МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

2 0 0 0 2 7 8 3

ВАРИАНТ 3 ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = \sqrt{3xy - 2x - 3y + 2}, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geqslant |x^2 + 6x|^{\log_4 5} - x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD = \frac{5}{2}$, $BD = \frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 27$, $3 \leqslant y \leqslant 27$ и $f(x/y) < 0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2} \geqslant ax + b \geqslant 8x^2 - 34x + 30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1; 3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR = 2$, $QS = 1$, $PS = \sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 2 7 8 3

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=\sin((2\alpha+2\beta)+2\beta)+\sin((2\alpha+2\beta)-2\beta)=$$

$$=\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta+\cancel{\cos(2\alpha+2\beta)\cdot\sin 2\beta}+\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta-$$

$$-\cancel{\sin 2\beta\cdot\cos(2\alpha+2\beta)}=2\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta=-\frac{8}{17}$$

$$-\frac{2}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\beta=-\frac{8}{17}$$

$$\cos 2\beta=\frac{4\sqrt{17}}{17}\Rightarrow \sin 2\beta=\pm\frac{\sqrt{17}}{17}$$

$$\sin(2\alpha+2\beta)=\cos 2\beta\cdot\sin 2\alpha+\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\left[\begin{array}{l}\sin 2\alpha\cdot\frac{4\sqrt{17}}{17}+\cos 2\alpha\,\frac{\sqrt{17}}{17}=-\frac{\sqrt{17}}{17}\\ \frac{4\sqrt{17}}{17}\sin 2\alpha-\cos 2\alpha\cdot\frac{\sqrt{17}}{17}=-\frac{\sqrt{17}}{17}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4\sin 2\alpha=\cos 2\alpha+1\\ 4\sin 2\alpha=\cos 2\alpha-1\end{array}\right.$$

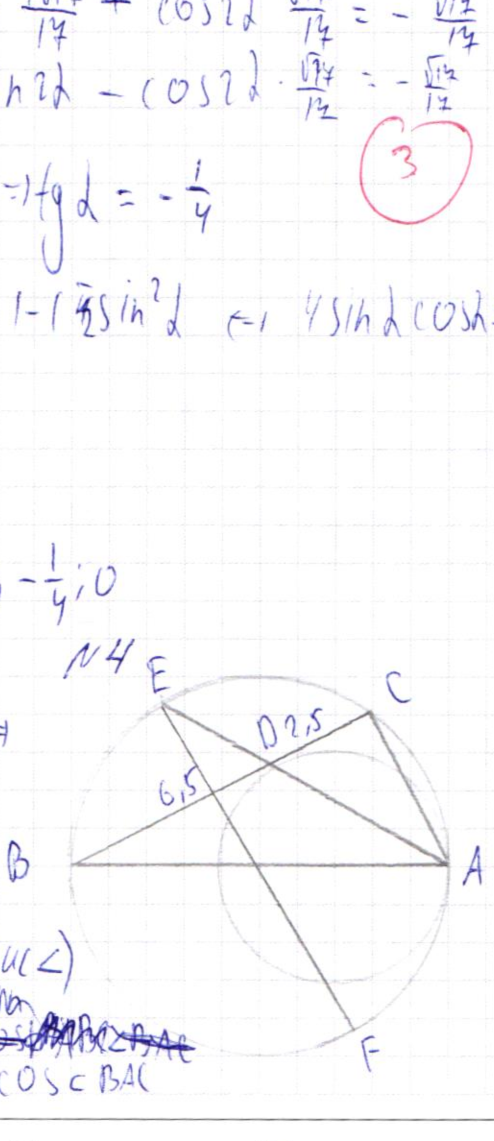
3

$$\left[\begin{array}{l}tg\,\alpha=\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha+1}\Rightarrow tg\,\alpha=-\frac{1}{4}\\ 8\sin\alpha\cos\alpha=1-1-2\sin^2\alpha\end{array}\right.\Leftrightarrow 4\sin\alpha\cos\alpha=-\sin^2\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin\alpha=0\Rightarrow tg\,\alpha=0\\ \begin{cases}\sin\alpha\neq 0\\ 4\cos\alpha=-\sin\alpha\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow tg\,\alpha=-4$$

Ответ: $tg\,\alpha=-4;\ -\frac{1}{4};\ 0$

№4



1. По лемме Архимеда $\Rightarrow$ AE – бис. $\angle BAC$
2. AB – диаметр Ω $\Rightarrow$ $\angle ACB=90°$ (св-во впис $\angle$)
3. из п.1 $\Rightarrow$ св-во бис. $\frac{AC}{AB}=\frac{5}{13}=\cos\angle BAC$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

4. Из п.3 $\Rightarrow \sin\angle BAC = \frac{12}{13}$.
осн. тригон. тожд.

