МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x$$

ОДЗ: $x^2+18x>0$

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2+18x \geq (x^2+18x)^{\log_{12}13}$$

$t = \cancel{\log}\ x^2+18x,\ t>0$ (из ОДЗ)

$$5^{\log_{12}t}+t \geq t^{\log_{12}13}$$

$$\log_{12}t = \frac{\log_5 t}{\log_5 12} = \log_5 t \cdot \log_{12}5 \Rightarrow 5^{\log_{12}t} =$$

5

$$= 5^{\log_5 t\cdot\log_{12}5} = t^{\log_{12}5}$$

$$t^{\log_{12}5}+t \geq \cancel{\log_1}\ t^{\log_{12}13} \quad \Big|: t^{\log_{12}13}>0$$

$$t^{\log_{12}5-\log_{12}13}+t^{1-\log_{12}13} \geq 1$$

$$t^{\log_{12}\frac{5}{13}}+t^{\log_{12}\frac{12}{13}} \geq 1$$

$$f(t) = t^{\log_{12}\frac{5}{13}}+t^{\log_{12}\frac{12}{13}}$$

$\log_{12}\frac{5}{13}<0$ (т.к. $\frac{5}{13}<1$) $\Rightarrow t^{\log_{12}\frac{5}{13}} \downarrow$ на $(0;+\infty)$

$\log_{12}\frac{12}{13}<0$ (т.к. $\frac{12}{13}<1$) $\Rightarrow t^{\log_{12}\frac{12}{13}} \downarrow$ на $(0;+\infty)$.

т.е. $f(t) \downarrow$ на $(0;+\infty)$ (на ОДЗ)

$f(t)\geq 1$, пусть $f(t_0)=1$

$f(t)\geq f(t_0)$, $f(t)\downarrow \Rightarrow t\leq t_0$

Наша задача сводится к нахождению t_0, такое что $f(t_0)=$
$=1$

т.к. $f(t)$ монотонна на ОДЗ, то всех значений t_0 не более одного. Заметим, что $t_0 = 12^2$ удовл. усл.

$$(12^2)^{\log_{12}\frac{5}{13}} + (12^2)^{\log_{12}\frac{12}{13}} = \left(\frac{5}{13}\right)^2 + \frac{12^2}{13^2} = \frac{25}{169} + \frac{144}{169} = \frac{169}{169} = 1,$$

т.е. $f(t) \geq 1$ при $t \leq 12^2 = 144$

Учитывая ОДЗ:

$$0 < t \leq 144$$

$$\begin{cases} x^2+18x > 0 \\ x^2+18x \leq 144 \end{cases} \quad \begin{cases} x(x+18) > 0 \\ (x+24)(x-6) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x > 0 \\ x < -18 \end{array}\right. \\ -24 \leq x \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \underline{x \in [-24; -18) \cup (0; 6]}.$$

№5

Выведем формулу для числа $f(\frac{m}{n})$ $\frac{m}{n}$.

$f(ab) = f(a) + f(b) \Rightarrow f(a) = f(ab) - f(b)$

Пусть $a = \frac{m}{n}$, $b = n^2$

$\Rightarrow f\left(\frac{m}{n}\right) = f\left(\frac{m}{n} \cdot n^2\right) - f(n^2) = f(mn) - f(n \cdot n) = f(m) + f(n) - (f(n) + f(n)) = \underline{f(m) - f(n)}$

Таким образом

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$, когда $f(x) - f(y) < 0$

$f(x) < f(y)$

$x, y \in \mathbb{N} \cap [1; 24] \Rightarrow$ для каждого возможного x найдём $f(x)$:

