МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 13x + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = 92, \\ y + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = -124. \end{cases}$$

2. [4 балла] Решите неравенство

$$\sqrt{\log_{3x^2} x^9} \leqslant \log_{9x^3} \frac{1}{x^3}.$$

3. [5 баллов] Найдите количество семизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12828.

4. [5 баллов] Даны равнобокая трапеция $ABCD$ (AD и BC – основания, $AD > BC$) и окружность ω с центром C, касающаяся стороны AD. Касательные к ω, проведённые из точки B, пересекают прямую AD в точках P и Q (точка P лежит между Q и D). На продолжении стороны CB за точку B выбрана точка N так, что $\angle CPN$ – прямой. Найдите углы ADC, NQC и площадь четырёхугольника $NCDQ$, если известно, что $\angle NCP = \operatorname{arctg} \dfrac{15}{8}$, $AP = 17$, $NC = 34$.

5. [5 баллов] Дана система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{3}\cos(x-y) = 7\cos\left(\frac{2\pi}{3} + y\right), \\ \cos(2x-y) + \sqrt{3}\sin(2x-y) = 12\sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right). \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y$, если известно, что оно определено и что этих значений не меньше двух.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+26}{2x+3} \leqslant ax + b \leqslant 1 + \sqrt{-\frac{33}{4} - 13x - x^2}$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{19}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

7. [6 баллов] Дан параллелепипед $KLMNK_1L_1M_1N_1$, грани KLL_1K_1 и $K_1L_1M_1N_1$ которого являются прямоугольниками. Сфера S касается прямых MM_1 и M_1N_1, плоскости $K_1L_1M_1$, а также плоскости KLL_1 в точке K. Эта сфера повторно пересекает отрезок KM_1 в точке A. Найдите $\angle KK_1N_1$ и объём параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$, если известно, что $AK = 3$, $AM_1 = 1$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $$\begin{cases} 13x + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = 92 \\ y + \sqrt[3]{169x^2 - y^2} = -124 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13x - y = 92 + 124 \\ 13x + y + 2\sqrt[3]{169x^2 - y^2} = 92 - 124 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13x - y = 216 \\ 13x + y + 2\sqrt[3]{(13x-y)(13x+y)} = -32 \end{cases}$$

$$13x + y + 2\sqrt[3]{216(13x+y)} = -32$$

$$13x + y + 12\sqrt[3]{13x+y} = -32$$

$$a = \sqrt[3]{13x+y}$$

$$a^3 + 12a = -32$$

$a = -2$ – корень

$$\begin{array}{r|l} a^3 + 12a + 32 & a+2 \\ \hline a^3 + 2a^2 & a^2 - 2a + 16 \\ -2a^2 + 12a & \\ -2a^2 - 4a & \\ 16a + 32 & \\ 16a + 32 & \\ 0 & \end{array}$$

$$(a+2)(a^2 - 2a + 16) = 0$$

$D = 4 - 4 \cdot 16 < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2 - 2a + 16 \neq 0$

$$a = -2$$

$$\sqrt[3]{13x+y} = -2$$

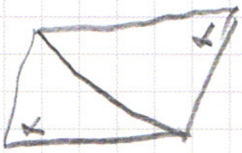
$$\begin{cases} 13x + y = -8 \\ 13x - y = 216 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 26x = 216 - 8 \\ 2y = -8 - 216 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 26x = 208 \\ 2y = -224 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = -112 \end{cases}$$

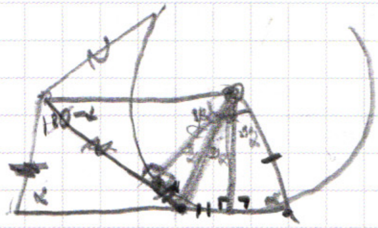
Ответ: $(8; -112)$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

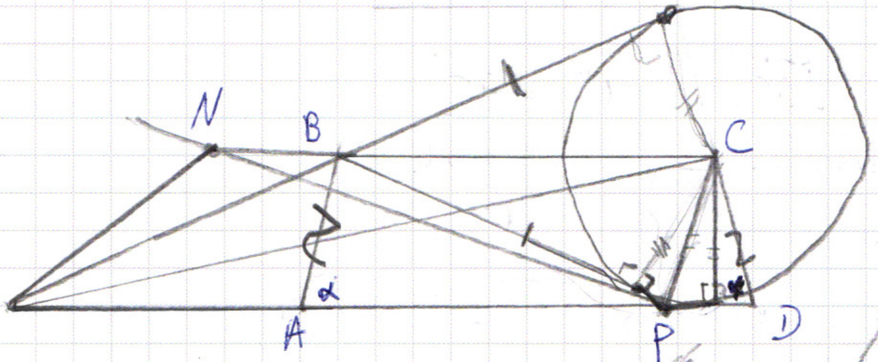
(Нумеровать только чистовики)