5. Из п.2; 4 $\Rightarrow$ $AB = \frac{BC}{\sin\angle BAC} = \frac{6,5+2,5}{\frac{12}{13}} = \frac{9\cdot 13}{12} = \frac{39}{4} \Rightarrow \underline{R_\Omega = \frac{39}{8}}$ радиус Ω
усл

6. $\exists$ O - центр $\omega \Rightarrow OD \perp BD$ (по св-ву кас) $\Rightarrow$ по т. Пифагора

$OD^2 = OB^2 - BD^2 \overset{\text{по св-ву кас окр}}{\Rightarrow} r_\omega^2 = (2R_\Omega - r_\omega)^2 - BD^2$

радиус ω

$\cancel{r_\omega^2} = 4R_\Omega^2 - 4R_\Omega r_\omega + \cancel{r_\omega^2} - BD^2$

$r_\omega = \frac{R_\Omega}{2} - \frac{BD^2}{4R_\Omega} = \frac{39}{8} - \frac{169}{2\cdot 8\cdot\frac{39}{8}} = \frac{39}{8} - \frac{13}{6} =$

$= \frac{117-52}{24} = \frac{65}{24}$

5

7. из п.1 $\Rightarrow$ E - сер BC
уа - $EF \perp BC$ $\Big| \Rightarrow$ EF - диаметр Ω

8. $\angle AEB = 90°$ (т.к AB - диаметр Ω) $\Rightarrow AE = AB\cos\angle BAE =$
$= AB \cdot \sqrt{\frac{1+\cos\angle BAC}{2}}$ (п.1) $= \frac{39}{4}\cdot\sqrt{\frac{13}{26}} = \frac{9\sqrt{13}}{4}$

9. $\sin\angle EFA = \frac{AE}{EF}$ (т.к $\angle EAF = 90°$ (п.7)) $= \frac{\frac{9\sqrt{13}}{4}}{\frac{39}{4}} = \frac{3\sqrt{13}}{13} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AFE = \arcsin\frac{3\sqrt{13}}{13}$

10 по т. Пифагора $AF = \sqrt{\left(\frac{39}{4}\right)^2 - \left(\frac{9\sqrt{13}}{4}\right)^2} = \frac{3}{4}\sqrt{169 - 9\cdot 13} = \frac{3}{4}\sqrt{4\cdot 13} =$
$= \frac{3\sqrt{13}}{2}$

11. $S_{EAF} = \frac{AF\cdot EA}{2}$ (п.7) $= \frac{\frac{3\sqrt{13}}{2}\cdot\frac{9\sqrt{13}}{4}}{2} = \frac{27\cdot 13}{16} = \frac{351}{16}$

Ответ: $\frac{39}{8}$; $\frac{65}{24}$; $\arcsin\frac{3\sqrt{13}}{13}$; $\frac{351}{16}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

20002783

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x)+f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x)+f(1)-f(y)$

$f(1)=f(y)+f\left(\frac{1}{y}\right)$

$f\left(\frac{1}{y}\right)=f(1)-f(y)$

$f(2)=0$ ~~$f(1)=1$~~ $f(2)=f(2)+f(1) \Rightarrow f(1)=0 \Rightarrow$ необходимо найти количество пар, в которых $f(x)<f(y)$

для этого найдем все значения $f(x)$ при $x\in[3;27]$ и $x\in\mathbb{Z}$

$f(3)=0$
$f(4)=2f(2)=0$
$f(5)=1$
$f(6)=f(3)+f(2)=0$
$f(7)=1$
$f(8)=2f(4)=0$
$f(9)=2f(3)=0$
$f(10)=f(2)+f(5)=1$
$f(11)=2$
$f(12)=f(4)+f(3)=0$
$f(13)=3$