$f(1) = f\left(\frac{1}{1}\right) = f(1) - f(1) = 0$

$f(2) = \left[\frac{2}{4}\right] = 0$

$f(3) = \left[\frac{3}{4}\right] = 0$

$f(4) = f(2) + f(2) = 0 + 0 = 0$

$f(5) = \left[\frac{5}{4}\right] = 1$

$f(6) = f(2) + f(3) = 0 + 0 = 0$

$f(7) = \left[\frac{7}{4}\right] = 1$

$f(8) = f(4) + f(2) = 0 + 0 = 0$

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

20001413

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(9) = f(3)+f(3) = 0+0=0$

$f(11) = \left[\frac{11}{4}\right] = 2$

$f(13) = \left[\frac{13}{4}\right] = 3$

$f(15) = f(3)+f(5) = 0+1=1$

$f(17) = \left[\frac{17}{4}\right] = 4$

$f(19) = \left[\frac{19}{4}\right] = 4$

$f(21) = f(3)+f(7) = 1$

$f(23) = \left[\frac{23}{4}\right] = 5$

$f(x)=0$ для 11 чисел

$f(x)=1$ для 7 чисел

$f(x)=2$ для 2 чисел

$f(x)=3$ для 1 числа

$f(x)=4$ для 2 чисел

$f(x)=5$ для 1 числа

Итого получаем $143+42+8+3+2$ решения, т.е. 198 решений

$f(10) = f(5)+f(2) = 1+0=1$

$f(12) = f(4)+f(3) = 0+0=0$

$f(14) = f(7)+f(2) = 1+0=1$

$f(16) = f(4)+f(4) = 0+0=0$

$f(18) = f(9)+f(2) = 0+0=0$

$f(20) = f(4)+f(5) = 0+1=1$

$f(22) = f(11)+f(2) = 2+0=2$

5

$f(24) = f(4)+f(6) = 0+0=0$

$f(x) - f(y) < 0$

кол-во способов выбрать $f(x)=0$, $f(y) \geq 1$: $11\cdot(7+2+1+2+1) = 11\cdot 13 = 143$

кол-во способов выбрать $f(x)=1$, $f(y) \geq 2$: $7\cdot(2+1+2+1) = 42$

кол-во способов выбрать $f(x)=2$, $f(y) \geq 3$: $2\cdot(1+2+1) = 8$

кол-во способов выбрать $f(x)=3$, $f(y) \geq 4$: $1(2+1) = 3$

кол-во способов выбрать $f(x)=4$, $f(y) \geq 5$: $2\cdot 1 = 2$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

№2

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-2)-2(y-1)=\sqrt{(x-2)(y-1)} \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2=a \\ y-1=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ a^2+9b^2=25 \end{cases}$$

$\underline{a-2b\geq 0}$ (1)

$$\begin{cases} a^2+4b^2-4ab=ab \\ a^2+9b^2=25 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2+4b^2-5ab=0 \\ a^2+9b^2=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5b^2+5ab=25 \\ a^2+9b^2=25 \end{cases} \quad \begin{cases} b^2+ab=5 \\ a^2+9b^2=25 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-\frac{b^2-5}{b}, b\neq 0 \\ a^2+9b^2=25. \end{cases}$$

$$\left(\frac{b^2-5}{b}\right)^2+9b^2=25 \;|\cdot b^2$$

$$b^4-10b^2+25+9b^4-25b^2=0$$

$$10b^4-35b^2+25=0$$

$$2b^4-7b^2+5=0$$

$$\left[\begin{array}{l} b^2=1 \\ b^2=\frac{5}{2} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=-1 \\ b=\sqrt{\frac{5}{2}} \\ b=-\sqrt{\frac{5}{2}} \end{array}\right.$$

~~$a=-\frac{b^2-5}{b}$ подст в (1): $-\frac{b^2-5}{b}-2b\geq 0 \Leftrightarrow \frac{-b^2-5}{b}\geq 0$~~

~~$\frac{b^2+5}{b}\leq 0$, т.е. $\underline{b\leq 0}$ (т.к. $b^2+5\geq 0$).~~

~~$$\left[\begin{array}{l} b=-1 \\ b=-\sqrt{\frac{5}{2}} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=-1 \\ a=4 \end{cases} \\ \begin{cases} b=\sqrt{\frac{5}{2}} \\ a=\sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=6 \\ y=0 \end{cases} \\ \end{array}\right.$$~~

☐ черновик ☒ чистовик Страница №2

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a = -\frac{b^2-5}{b}$ подст в (1):

$-\frac{b^2-5}{b} - 2b \geq 0$

$\frac{5-3b^2}{b} \geq 0$

1) $b^2 = 1 \Rightarrow \frac{5-3}{b} \geq 0$

$b \geq 0$, т.е. $\underline{b=1} \Rightarrow \underline{a=4}$

2) $b^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{5-\frac{15}{2}}{b} \geq 0$

$b < 0 \Rightarrow \underline{b = -\sqrt{\frac{5}{2}}} \Rightarrow \underline{a = \frac{\frac{5}{2}}{-\sqrt{\frac{5}{2}}} = -\sqrt{\frac{5}{2}}}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=4 \\ b=1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-\sqrt{\frac{5}{2}} \\ b=-\sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2-\sqrt{\frac{5}{2}} \\ y=1-\sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases} \end{array}\right.$

Ответ: $(6;2)$, $\left(2-\sqrt{\frac{5}{2}}; 1-\sqrt{\frac{5}{2}}\right)$.

