МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР ____ 20002595

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2},\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geqslant |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=\frac{5}{2}$, $BD=\frac{13}{2}$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 27$, $3\leqslant y\leqslant 27$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{4x-3}{2x-2}\geqslant ax+b\geqslant 8x^2-34x+30$$

выполнено для всех x на промежутке $(1;3]$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $PQRS$, вершина P которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра PQ. Известно, что $QR=2$, $QS=1$, $PS=\sqrt{2}$. Найдите длину ребра RS. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

20002595

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.

$f(1)=?$

$1=1\cdot 1 \Rightarrow f(1)=f(1)+f(1) \Rightarrow f(1)=0$

$1=a\cdot\frac{1}{a}$, $a>0$ и рац. $\Rightarrow f(1)=f(a)+f(\frac{1}{a})=0 \Rightarrow f(a)=-f(\frac{1}{a})$

$f(\frac{x}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})=f(x)-f(y)$, чтобы $f(\frac{x}{y})$ было <0 необходимо и достаточно, чтобы $f(y)>f(x)$, теперь посчитаем значения среди нат. чисел $\{3;4;\ldots;27\}$.

$f(3)=[\frac{3}{4}]=0$; $f(2)=[\frac{2}{4}]=0$; $f(4)=f(2)+f(2)=0$; $f(5)=[\frac{5}{4}]=1=[\frac{7}{4}]=f(7)$; $f(6)=f(3)+f(2)=0$; $f(8)=f(4)+f(2)=0$; $f(9)=f(3)+f(3)=0$; $f(10)=f(2)+f(5)=1$; $f(11)=[\frac{11}{4}]=2$; $f(12)=f(6)+f(2)=0$; $f(13)=[\frac{13}{4}]=3$; $f(14)=f(2)+f(7)=1$; $f(15)=f(3)+f(5)=1$; $f(16)=f(8)+f(2)=0$; $f(17)=[\frac{17}{4}]=4$; $f(18)=f(9)+f(2)=0$; $f(19)=[\frac{19}{4}]=4$; $f(20)=f(4)+f(5)=1$; $f(21)=f(3)+f(7)=1$; $f(22)=f(2)+f(11)=2$; $f(23)=[\frac{23}{4}]=5$; $f(24)=f(6)+f(4)=0$; $f(25)=f(5)+f(5)=2$; $f(26)=f(2)+f(13)=3$; $f(27)=f(9)+f(3)=0$.

Итого: $f(t)=0$ $t\in\{3,4,6,8,9,12,16,18,24,27\}=A$: 10 элементов

$f(t)=1$ $t\in\{5,7,10,14,15,20,21\}=B$: 7 элементов

$f(t)=2$ $t\in\{11,22,25\}=C$: 3 элемента

$f(t)=3$ $t\in\{13,26\}=D$: 2 элемента

$f(t)=4$ $t\in\{17,19\}=E$: 2 элемента

$f(t)=5$ $t\in\{23\}=F$: 1 элемент

1) Если $y=23$, то $x\in\{3,\ldots,27\}\setminus\{23\}$, тогда $f(\frac{x}{y})<0$: 24 варианта.

2) Если $y=17$ или 19, то $x\in A\cup B\cup C\cup D$, тогда $f(\frac{x}{y})<0$: $2\cdot 22=44$ варианта.

5

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

3) Если $y \in D$, то $x \in A \cup B \cup C$, тогда $f(\frac{x}{y})<0$: $2 \cdot 20 = 40$ вариантов.

4) Если $y \in C$, то $x \in A \cup B$, тогда $f(\frac{x}{y})<0$: $3 \cdot 17 = 51$ вариант.

5) Если $y \in B$, то $x \in A$, тогда $f(\frac{x}{y})<0$: $7 \cdot 10 = 70$ вариантов.

6) Если $y \in A$, то ~~нет~~ нет таких x, что $f(\frac{x}{y})<0$.

Итого: $24+44+40+51+70 = 229$ вариантов.

Ответ: 229 пар $(x;y)$.

3.

$$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x \geq |x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$$

Т.к. в неравенстве присутствует $\log_4(x^2+6x)$, то $\Rightarrow x^2+6x>0 \Rightarrow$ мы понимаем как раскрыть модуль. Сделаем замену $t=x^2+6x>0$.