$f(14)=f(2)+f(7)=1$
$f(15)=f(3)+f(5)=1$
$f(16)=2f(8)=0$
$f(17)=4$
$f(18)=f(9)+f(2)=0$
$f(19)=4$
$f(20)=f(5)+f(4)=1$
$f(21)=f(3)+f(7)=1$
$f(22)=f(2)+f(11)=2$
$f(23)=5$
$f(24)=f(8)+f(3)=0$

$f(25)=2f(5)=2$
$f(26)=f(2)+f(13)=3$
$f(27)=f(9)+f(3)=0$

составлю табличку значение $f(x)$ сколько раз принимается

0	1	2	3	4	5
10	7	3	2	2	1

количество способов = Σ количество способов в зависимости от значения.

Σ (~~зна~~ способов чисел правее в табличке) =

$= 10\cdot15+7\cdot8+3\cdot5+2\cdot3+2\cdot1 = 229$

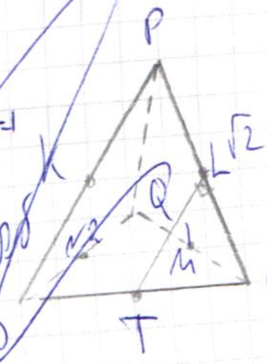
Ответ: 229

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

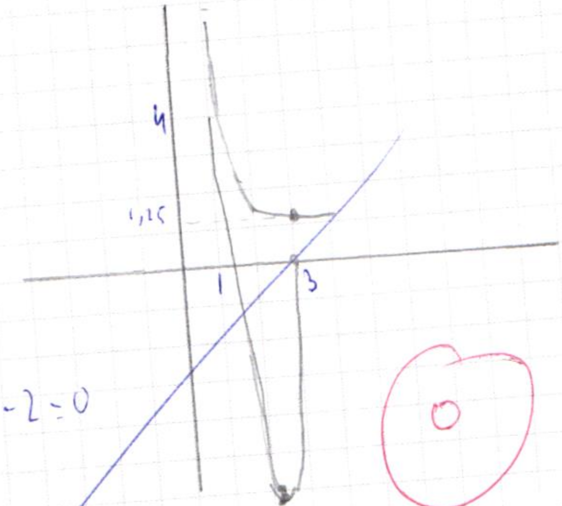
Страница №3
(Нумеровать только чистовики)

№ 8.

1. ~~KT - ср. лин △ [PR => KTLP - парал~~
~~KTLP - ромб => KTLP - кв/пр~~
~~=> TL ⊥ PR~~
~~TL - медиана △PTR => △PTR - р/б~~



построим графики функций



?2!

∃ a $ax+b$ - касат $\boxed{1}+\frac{1}{2x-2}$

$f(x) = ax+b \quad +1 = \frac{1}{2x-2}$

$2ax^2+2bx+2x-2ax-2b-2=0$

$f'(x) = 4ax+2b+2-2a=0$

$x = -\frac{b+1-a}{2a}$

$a\frac{(b+1-a)^2}{2a} - \frac{(-b-1+a)(b+1-a)}{a} - 2b-2=0$

$-\frac{(b+1-a)^2}{2a} - 2b-2=0$ $\quad b^2+1+a^2+2b-2a-2ab+$
$+4ab+4a=0$

$a^2+b^2+2ab+2a+2b=0$

$(a+b+2)(a+b)=0$

$a+b=0$

$a+b=-2$

$ax+b < 1+\frac{1}{2x-2} \Rightarrow a+b \in [-2;0]$

∃ $ax+b$ проходит через $(1;4) \Rightarrow$ ~~$(3;0)$~~

$a+b=4$

0

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9y^2-9xy+4x^2=(3y+x)(3y-4x)$