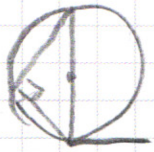




$270-3\alpha$

$180-\alpha-270+3\alpha=2\alpha-90$





$PC=16$

$NP=30$

$NK=\frac{15}{8}PC$

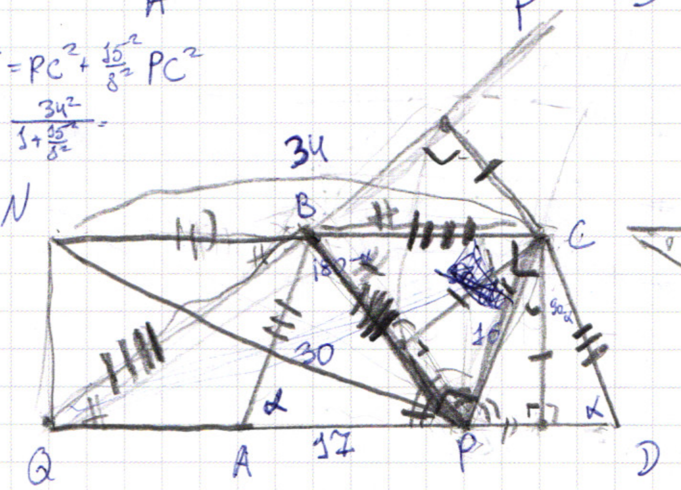
12

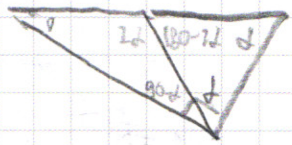
17

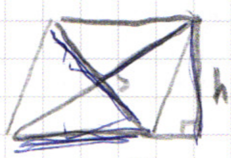
$\frac{NP}{PC}=\frac{15}{8}$

$34^2=PC^2+\frac{15^2}{8^2}PC^2$

$PC^2=\frac{34^2}{1+\frac{15^2}{8^2}}=$





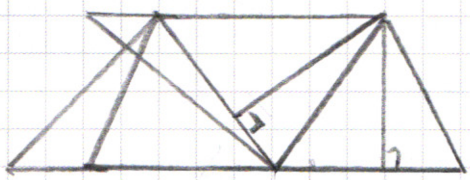


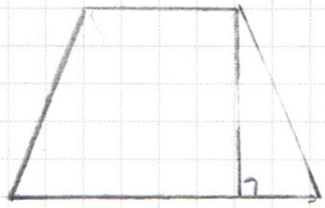
$=\frac{34^2\cdot 8^2}{8^2+15^2}=\frac{34^2\cdot 8^2}{64+225}=\frac{34^2\cdot 8^2}{289}=\frac{34^2\cdot 8^2}{17^2}=2^2\cdot 8^2=16^2$

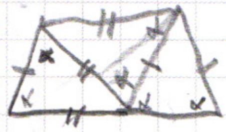
$\times\frac{23}{23}$, 69, 46

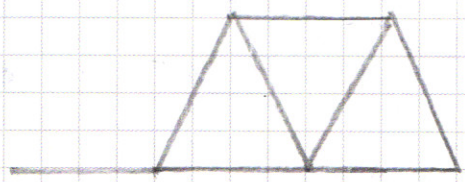
$\times\frac{17}{17}$, 17, 119

$\times\frac{28}{4}$, 112









☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. Пусть 7-значное число $\overline{abcdefg}$

Разберём случаи возможных остатков:

1) 10; 100; 1000

$g+\overline{fg}+\overline{efg}=12828$

$g+\overline{fg}+\overline{efg}\leq 9+99+999<10+100+1000=1110<12828$

$\varnothing$

2) 100; 1000; 10000

$\cancel{g}\ \overline{fg}+\overline{efg}+\overline{defg}=12828$

$\overline{fg}+\overline{efg}+\overline{defg}<100+1000+10000=11100<12828$

3) 1000; 10000; 100000

$\overline{efg}+\overline{defg}+\overline{cdefg}=12828$

$10000c+2000d+300e+30f+3g=12828$

$10(1000c+200d+30e+3f)+3g=12828$

$3g\underset{10}{\equiv}12828 \Rightarrow g=6$

$10000c+2000d+300e+30f=12810$

$1000c+200d+30e+3f=1281$

аналогично $f=7$

$1000c+200d+30e=1260$

$100c+20d+3e=126$

аналогично $e=2$

$100c+20d=120$

$10c+2d=12$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

$2d \underset{10}{=} 2 \quad \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d=1 \\ d=6 \end{array}\right.$

I $d=1 \Rightarrow c=1$

вариантов $a - 9$; $b - 10 \Rightarrow 90$ ~~...~~ чисел.

II $d=6 \Rightarrow c=0$

вариантов $a-9$; $b-10 \Rightarrow$ ещё 90 чисел.

мы посчитали числа, оканчивающиеся на 11276 и 06276.

4). $10000; 100000; 1000000$

$\overline{defg} + \overline{cdefg} + \overline{bcdefg} = 12828$

$100000b + 20000c + 3000d + 300e + 30f + 3g = 12828$

очевидно, что $b=0$ (иначе левая часть $\geq 100000 > 12828$)

$20000c + 3000d + 300e + 30f + 3g \underset{10}{=} 12828$

аналогично прошлому $g=6$

$20000c + 3000d + 300e + 30f = 12810$

$2000c + 300d + 30e + 3f = 1281$

аналогично $f=7$

$2000c + 300d + 30e = 1260$

$200c + 30d + 3e = 126$

аналогично $e=2$

$200c + 30d = 120$

$20c + 3d = 12$

аналогично $d=4$

$20c = 0$

$c=0$

значит числа оканчивающиеся на 004276

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

также подходят. Их очевидно 9.
Больше случаев нет, так как $a \neq 0$, а будет рассмотрен остаток $\overline{abcdefg} \geq 1000000 > 12828$.
Итого: $90+90+9=189$ вариантов (они не пересекаются т.к. у них разные окончания – в I случае $d=1$; во II $d=6$; в III $d=4$).
Ответ: 189.