4

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

20001413

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$.

~~$2\sin(2\alpha+4\beta)\cdot\cos 4\beta = -\frac{4}{5}$.~~

~~$4\sin(2\alpha+\sin 2\beta)\cdot\cos(2\alpha+2\beta)$~~

$2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{4}{5}$.

$\cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt5}$

~~$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5}$~~

~~$\frac{2}{\sqrt5}\sin 2\alpha \pm \frac{1}{\sqrt5}\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$~~

2

$\sin 2\beta = \pm\frac{1}{\sqrt5}$.

$\sin(2\alpha+2\beta) = \pm\frac{1}{\sqrt5} \quad \pm\sin 2\beta$

$$\left[\begin{aligned} &2\alpha+2\beta = 2\beta+2\pi k\\ &2\alpha+2\beta = \pi-2\beta+2\pi k\\ &2\alpha+2\beta = -2\beta+2\pi k.\\ &2\alpha+2\beta = -(\pi-2\beta)+2\pi k\end{aligned}\right. \qquad \left[\begin{aligned} &2\alpha = 2\pi k \text{ — невозм, т.к.}\\ &2\alpha = \pi-4\beta+2\pi k\\ &2\alpha = -4\beta+2\pi k\\ &2\alpha = -\pi+2\pi k.\end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} &\alpha = \pi k \quad \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = 0\\ &\alpha = -\frac{\pi}{2}+\pi k - \operatorname{tg}\alpha \text{ не сущ.}\\ &\alpha = \frac{\pi}{2}-2\beta+\pi k \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-2\beta\right) = \frac{\cos 2\beta}{\sin 2\beta} = \pm 2\\ &\alpha = -2\beta+\pi k \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(-2\beta) = -\frac{\sin 2\beta}{\cos 2\beta} = \pm\frac{1}{2}\end{aligned}\right.$$

Ответ: $0;\ \pm 2;\ \pm\frac{1}{2}$.

Проверка показывает, что $\operatorname{tg}\alpha = 2$ и $\frac{1}{2}$ не реализуется!

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 1 4 1 3

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cancel{tg\,\alpha = \sqrt{1}}$$

$$tg\,2\alpha = \frac{2tg\,\alpha}{1-tg^2\alpha}$$

$$\cancel{\sin 2\alpha = \frac{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}}$$

$$\frac{12x+11}{4x+3}$$

$$ax+b = \frac{12x+11}{4x+3} \quad \frac{3(4x+3)+2}{4x+3} = 3+\frac{2}{4x+3}$$

$$-\frac{11}{4} \quad \frac{10}{4}$$

$$3+\frac{2}{4x+3} \quad -\frac{11}{4} = 3+\frac{2}{-2} = 2.$$

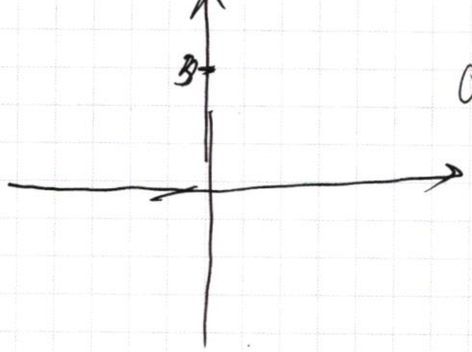
$$-8x^2-30x-17$$

$$\frac{30}{16} = \frac{15}{8}$$

$$3+\frac{2}{-11+3} = 3+\frac{2}{-8} = 3-\frac{1}{4}$$

$$-\frac{b}{a} = -\frac{-30}{-16} = -\frac{7{,}5}{4} \quad 3+\frac{2}{-9+3} = 3+\frac{2}{-6} = 3-\frac{1}{3}$$