$3^{\log_4 t}+t \geq t^{\log_4 5}$.

По св-ву логарифма $a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \Rightarrow t^{\log_4 5} = 5^{\log_4 t}$ и $t = 4^{\log_4 t}$

Заменим $\log_4 t = a$, итого:

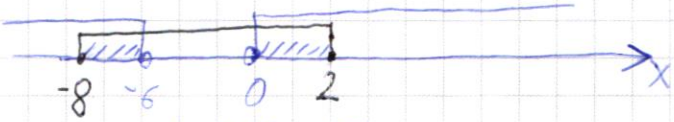
$3^a+4^a \geq 5^a \mid : 5^a > 0$

5

$(\frac{3}{5})^a+(\frac{4}{5})^a \geq 1$, заметим, что $f(a)=(\frac{3}{5})^a+(\frac{4}{5})^a$ убывает на $\mathbb{R}$, т.к. является суммой убывающих функций $g(a)=(\frac{3}{5})^a$ и $h(a)=(\frac{4}{5})^a$.

Равенство достигается при $a=2 \Rightarrow$ из-за монотонности функции неравенство выполнено при $a \leq 2$

$\log_4 t \leq 2 \Rightarrow t \in (0;16] \Rightarrow \begin{cases} x^2+6x>0 \\ x^2+6x \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+6)>0 \\ (x-2)(x+8) \leq 0 \end{cases}$



$x \in [-8;-6) \cup (0;2]$.

Ответ: $[-8;-6) \cup (0;2]$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.

$$\begin{cases} 3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2} & (1)\\ 3x^2+3y^2-6x-4y=4 & (2)\end{cases}$$

(1) $3y-2-2x+2=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$

Сл. 1 $\begin{cases}3y-2\geq 0\\ x-1\geq 0\end{cases}$ *: $3y-2=a^2$, $x-1=b^2$, $a,b\geq 0$ $\Rightarrow a^2-2b^2=ab \Rightarrow (a-2b)(a+b)=0$

$\left[\begin{array}{l} a-2b=0 \ (1)' \\ a+b=0 \ (2)' \end{array}\right.$

~~(1)' $a=2b$: $3y-2=2x-2$~~

~~$y=\frac{2}{3}x$ подставим в (2) $3x^2+3\cdot(\frac{2}{3}x)^2-6x-4(\frac{2}{3}x)=4 \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow 3x^2+\frac{4}{3}x^2-6x-\frac{8}{3}x-4=0 \Rightarrow 13x^2-26x-12=0$; $D=169+12\cdot 13=25\cdot 13$~~

~~$x_{1,2}=\frac{13\pm 5\sqrt{13}}{13}$, $x=\frac{13-5\sqrt{13}}{13}$ неподх, т.к. х д.б. х должен быть больше 1 (сл *)~~

~~значит $x=1+\frac{5}{\sqrt{13}} \Rightarrow y=\frac{2}{3}+\frac{10}{3\sqrt{13}}$~~

(2)' т.к. $a\geq 0$ и $b\geq 0$, то $a+b=0 \Leftrightarrow \begin{cases}a=0\\ b=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3y-2=0\\ x-1=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=\frac{2}{3}\\ x=1\end{cases}$, подставим

в (2) $3+3\cdot(\frac{2}{3})^2-6-4\cdot\frac{2}{3}=4 \Rightarrow$ ~~$\frac{4}{3}$ $\frac{8}{3}$~~ $-\frac{4}{3}=7$, неверно!!!