$a^2x^2 + 2a(b-1)x + (b-1)^2 \leq -x^2 - 13x - \frac{33}{4}$

$x^2(a^2+1) + (2ab - 2a + 13)x + (b^2 - 2b + \frac{37}{4}) \leq 0$

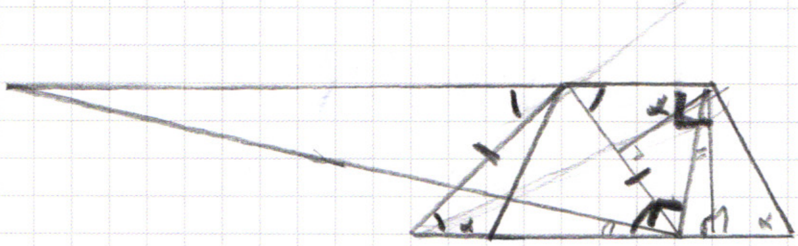
$\sqrt{3}\cos(x-y) = -7\sin(y+\frac{\pi}{6})$

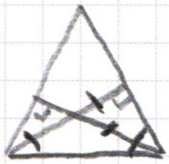
$\cos(2x-y) + \sqrt{3}\sin(2x-y) = 12\sin(y+\frac{\pi}{6})$

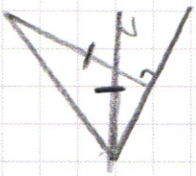
$\cancel{\frac{\cos(2x-y)+\sqrt{3}\sin(2x-y)}{\sqrt{3}\cos(x-y)} = -\frac{12}{7}}$

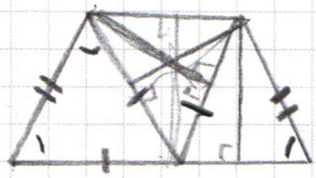
$\cos(2x - y - \frac{\pi}{3}) = 6\sin(y+\frac{\pi}{6})$

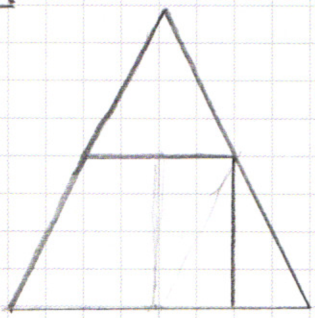
$\frac{1}{6}\cos(2x-y-\frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{7}$

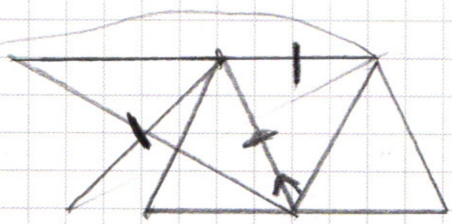












☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

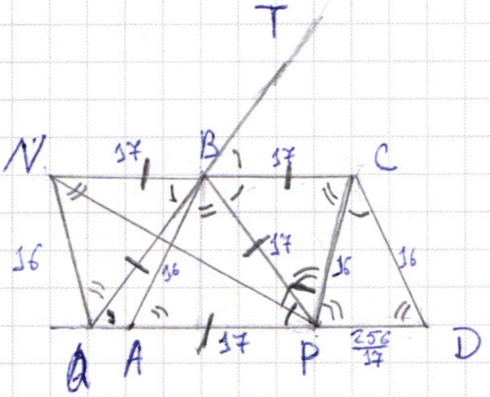
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

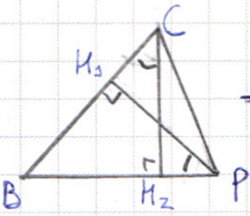
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



В ΔBCP высота из C ~~и~~ это радиус окр. ω; $d(P;BC) = d(C;PD) \Rightarrow$
$\Rightarrow d(P;BC) = r \Rightarrow$ высота из P это радиус окр. $\omega \Rightarrow$ в ~~т~~ΔBCP высоты из P и из C равны:



$\Rightarrow \Delta BH_1P = \Delta BH_2C \Rightarrow$
$\Rightarrow BC = PB$

В ΔNPC $\angle P = 90°$; $\angle C = \angle CPB \Rightarrow$
$\Rightarrow$ т.к. $\angle N + \cancel{\angle C} = 90° = \angle NPB + \cancel{\angle BPC} \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle N = \angle NPB \Rightarrow NB = BP.$

$NC = 34 \Rightarrow NB = BC = BP = 17.$; $AP = 17 \Rightarrow AP = NB = BC = BP.$

~~Е~~ T — точка за B на прямой QB.

$\angle CBT = \angle CBP$ (т.к. BT и BP — кас. к окр ω с ц. C.)