$\begin{cases} (3y+x)(3y-4x) \\ x<1{,}5y \end{cases}$

$9y^2-12xy+4x^2=3xy-2x-3y+2$

$18y^2-24xy+8x^2=6xy-4x-6y+4$

$3x^2+6xy+3y^2-\cancel{2x+2y}-10x-10y=2(3y-2x)^2$

$3(x+y)^2-10(x+y)=2(3y-2x)^2$

$\cancel{(3x+3y-10)(x+y)=2(3y-2x)^2}$

$(x+y)^2-10(x+y)=2(2y-3x)(4y-x)$

$15y^2+5x^2-30xy+10x+10y=0$

$3y^2+x^2-6xy+\cancel{10}2x+2y=0$

$(x+3y$

$tg\alpha=\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$

$3xy-2x-3y+2=(3y-2)(x-1)$

$3x(x-2)+(3y+2)(y-2)=0$

$\cos(2\alpha+2\beta)=\pm\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta+\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+2\beta+2\beta)=\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta+\cos(2\alpha+2\beta)\cdot\sin 2\beta+\sin 2\alpha=$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cos 2\beta\pm\frac{4}{\sqrt{17}}\sin 2\beta+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}$

$-\cos 2\beta\pm 4\sin 2\alpha$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cancel{\sin 2\beta\cos(2\alpha+2\beta)} + \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta - \cancel{\sin 2\beta\cos(2\alpha+2\beta)} = -\frac{8}{17}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta = -\frac{4}{17}$

$\cos 2\beta = \frac{4\sqrt{17}}{17}$ $\quad \sin 2\beta = \pm\frac{\sqrt{17}}{17}$

$a^{\log_b c}$ $\quad \log_b a^{\log_b c} = \log_b c \cdot \log_b a = \log_b c^{\log_b a}$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \cos 2\beta \cdot \sin 2\alpha + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\frac{4\sqrt{17}}{17}\cdot \sin 2\alpha \mp \cos 2\alpha \cdot \frac{\sqrt{17}}{17} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

$4\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1$ $\quad \cos 2\alpha + 1 = -4\sin 2\alpha$

$\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha + 1} = -\frac{1}{4}$ $\quad -0{,}25$

$16^{\log_4 64} = 4$

$64^{\log_4 16} = 2^{n}$

$4\sin 2\alpha \mp \cos 2\alpha = -1$

$4\sin 2\alpha - 1 + 2\sin^2\alpha = -1$ $\quad 8\sin\alpha\cos\alpha + 2\sin^2\alpha = 0$

$\cancel{\cos\alpha = 0}$ $\quad \sin\alpha = 0$ $\quad tg\,\alpha = 0$

$\cancel{\sin\alpha}$ $\quad \sin\alpha + 4\cos\alpha = 0$

$tg\,\alpha = -4$

t

$3^{\log_4(x^2+6x)} + 6x \geq (x^2+6x)^{\log_4 5} - x^2$

$3^{\log_4 t} \geq t^{\log_4 5} - t$

$\log_4 t \cdot \log_4 3 \geq \log_4 t(t^{\log_4 5 - 1} - 1)$ $\quad t \in [0;4]$

$\cancel{\log_4 t \cdot 3} \geq \log_4 t + \log_4(t^{\log_4 5 - 1} - 1)$

$\log_4 t \log_4 \frac{3}{4} \geq \log_4(t^{\log_4 5 - 1} - 1)$ $\quad \log_4 3 \geq \log$

$\log_4 t + \frac{3}{4} \geq \log_4(t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1)$

$t + \frac{3}{4} \geq t^{\log_4 \frac{5}{4}} - 1$

$\frac{7}{4} \geq (t^{\log_4 \frac{5}{16}} - 1)t$

$3^{\log_4 t} \geq t^{\log_4 5} - t$ $\quad \log_t t^{\log_4 3} \geq \log_t t^{\log_4 5} - t$

$t^{\log_4 3} \geq t^{\cancel{\log_4}} - t^{\log_4 4}$

$1 \geq t^{\log_4 \frac{5}{3}} - t^{\log_4 \frac{4}{3}}$ $\quad 1 \geq tg^{\log_4 \frac{5}{3}}($

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 2 7 8 3

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x < 1{,}5y \quad y > \frac{2}{3}x$

$9y^2 - 12xy + 4x^2 = 3xy - 2x - 3y + 2 \qquad 9y^2$

$3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4$

$3x^2 + 6xy + 3y^2 - 10x - 10y = 18y^2 - 24xy + 4x^2$

$x^2 - (30y - 10)x + 15y^2 + 10y = 0$

$$\frac{30y - 10 \pm 2\sqrt{(15y-10)^2 - 15y^2 - 10y}}{2} = 15y - 5 \pm \sqrt{210y^2 - 310y + 100}$$