Сл. 2 $\begin{cases}3y-2\leq 0\\ x-1\leq 0\end{cases}$ **: $3y-2=-a^2$, $x-1=-b^2$, $a,b\geq 0$ $\Rightarrow \left((1) \Leftrightarrow 2b^2-a^2=ab\right) \Rightarrow (2b+a)(b-a)=0$

$\left[\begin{array}{l} 2b+a=0 \ (1)'' \\ b=a \ (2)'' \end{array}\right.$

(1)'' т.к. $a,b\geq 0$, то $2b+a=0 \Leftrightarrow \begin{cases}b=0\\ a=0\end{cases}$, но тогда решений нет см. (2)'

(2)'' $b=a$: $\sqrt{2-3y}=\sqrt{1-x} \Rightarrow 2-3y=1-x$; $x=3y-1$, подставим в (2):

$3(3y-1)^2+3y^2-6(3y-1)-4y-4=0$; $27y^2-18y+3+3y^2-18y+6-4y-4=0$

$30y^2-40y+5=0$; $6y^2-8y+1=0$, $D=16-6=10$; $y_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{10}}{6}=\frac{2}{3}\pm\frac{\sqrt{10}}{6}$,

$y=\frac{2}{3}+\frac{\sqrt{10}}{6}$ неподх, т.к. из ** $y\leq\frac{2}{3} \Rightarrow y=\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{10}}{6} \Rightarrow x=1-\frac{\sqrt{10}}{2}$.

(1)' $a=2b \Rightarrow \sqrt{3y-2}=2\sqrt{x-1} \Rightarrow 3y-2=4x-4 \Rightarrow x=\frac{3y+2}{4}$, подставим в (2)

$3\left(\frac{3y+2}{4}\right)^2+3y^2-6\left(\frac{3y+2}{4}\right)-4y-4=0$

$\frac{27}{16}y^2+3y^2-\frac{9}{2}y-4y+\frac{12}{16}-\frac{12}{4}-4+\frac{36}{16}y=0\ |\cdot16$

$27y^2+48y^2-72y-64y+12-48-64+36y=0$

$\cancel{75y^2-136y-100=0}$

$75y^2-100y-100=0\ |:25$

4

$3y^2-4y-4=0$

$D=4+12=16$

$y_{1,2}=\frac{2\pm4}{3}$ $\quad y=\frac{2}{3}-\frac{4}{3}$ не подх., т.к. y^* $y\geqslant\frac{2}{3} \Rightarrow y=\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=2 \Rightarrow x=2$

Ответ: $(2;2);\left(1-\frac{\sqrt{10}}{2};\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{10}}{6}\right)$

6.

$f(x)=\frac{4x-3}{2x-2}=2+\frac{1}{2x-2}$

$g(x)=8x^2-34x+30=2(4x-5)(x-3)$

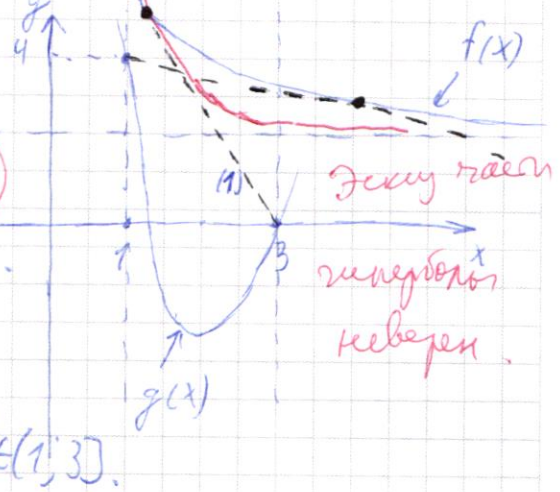
$g(x)$-парабола с ветвями вверх $\Rightarrow$ для того чтобы $ax+b\geqslant g(x)\ \forall x\in(1;3] \Leftrightarrow a+b\geqslant g(1);\ 3a+b\geqslant g(3)$ $\Rightarrow -2a\geqslant4 \Rightarrow a\leqslant-2;\ b\geqslant6.$

$g(1)=4;\ g(3)=0.$

$f(x)$-гипербола "положительная", поэтому, чтобы $f(x)\geqslant ax+b\ \forall x\in(1;3]$, то ~~для~~ $\forall a=k$, где k-коэффициент наклона кас.-к графику b д.б. меньше чем свободный коэф. в уравнении этой касательной.

$f'(x)=\left(2+\frac{1}{2x-2}\right)'=-\frac{1}{(2x-2)^2}\cdot2=-\frac{1}{2x^2-4x+2}=-\frac{1}{2(x-1)^2}$

Черным пунктиром на графике изображены крайние положения прямых вида $ax+b$ удовл. усл.