$\underline{\angle BQP} = \angle QBN = \angle CBT = \angle CBP = \underline{\angle QPB} \Rightarrow QB = BP.$

В ΔNQC медиана $QB = \frac{NC}{2} \Rightarrow \underline{\angle NQC = 90°}$

$\angle NCP = \operatorname{arctg}\frac{15}{8} \Rightarrow \frac{NP}{PC} = \frac{15}{8} \Rightarrow NP = \frac{15}{8}PC.$

$NC^2 = NP^2 + PC^2 = \left(\frac{15^2}{8^2} + 1\right)PC^2 = \frac{289}{64}PC^2$

$34^2 = PC^2 \cdot \frac{289}{64} \Rightarrow PC^2 = \frac{34^2 \cdot 8^2}{17^2} = 16^2 \Rightarrow PC = 16 \Rightarrow NP = 30$

Т.к. в $ABCP$ $AP = BC$; $AP \parallel BC \Rightarrow ABCP$ — параллелограмм.

$\underline{AB} = CP = \underline{16}$ $\cos\angle BAC$ (из ΔABC) $= \frac{\frac{AB}{2}}{AP} = \frac{8}{17} \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\angle ADC} = \angle BAC = \underline{\arccos\frac{8}{17}}$

$\triangle QNB = \triangle CBP$ ($NB = QB = CB = PB$); $\angle NBQ = \angle CBP \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle QNB = \angle BCP \Rightarrow NCPQ$ – равнобедр. трапеция.

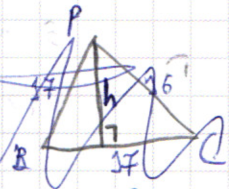
Из $\triangle PCD$: $\frac{PD}{2} = 16\cdot\cos\angle ADC = 16\cdot\frac{8}{17} \Rightarrow PD = \frac{256}{17}$

~~$NQ = CP = CD \Rightarrow$ В $NCDQ$ $\angle N = \angle BCP = \angle CPD = \angle D$,~~

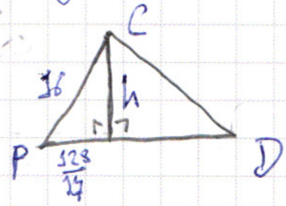
В $NCDQ$ $\angle N = \angle D$; $\angle Q = \angle C$ (см. рисунок) $\Rightarrow$

$\Rightarrow NCDQ$ – п/г $\Rightarrow AQ = NC - AD = 17 - \frac{256}{17} = \frac{289-256}{17} = \frac{33}{17}$

~~Найдём $d(P; BC)$~~



Найдём $d(C; PD)$:



$h^2 = 256 - \frac{128^2}{17^2} = \frac{16^2\cdot 17^2 - 8^2\cdot 2}{17^2} =$

$= \frac{8^2(34^2-2)}{17^2} = \frac{8^2\cdot 1154}{17^2} \Rightarrow h = \frac{8}{17}\sqrt{1154}$

$S = \frac{1}{2}h(NC + QP) = \frac{4}{17}\sqrt{1154}\cdot\frac{\quad}{17}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. $\sqrt{\log_{3x^2} x^9} \le \log_{9x^3} \frac{1}{x^3}$

$\begin{cases} \log_{9x^3} \frac{1}{x^3} \ge 0 \\ \log^2_{9x^3} \frac{1}{x^3} \ge \log_{3x^2} x^9 \end{cases}$

$\log_{9x^3} \frac{1}{x^3} \ge 0 \Rightarrow \frac{\ln \frac{1}{x^3}}{\ln 9x^3} \ge 0 \Rightarrow \frac{\left(\frac{1}{x^3}-1\right)}{(9x^3-1)} \ge 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x^3-1}{x^3(9x^3-1)} \le 0.$

$x \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{\sqrt[3]{9}}; 1\right].$

$\log^2_{9x^3} \frac{1}{x^3} \ge \log_{3x^2} x^9$

$9 \log^2_{9x^3} x \ge 9 \log_{3x^2} x$

$\log^2_{9x^3} x \ge \log_{3x^2} x$

$\frac{1}{\log^2_x 9x^3} \ge \frac{1}{\log_x 3x^2}$

$\frac{1}{(\log_x 9 + \log_x x^3)^2} \ge \frac{1}{\log_x 3 + \log_x x^2}$

$\frac{1}{(2\log_x 3 + 3)^2} \ge \frac{1}{\log_x 3 + 2}$

$y = \log_x 3$

$\frac{1}{(2y+3)^2} \ge \frac{1}{y+2}$

$\frac{y+2}{(2y+3)^2(y+2)} \ge \frac{4y^2+12y+9}{(2y+3)^2(y+2)}$

$\frac{4y^2+11y+7}{(2y+3)^2(y+2)} \le 0$

$D = 121 - 112 = 9 \quad y = \frac{-11 \pm 3}{8} = -\frac{7}{4}; -1$

$\frac{(y+\frac{7}{4})(y+1)}{(2y+3)^2(y+2)} \le 0$

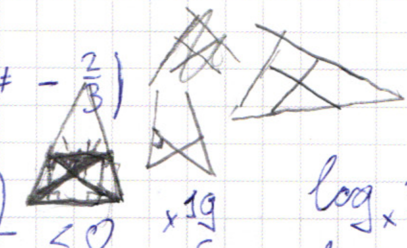
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №7