$3(x-1)^2 + 3y^2 - 4y - 7 = 0$

$3(x-1)^2 + (3y-7)(y+1) = 0$

$3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y > 3x^2 + \frac{4}{3}x^2 - 6x - \frac{8}{3}x^2 = \frac{5}{3}x^2 - 6x$

$3x^2 + 3y^2 - 6x - 4y = 4$

$\cancel{(3x - 3y)(x + y)}$

$3x^2 + 3y^2 - 4x - 6y = -4 + 2y - 2x$

$3x^2 - 6xy + 3y^2 - 4y = 4 - 2x + 2y - 18y^2 + 24xy - 8x^2$

$(3x - 3y + 2)(x - y) = 2(2 - 3y + 2x)(2 + 3y - 2x)$

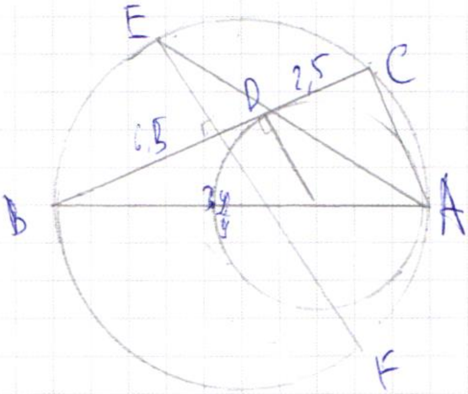
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{4\cdot 9}{39} = \frac{12}{13}$ $\quad$ $\cos 2\lambda = 1 - 2\sin^2\lambda$



$\frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$ $\quad$ $AC = \frac{5}{13}AB$

$\angle ACB = 90°$

$BC = \sqrt{1-\frac{25}{169}}$

$AB \cdot \frac{12}{13} = BC$ $\quad$ $AB = \frac{9\cdot 13}{12} = \frac{39}{4}$

$R_\Omega = \frac{39}{8}$

$r^2 = (AB - r)^2 - \left(\frac{13}{2}\right)^2$

$0 = AB^2 - 2rAB - \frac{169}{4}$

$\left(\frac{13\cdot 3}{4}\right)^2 - \frac{13\cdot 3r}{2} - \frac{13\cdot 13}{4}$

$\frac{3}{2}r = \frac{13\cdot 9}{16} - \frac{13}{4}$

$\frac{3}{2}r = \frac{65}{16}$ $\quad$ $r = \frac{65}{24}$

$\sin\angle BAE = \sin\frac{\angle BAC}{2} =$

$\sqrt{\frac{1-\frac{5}{13}}{2}} = \sqrt{\frac{9}{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

$AE = AB\cos\angle BAE = \frac{39}{4}\cdot\frac{3\sqrt{13}}{13} = \frac{9\sqrt{13}}{4}$

$\angle AFE = \angle EAB + \angle CBA$

$\sin\angle AFE$

$\sin\angle AFE = \frac{AE}{EF} = \frac{AE}{AB} = \cos\angle BAE$

$\frac{3\sqrt{13}}{13}$ $\quad$ $\arcsin\frac{3\sqrt{13}}{13}$

$\cos\angle AFE = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ $\quad$ $AF = \frac{39}{4}\cdot\frac{2\sqrt{13}}{13} = \frac{3\sqrt{13}}{2}$

$\frac{3\sqrt{13}}{2\cdot 2}\cdot\frac{9\sqrt{13}}{4} = \frac{27\cdot 13}{16} = \frac{351}{16}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 2 7 8 3

