a = 0$

$-2a = 4 \qquad b = b$

$a = -2$

$\boxed{b+a \geq 4}$

$\boxed{a \geq 4-b}$

$b \geq \quad \boxed{b+3a \geq 0}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$ax^2 + (b - a - 2)x + 1{,}5 - b = 0$

$D = 0$

$(b-a-2)^2 - a(6-4b) \leq 0$

$(b-a)^2 - 4(b+a) + 4 - 6a + 4ab \leq 0$

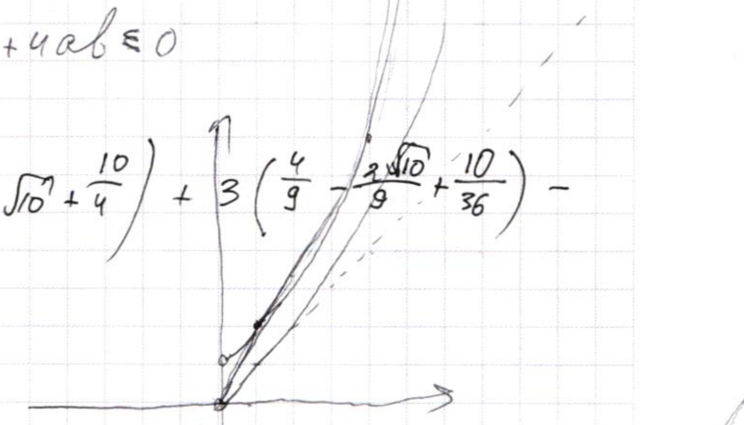
$b^2 - 2ab + a^2 - 4b + 4a + 4 - 6a + 4ab \leq 0$

$-2a + (b+a)^2 - 4b + 4 \leq 0$

$(b+a)^2 \leq 4b + 2a - 4$

$(\log_4 t)' = \frac{1}{\ln 4}$

$3\left(1 - \sqrt{10} + \frac{10}{4}\right) + 3\left(\frac{4}{9} - \frac{2\sqrt{10}}{9} + \frac{10}{36}\right) -$

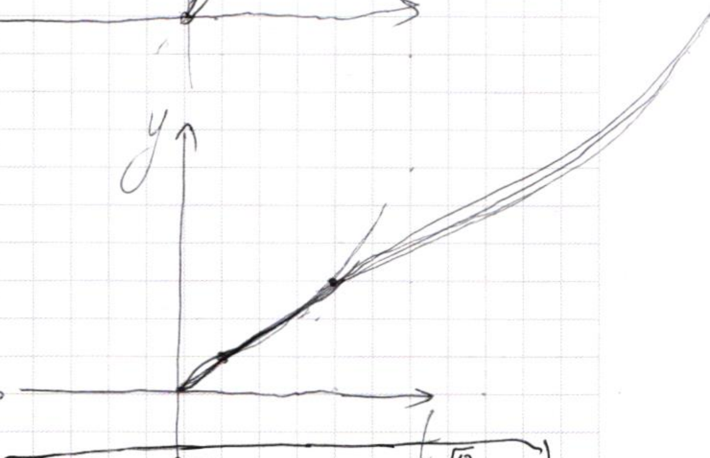


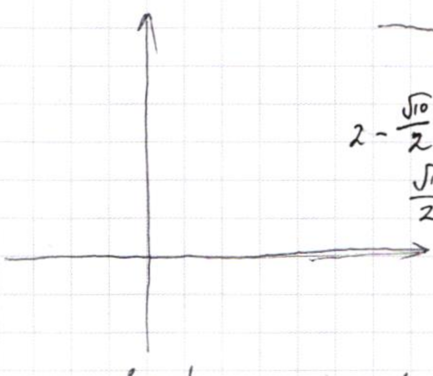
$3^{\log_4 t} + t \geq t^{\log_4 5}$

$(3^{\log_4 t})' = 3^{\log_4 t} \dots + 1$

$? + 1 \geq \log_4 5 \cdot t^{\log_4 5 - 1}$

$y = 3^{\log_4 t}$





$2 - \frac{\sqrt{10}}{2} - 2 + \sqrt{10} = \sqrt{\left(2 - \frac{\sqrt{10}}{2}\right)\left(1 - \frac{\sqrt{10}}{2}\right) - 2 + \sqrt{10} - 2 + \frac{\sqrt{10}}{2} + 2}$

$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\cancel{2 - \sqrt{10}} - \cancel{\frac{\sqrt{10}}{2}} + \frac{10}{4} \cancel{+2} + \cancel{1{,}5\sqrt{10}}}$

$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

$? + 1 \geq \log_4 5 \cdot t^{\log_4 \frac{5}{4}}$

$3^{\log_4 t} + t \geq t^{1 + \log_4 \frac{5}{4}}$

$3^{\log_4 t} \geq t\left(t^{\log \frac{5}{4}} - 1\right)$

$\frac{x}{y} \quad y \quad x$

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

$f(x) = f(p_{x1}) + f(p_{x2}) + \dots f(p_{xn})$

$f(y) = f(p_{y1}) + f(p_{y2}) + f(p_{y3}) \dots + \dots + f(p_{yn})$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)