(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{(y+\frac{7}{4})(y+1)}{y+2} \le 0 \quad (y \ne -\frac{2}{3})$$



$$\frac{(\log_x 3+\frac{7}{4})(\log_x 3+1)}{\log_x 3+2} \le 0$$

$19 \cdot 6 = 114$

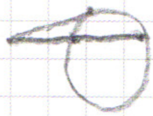
$\log_x 3 \vee a$

$x^a \quad \log_x 3 \vee \log_x x^a$

$\log_x\left(\frac{3}{x^a}\right) \vee 0$

$\frac{\ln \frac{3}{x^a}}{\ln x} \vee 0$

$\frac{(\frac{3}{x^a}-1)}{(x-1)} \vee 0$

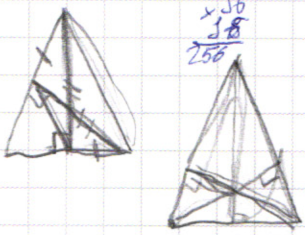


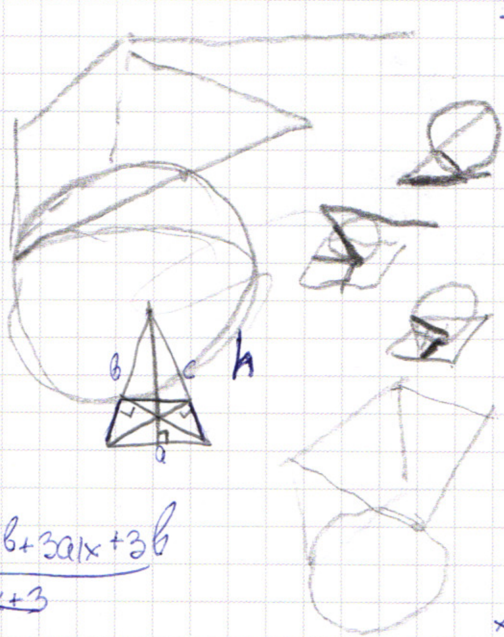
$\left(\frac{3}{x^{7/4}}-1\right.$

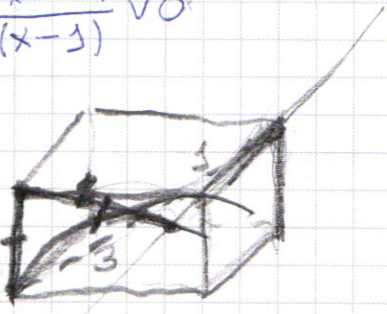
$$\frac{12x+26}{2x+3} \le ax+b \le 1+\sqrt{-\frac{33}{4}-13x-x^2}$$

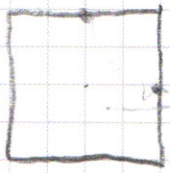
$\frac{6x+13}{x+1,5}$

$16 \cdot 16 = 256$









$$\frac{12x+26}{\cancel{2x+3}} \ge \frac{2ax^2+(2b+3a)x+3b}{\cancel{2x+3}}$$

$34 \cdot 34$: 136, 102, 1156

$2ax^2+(2b+3a-12)x+(3b-26) \le 0$

$ax+(b-1) \le$

$a^2x^2+(2ab-2a)x+(b^2-2b+1) \le -\frac{33}{4}-13x-x^2$

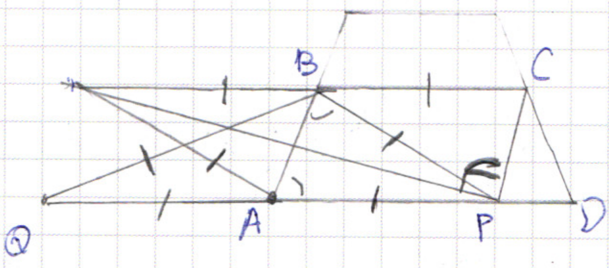
$(a^2+1)x^2+(2ab-2a+13)x+(b^2-2b+\frac{37}{4}) \le 0$

x^2-2x+1

x_1+

$\cancel{(a+1)^2x^2+(2b+5a+2ab+1)x+(b^2+b+\frac{37}{4}) \le 0}$

$\cancel{ax+(b-1)} \quad (a+1)^2x^2+(a+1)(2b+1)x+(b^2+b+$



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{\left(\log_x 3+\frac{7}{4}\right)\left(\log_x 3+1\right)}{\log_x 3+2}\leq 0 \qquad \left(\log_x 3 \neq -\frac{3}{2}\right)$$

$$\frac{\left(\frac{1}{\log_3 x}+\frac{7}{4}\right)\left(\frac{1}{\log_3 x}+1\right)}{\frac{1}{\log_3 x}+2}\leq 0$$

$$\frac{\left(\frac{7}{4}\log_3 x+1\right)\left(\log_3 x+1\right)}{\left(2\log_3 x+1\right)\cdot\log_3 x}\leq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\left(\log_3 x+\frac{4}{7}\right)\left(\log_3 x+1\right)}{\log_3 x\left(\log_3 x+\frac{1}{2}\right)}\leq 0$$

$$\frac{(x-3^{4/7})(x-3)}{(x-1)(x-\sqrt{3})}\leq 0$$

$$x \in (1;\sqrt{3}) \cup [3^{4/7};3]$$

2. $x = 3^{\alpha}$

$$\sqrt{\log_{3^{2\alpha+1}} 3^{9\alpha}} \leq \log_{9\cdot 3^{3\alpha}} \frac{1}{3^{3\alpha}}$$

$$\sqrt{\frac{9\alpha}{2\alpha+1}} \leq \frac{-3\alpha}{3\alpha+2}$$

ОДЗ: $\frac{9\alpha}{2\alpha+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{\alpha}{2\alpha+1} \geq 0 \Rightarrow \alpha \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup [0; +\infty)$