0

Найдем уравнение (1):

$$\begin{cases} 3a+b=0 \\ \frac{4x-3}{2x-2}-ax-b \geqslant 0\ \forall x\in(1;3]. \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} b=-3a \quad (1) \\ \dfrac{4x-3-a(x+3)(2x-2)}{2x-2} \geq 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(2)\ \frac{4x-3-a(2x^2+3x-6)}{2x-2} \geq 0 \quad \Big| \cdot (-1)$$

$$\frac{2ax^2-\cancel{x}(4-3a)x-6+3}{2x-2} \leq 0$$

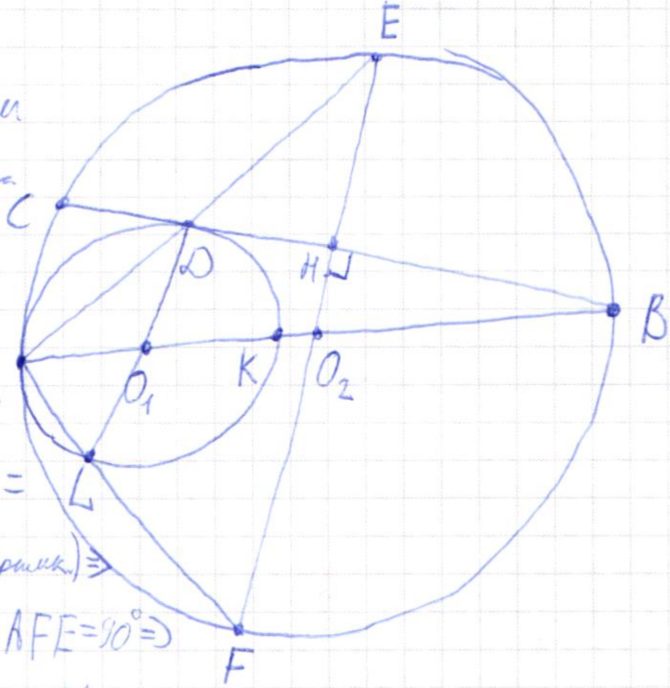
из (2) видно, что $x=1$ не корень числителя ни при каких a $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~ед. реш. возможно~~ касание $\Leftrightarrow$

$a \leq -2$.

$$D=(4-3a)^2+4\cdot 3\cdot 2a=16-24a+9a^2+24a=9a^2+16>0$$

4.



Сделаем гомотетию с центром в A, переводящую ω в Ω, тогда $D \to E$, $O_1 \to O_2$, $K \to B$, $L \to F \Rightarrow$

$\Rightarrow DL \parallel EF$ (L – т. пересеч. AF и ω)

(K: AK – диаметр ω) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AFE = \angle ALD = \angle AKD$ (вп. окр. ω) $=$

$= \angle ADC$ (из-за св-ва касс.) $= \angle EDH$ (вертик.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DEH = 90^\circ - \angle EDH \Rightarrow \angle AEF + \angle AFE = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EAF = 90^\circ \Rightarrow EF$ – диаметр $\Omega \Rightarrow DL$ – диаметр ω.

$\left.\begin{array}{l} EF \text{ диаметр} \\ BC \perp EF \end{array}\right| \Rightarrow CH = HB = \frac{BC}{2} = \frac{9}{2}$

Рассм. степень точки H окр. Ω: она равна $-CH \cdot HB = -EH \cdot HF \Rightarrow$

$\Rightarrow EH \cdot HF = \frac{81}{4}$; $\exists\, HO_2 = x$, тогда $\frac{81}{4} = R^2 - x^2$

$O_2H \parallel O_1D \Rightarrow \triangle BO_2H \sim \triangle BO_1D \Rightarrow \cancel{\frac{O_2H}{O_1D} = \frac{BO_2}{BO_1}, \frac{x}{r} = \frac{R}{2R-r}}$ $\frac{BO_2}{BO_1} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{R}{2R-r} = \frac{9}{13} \Rightarrow 13R = 18R - 9r \Rightarrow 9r = 5R \Rightarrow R = \frac{9}{5}r$, $r = \frac{5}{9}R$ 0

Теперь рассмотрим степень точки B относ. окр. ω: она равна: $\boxed{BK \cdot BA = BD \cdot BC}$; $(2R-2r)2R = \frac{13}{2} \cdot 9$; $\frac{8}{9}R \cdot 2R = \frac{117}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow R^2 = \frac{117 \cdot 9}{16} \Rightarrow R = \frac{9\sqrt{13}}{4} \Rightarrow r = \frac{5\sqrt{13}}{4}$ Это неверно, BD^2!