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(2)=0$

$f(3)=0$ $\quad f(11)=2$ $\quad f(19)=4$

$f(5)=1$ $\quad f(13)=3$ $\quad f(23)=5$

$f(7)=1$ $\quad f(17)=4$ $\quad f(29)=7$

$f(1)=f(\frac{1}{4})+f(4)$

$f(1)=f(y)+f(\frac{1}{y}) \Rightarrow f(y)=-f(\frac{1}{y})$

$f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$

$f(14)=1$ $\quad f(1)=0$

$f(\frac{1}{2})=f(\frac{1}{2})+f(2)=0$

$f(\frac{1}{5})=f(5)+f(\frac{1}{5})$ $\quad \Rightarrow f(\frac{1}{5})=-1$

$f(\frac{1}{3})=$

$f(3)=0$

$f(4)=2f(2)=0$

$f(5)=1$

$f(6)=f(3)+f(2)=0$

$f(7)=1$

$f(8)=0$

$f(9)=2f(3)=0$

$f(10)=f(5)+f(2)=1$

$f(11)=2$

$f(12)=f(3)+f(4)=0$

$f(13)=3$

$f(14)=f(7)+f(2)=1$

$f(15)=f(3)+f(5)=1$

$f(16)=2f(8)=0$

$f(17)=4$

$f(18)=f(2)+f(9)=0$

$f(19)=4$

$f(20)=f(5)+f(4)=1$

$f(21)=f(3)+f(7)=1$

$f(22)=f(2)+f(11)=2$

$f(23)=5$

$f(24)=f(8)+f(3)=0$

$f(25)=2f(5)=2$

$f(26)=f(2)+f(13)=3$

$f(27)=f(9)+f(3)=0$

$f(a)=f(p_1^{\alpha_1}\dots p_n^{\alpha_n})=\alpha_1[p_1/4]+\alpha_2[p_2/4]+\dots\alpha_n[p_n/4]$

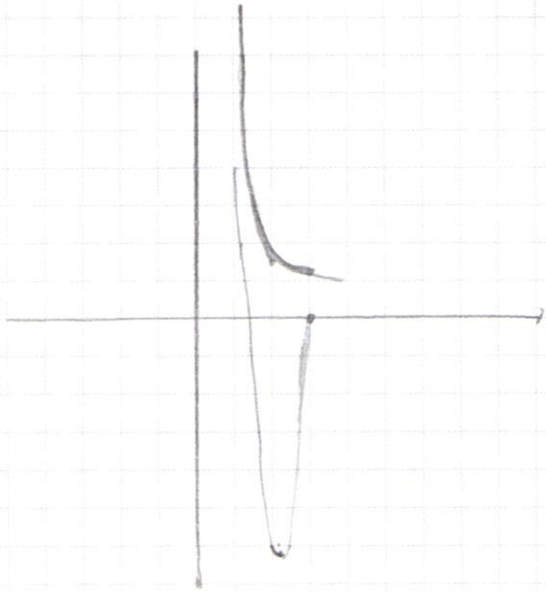
0	1	2	3	4	5
10	7	3	2	2	1

$10\cdot15+7\cdot8+3\cdot5+2\cdot3+2\cdot1=150+56+23=229$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{4x-3}{2x-2} = 1 + \frac{1}{2x-2}$$



$\frac{34}{16} = \frac{17}{8}$

$32+30-38 =$

$= -6$

$\frac{17^2}{8} - \frac{34 \cdot 17}{8} + 30 =$

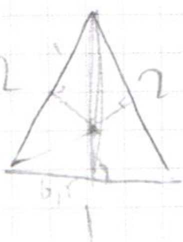
$= -\frac{289}{8} + \frac{240}{8} =$

$= -\frac{49}{8}$

$107-107$

KLMN – $ȳ / ȳn$

$\left(\frac{PS}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{PR}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{RS}{\sqrt{2}}\right)^2$



$\sqrt{4-0{,}25} =$

$= \sqrt{3{,}75} =$

$= \sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$

$\frac{8}{\sqrt{15}} = 2R$

$R = \frac{4}{\sqrt{15}}$

$\sqrt{\left(\frac{4}{\sqrt{15}}\right)^2 + h^2} = \sqrt{\frac{14}{15}} + h \quad \sqrt{\frac{14}{15}}$

$h^2 + h + \frac{16}{15} = \sqrt{\frac{14}{15}}$

$\frac{14}{15} + h^2 + 2h\sqrt{\frac{14}{15}} = \frac{16}{15} + \cancel{h^2}$

$h\sqrt{\frac{14}{15}} = \frac{1}{15}$

$h = \frac{\sqrt{210}}{210}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)