$-\frac{3\alpha}{3\alpha+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{3\alpha}{\alpha+2/3} \leq 0 \Rightarrow \alpha \in (-2/3; 0]$

$$\frac{9\alpha}{2\alpha+1} \leq \frac{9\alpha^2}{(3\alpha+2)^2}$$

$$\frac{\alpha}{2\alpha+1} \leq \frac{\alpha^2}{(3\alpha+2)^2}$$

$$\frac{\alpha^2(2\alpha+1) - \alpha(3\alpha+2)^2}{(2\alpha+1)(3\alpha+2)^2} \geq 0$$

$2\alpha^3 + \alpha^2 - 9\alpha^3$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{\log_{3x^2} x^3} \le \log_{9x^3} \frac{1}{x^3}$$

ОДЗ: $3x^2 > 0 \Rightarrow x^2>0 \Rightarrow x\ne 0$; $3x^2\ne 1 \Rightarrow x\ne \pm\frac{1}{\sqrt3}$

$9x^3>0 \Rightarrow x^3>0 \Rightarrow x>0$; $9x^3\ne 1 \Rightarrow x\ne \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$

$\frac{\sqrt3}{\sqrt{52}}$ $\frac{7}{\sqrt{52}}$

$$\sqrt{9\log_{3x^2} x} \le -3\log_{9x^3} x$$

$$\begin{cases}\sqrt3\cos(x-y)=7\cos\left(\frac{2\pi}{3}+y\right)\\ \cos(2x-y)+\sqrt3\sin(2x-y)=\\ =12\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)\end{cases}$$

$\frac12$ $\frac{\sqrt3}{2}$ $\frac{\sqrt3}{2}$ 1 30 $\frac12$

$$\frac12\cos(2x-y)+\frac{\sqrt3}{2}\sin(2x-y)=6\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\sin\frac{\pi}{6}\cos(2x-y)+\cos\frac{\pi}{6}\sin(2x-y)=6\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\sin\left(2x-y+\frac{\pi}{6}\right)=6\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)$$

$\frac{\pi}{3}$

$\cancel{\frac12\cos}$

$$\sqrt3\cos(x-y)=7\left(\cos\frac{2\pi}{3}\cos y-\sin\frac{2\pi}{3}\sin y\right)$$

$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)=$

$$\sqrt3\cos(x-y)=7\left(-\frac12\cos y-\frac{\sqrt3}{2}\sin y\right)$$

$=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=$

$$\sqrt3\cos x\cos y+\sqrt3\sin x\sin y=-\frac{7\sqrt3}{2}\sin y-\frac72\cos y$$

$-\cos\frac{\pi}{3}=$

$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)=$

$$\cos(2x-y)$$

$=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt3}{2}$

$\sin(2x-y)=\sin x\cos(x-y)+\sin(x-y)\cos x$

$\cos(2x-y)=\cos x\cos(x-y)-\sin x\sin(x-y)$

$\sin\left(y+\frac{\pi}{6}\right)=\frac12\sin y+\frac{\sqrt3}{2}\cos y$

$\frac{\sqrt3}{\sqrt{52}}\cos(x-y)=\frac{7}{\sqrt{52}}\cos\left(\frac{2\pi}{3}+y\right)$

$\cos\left(\frac{2\pi}{3}+y\right)=-\frac12\cos y-\frac{\sqrt3}{2}\sin y$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\frac{12x+26}{2x+3} \leq ax+b \leq 1+\sqrt{-\frac{33}{4}-13x-x^2}$$

$$\frac{12x+26}{2x+3} \leq ax+b$$

$$\frac{12x+26}{2x+3} \leq \frac{(ax+b)(2x+3)}{2x+3} = \frac{2ax^2+(2b+3a)x+3b}{2x+3}$$

$$\frac{2ax^2+(2b+3a-12)x+(3b-26)}{2x+3} \geq 0$$

$$\frac{2a(x-x_1)(x-x_2)}{2x+3} \geq 0 \qquad 2ax^2+(2b+3a-12)x+(3b-26) \leq 0$$

$x > -\frac{3}{2} \Rightarrow$ числ. полож. ; $x < -\frac{3}{2} \Rightarrow$ числ. отриц. $\Rightarrow$

$\Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ - корень

$$\frac{2a(x+\frac{3}{3})(x-x_1)}{2x+3} \geq 0$$

$$ax+b \leq 1+\sqrt{-\frac{33}{4}-13x-x^2}$$

$$x^2+13x+\frac{33}{4}=0$$

$$D = 169-33 = 136$$

$$x = \frac{-13 \pm 2\sqrt{34}}{2} = -\frac{13}{2} \pm \sqrt{34}$$

$136 : 4 = 34$

$$ax+(b-1) \leq \sqrt{-\frac{33}{4}-13x-x^2}$$

I $\quad ax+(b-1) < 0$

$$x \leq \sqrt{y}$$

$$\left[\begin{array}{l} x<0 \\ x^2 \leq y \end{array}\right.$$

$124 + 92 = 216$

$$13x+y+2\sqrt[3]{(13x-y)(13x+y)} = -32$$

$$a+2\sqrt[3]{ab} = -32$$

$$b = 216$$

$36 \times 6 = 216$

$$a+12\sqrt[3]{a} = -32$$

$$13x+\sqrt[3]{169x^2-y^2} = 92$$

$$y+\sqrt[3]{169x^2-y^2} = -124$$

$$\cancel{\sqrt[3]{(13x-y)(13x+y)}}$$

$$tgx-tgy = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} =$$

$$= \frac{\sin x\cos y - \sin y \cos x}{\cos x \cos y} = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