$\angle AFE = \angle O_2AF$, т.к. ($O_2F = O_2A$ – радиусы) $\Rightarrow \exists\, \angle AFE = \alpha$

$\angle AO_2F = 180^\circ - 2\alpha = \angle HO_2B$ т.к. $2\alpha > 90$ ($\triangle O_2HB$)

$\sin(180^\circ - 2\alpha) = \frac{BH}{BO_2} = \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{R} = \frac{13}{2} \cdot \frac{4}{9\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{9} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2\sqrt{13}}{9} \Rightarrow \cancel{-\cos 2\alpha} =$

$\cancel{= \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 13}{81}} = \frac{\sqrt{29}}{9} = |\cos^2\alpha - \sin^2\alpha| = (1 + 2\sin^2\alpha) \Rightarrow}$

$\cancel{\Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{29}}{9}}{2}} \Rightarrow \angle AFE = \arcsin\sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{29}}{9}}{2}}}$

☐ черновик   ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 2 5 9 5

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{S_{\Delta AFE} = S_{\Delta AFO_2} + S_{\Delta AEO_2} = \frac{1}{2}\sin 2\alpha (R^2+R^2) = \sin 2\alpha \cdot R^2 = \frac{2\sqrt{13}}{9}\cdot\frac{81\cdot 13}{16} = \frac{9\cdot 13\sqrt{13}}{8} =}$

$\cancel{= \frac{117\sqrt{13}}{8}}$

~~Ответ:~~ $\cancel{R_\Omega = \frac{9\sqrt{13}}{4}, \; r_\omega = \frac{5\sqrt{13}}{4}}$

$\sin(180^\circ - 2\alpha) = \frac{BH}{BO_2} = \frac{9}{2}\cdot\frac{4}{9\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$, $\sin 2\alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ т.к. $180^\circ - 2\alpha < 90^\circ$, то

$2\alpha > 90^\circ \Rightarrow \cos 2\alpha < 0 \Rightarrow -\cos 2\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{13}}{13}\right)^2} = \frac{3\sqrt{13}}{13} \Rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha =$

$= \frac{3\sqrt{13}}{13}$; $\sin\alpha = \sqrt{\frac{1 - \frac{3\sqrt{13}}{13}}{2}}$, $\Rightarrow \angle AFE = \arcsin\sqrt{\frac{1-\frac{3\sqrt{13}}{13}}{2}}$.

$S_{\Delta AFE} = S_{\Delta AEO_2} + S_{\Delta AFO_2} = \frac{1}{2}\sin 2\alpha \cdot R^2 + \frac{1}{2}\sin(180^\circ - 2\alpha) R^2 = \sin 2\alpha \, R^2 =$

$= \frac{2}{\sqrt{13}}\cdot\left(\frac{9\sqrt{13}}{4}\right)^2 = \frac{2\cdot 81\cdot 13}{\sqrt{13}\cdot 16} = \frac{81\sqrt{13}}{8}$

Ответ: $R_\Omega = \frac{9\sqrt{13}}{4}$, $r_\omega = \frac{5\sqrt{13}}{4}$, $\angle AFE = \arcsin\left(\sqrt{\frac{1-\frac{3\sqrt{13}}{13}}{2}}\right)$, $S_{\Delta AFE} = \frac{81\sqrt{13}}{8}$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 2 5 9 5

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\sin 2\beta\cdot\cos 2\alpha=-\frac{1}{\sqrt{17}}$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}$

$-\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot\cos 2\beta\pm\sin 2\beta\cdot\frac{4}{\sqrt{17}}+\sin 2\alpha=-\frac{8}{17}$