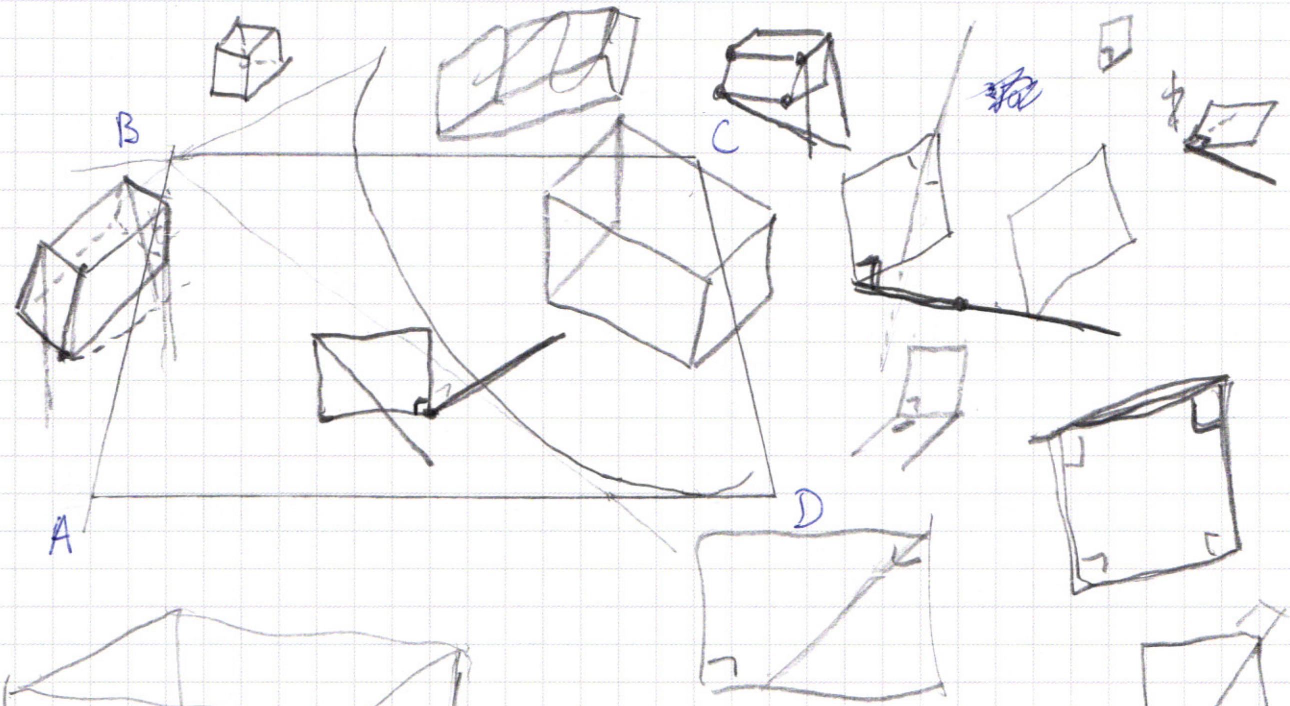
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

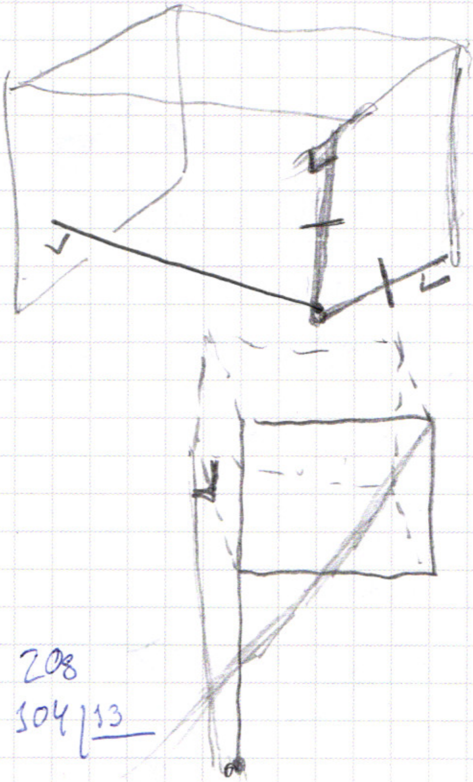
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

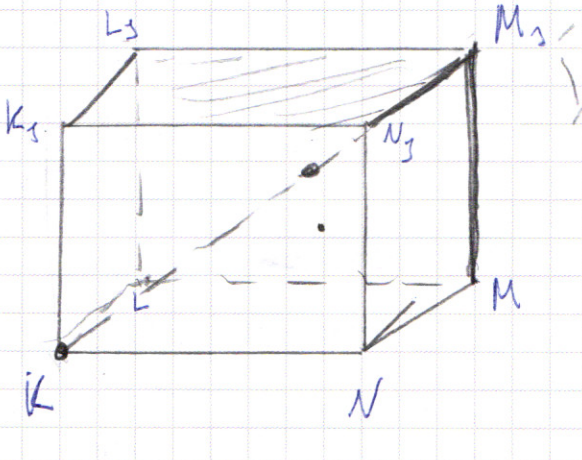
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

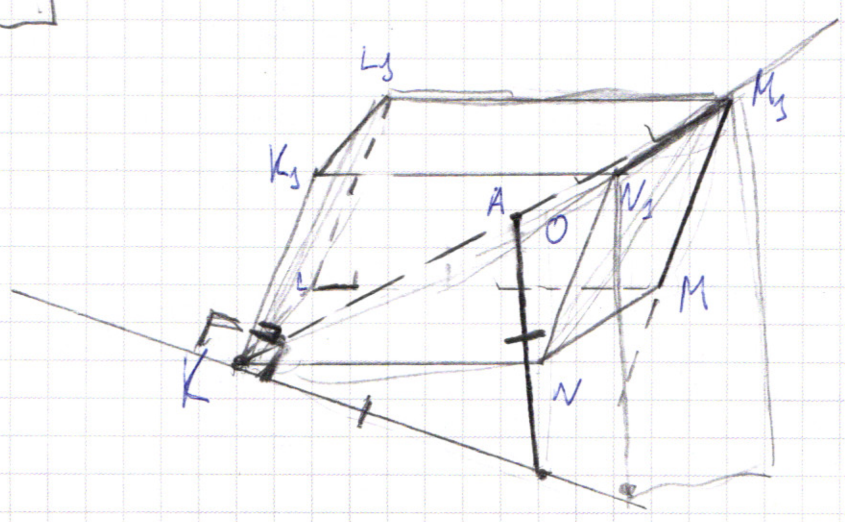






208
104 | 13

$\times\,13$
8
104



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$ax+(b-1)<0$

при $x\in[-\frac{19}{2}; -\frac{3}{2})$

$x=-\frac{19}{2}$ $\begin{cases}-\frac{19}{2}a+b-1<0\\ -\frac{3}{2}a+b-1\le 0\end{cases}$ $\begin{cases}b-1<\frac{19}{2}a\\ b-1\le\frac{3}{2}a\end{cases}$

$x=-\frac{3}{2}$

0	0		0	0
1	2		1	3
2	4		2	6
3	6		3	9
4	8		4	12
5	10		5	15
6	12		6	18
7	14		7	21
8	16		8	24
9	18		9	27

$\overline{abcdefg}$ 10 100 1000 $\underline{12828}$ ~~10 000~~

$g+\overline{fg}+\overline{efg}=12828$

$\overline{fg}+\overline{efg}+\overline{defg}=12828$ $\boxed{\frac{\sin(x-y)}{\cos x\cos y}}$

$10f+g+100e+10f+g+1000d+100e+10f+g=12828$

$1000d+200e+30f+3g=12828$

$1000d+200e+30f=12810$ $\overline{efg}+\overline{defg}+\overline{cdefg}=12828$

$100d+20e+3f=1281$

$-\frac{\sqrt3}{2}\sin y-\frac{1}{2}\cos y$

$100d+20e=1260$

$\times 36$, 3, 108, -49, 59

$10d+2e=126$

$6(-\sqrt3\sin y-\cos y)=$

$5d+e=63$

$=-6(\sqrt3\sin y+\cos y)=$

$45+9=54$

$=-6(\cos y+\sqrt3\sin y)$

$\cos 0=1$

$\sin\frac{\pi}{2}=1$ $\cos\frac{\pi}{2}=0$

$\cos(y+\frac{\pi}{2})=$

$=\cos y\cos\frac{\pi}{2}+\sin y\sin\frac{\pi}{2}=$

$\sin y$

$\cos(\frac{2\pi}{3}+y)=-\frac{1}{2}\cos y-\frac{\sqrt3}{2}\sin y$

$\sin(\frac{\pi}{6}+y)=\cos($

$\cos y=\sin(y+\frac{\pi}{2})$

$\sin y=\cos(y-\frac{\pi}{2})$

$\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{4-3}{6}=\frac{1}{6}$ $\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=$

$144-49=$

$\cos(y+\frac{2\pi}{3})=\sin(y+\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2})=\sin(y+\frac{\pi}{6})$

$\sqrt3\cos(x-y)=7$

$\frac{\pi}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt3}{2}$

$\cos(y+\frac{\pi}{2})=-\sin y$

$\cos(y+\frac{2\pi}{3})=-\sin(y+\frac{\pi}{6})$

$3^{4/7}>3^{1/2}$

$3^{8/7}<3$

$-\frac{12}{7}\cdot\sqrt3\cos(x-y)=12\sin(y+\frac{\pi}{6})$

$\cos(2x-y)+\sqrt3\sin(2x-y)=12\sin(y+\frac{\pi}{6})$

$-\frac{6}{7}\sqrt3\cos(x-y)=\cos(\frac{\pi}{3}-2x+y)=\cos(2x-y-\frac{\pi}{3})$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)