2

$\begin{cases}3y-2x=\sqrt{3xy-2x-3y+2}\\3x^2+3y^2-6x-4y=4\end{cases}$

$\sqrt{(3y-2)(x-1)}=3y-2x$

$3(x-1)^2+3y^2-4y-7=0$

$3x^2-6x+3-3+$

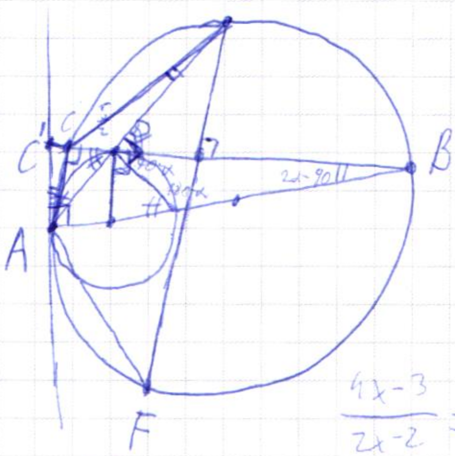
$+3y^2-6y+3-3+2y-4=0$

$3(x-1)^2+(y-2)^2+2y^2-11=0$

$3(x-1)^2+3(y-1)^2+2y-10=0$

$(2R-2r)\cdot 2R=BD^2$

$72-102+30=0$



$3^{\log_4(x^2+6x)}+6x\geq|x^2+6x|^{\log_4 5}-x^2$

$3^{\log_4(x^2+6x)}+x^2+6x\geq|x^2+6x|^{\log_4 5}$

$t=x^2+6x \to t>0$

$3^{\log_4 t}+t\geq|t|^{\log_4 5}$

$t^{\log_4 3}+t\geq t^{\log_4 5}$

$\frac{9}{4}$

17
17
119
17
289

15
6
90
15
240

$\frac{4x-3}{2x-2}=2+\frac{1}{2x-2}$

$4x^2-17x+15=0$

$D=289-240=49$

$x_{1,2}=\frac{17\pm7}{8}$ ↗ $\frac{3}{}$ ↘ $\frac{5}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$x^2+6x+9=0$

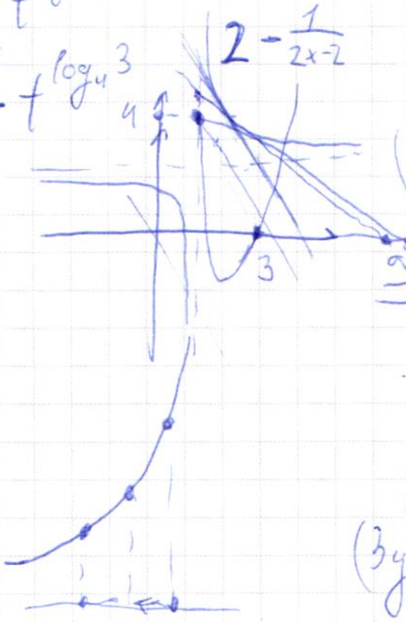
$t^{\log_4 3}+t\geq t^{\log_4 5}$

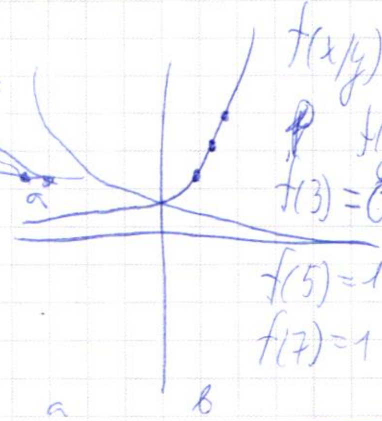
$t\geq t^{\log_4 5}-t^{\log_4 3}$

$t\leq 1$ ✓

$t>1$:

$t\leq \dfrac{t^{\log_4 5}+t^{\log_4 3}}{2}$





$f(x/y)=f(x)-f(y)$

$f(y)=-f(x)$

$f(3)=0$

$f(5)=1$

$f(7)=1$

$(\overset{a}{3y-2})-2(\overset{b}{x-1})=\sqrt{(3y-2)(x-1)}$

$3^{\log_4 t}+4^{\log_4 t}\geq 5^{\log_4 t}$

$a-2b=\sqrt{ab}$

$3^a+4^a\geq 5^a$ Ok $\quad\sqrt{3y-2}=2\sqrt{(x-1)}$

$3b^2+$

$a^2-ab-2b^2=0$

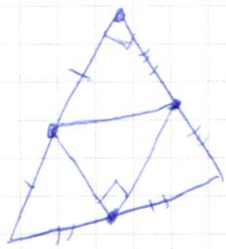
$(a-2b)(a+b)=0$

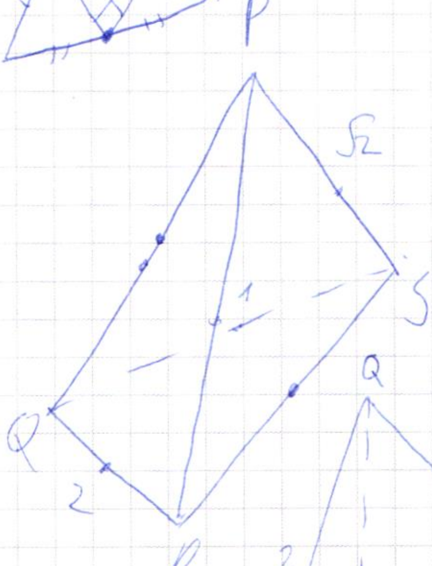
$f(1)=f(1)+f(1)$

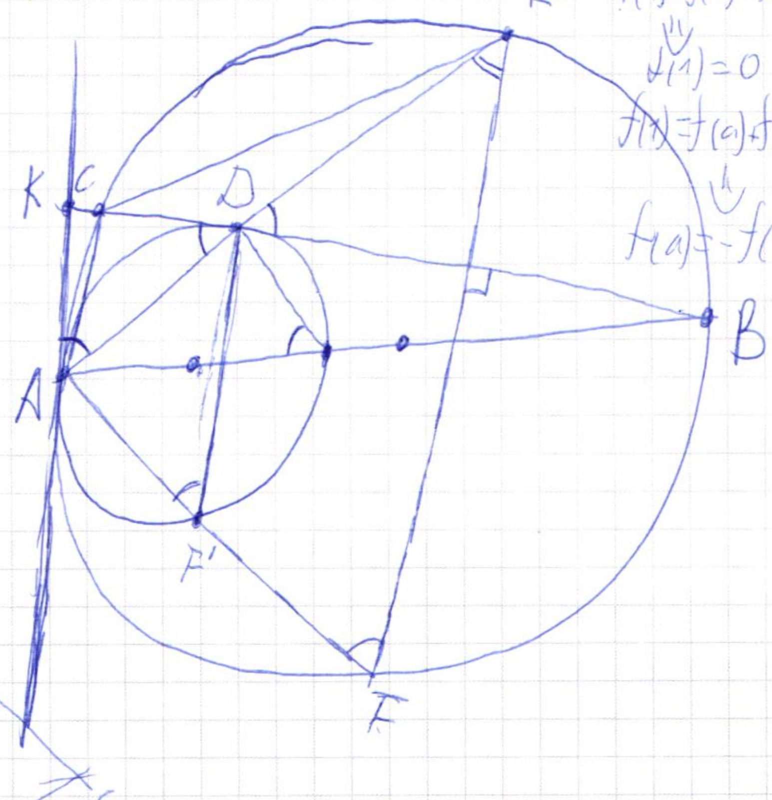
$f(1)=0$

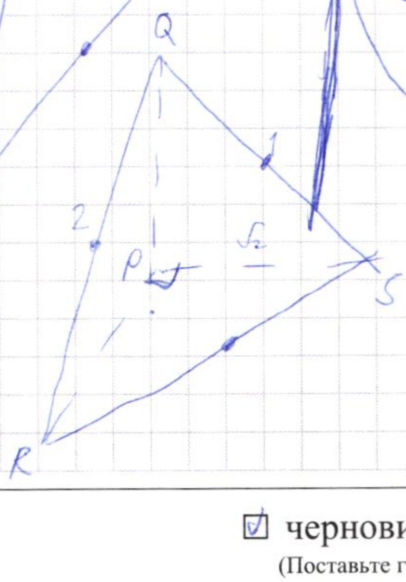
$f(1)=f(a)+f(\frac{1}{a})$

$f(a)=-f(\frac{1}{a})$









☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)