$$3+\frac{2}{-5+3} = 3-1 = 2.$$



$ax+b$

$$a(-2)\cdot\left(-\frac{11}{4}\right) =$$

$$ax_1 - ax_2 = a(x_1-x_2)$$

$$-\frac{11}{4}a + b = \frac{11}{4}$$

$$2\alpha+2\beta = -\arcsin$$

$$-\pi+\arcsin$$

$$2\beta = -\arccos$$

$$+\arccos.$$

$$\alpha = -\arcsin\frac{1}{\sqrt5}+\arccos\frac{1}{\sqrt5}.$$

$$\sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5}$$

$$\sin 4\beta =$$

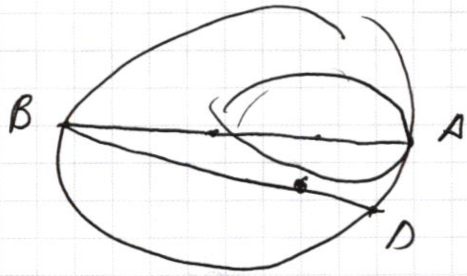
☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

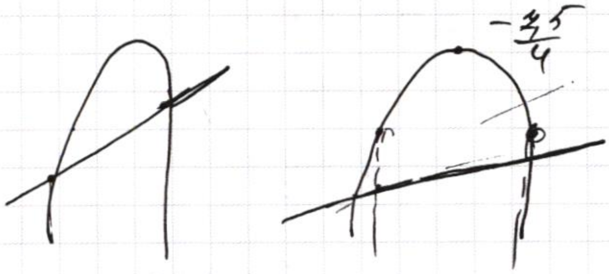
$ax+b \le -8b^2-30b-17$

$-\frac{2,5}{4}$

$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$



3 +



$18-17=1$

$-\frac{3}{4}$

$-\frac{30}{16}=-\frac{15}{8}$ $-\frac{3}{4}$

$\frac{-12+11}{-4+3}=1$ $[-\frac{11}{4}]$

$-\frac{225}{8}+\frac{225}{4}-17$

$-8\cdot\frac{9}{16}+\frac{30\cdot 3}{4}-17$

$-8+30-17=5$

$\frac{-1+-\frac{3}{4}}{2}=-\frac{7}{16}$

$3+\frac{2}{4k+3}$

$-8\cdot\frac{9}{16}+\frac{30\cdot 3}{4}-17=\frac{36}{2}$

$-\frac{11}{4}a+b \le -8\cdot\frac{121}{16}-\frac{30\cdot 11}{4}-17$

$15 \cdot 11 = 165$

3

$=-\frac{9}{2}+\frac{165}{2}-17=$

$-\frac{11}{4}a+b \le -\frac{121}{2}+\frac{165}{2}$ 6

$3+\frac{1}{4k+3}$

$-\frac{11}{4}a+b \le -\frac{286}{2}-17=-143-17=-160$ $=1$

$-\frac{45}{2}-\frac{15}{2}$

$b=\frac{7}{4}$ $b-1$

$-\frac{11}{4}a+b \le -160$

$-\frac{30}{16}=-\frac{15}{8}$

$-\frac{3}{4}a+b \le -8x^2-30x-17$

$-8\cdot\frac{9}{16}-\frac{30\cdot 3}{4}-17$

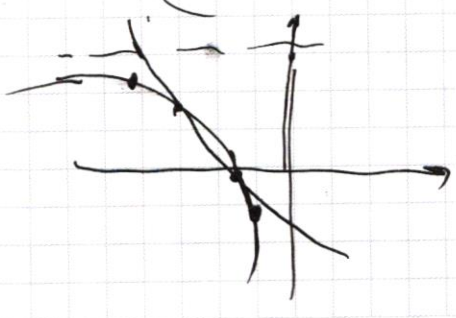
$\frac{-225}{8}+\frac{225}{4}-17=\frac{225}{8}-17$

$-\frac{7}{8}$

$=-\frac{9}{2}+\frac{45}{2}-17$

$-\frac{3}{4}a+b \le -4$

$3+\frac{2}{4\cdot-\frac{7}{2}+3}=$



☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 1 4 1 3

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin(\alpha+\beta) = \cancel{\sin\alpha + \cos}\ \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$

$tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\cancel{\sin(2\alpha+2\beta+2\beta) = \sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta +}$

$tg\,\alpha$

$\cancel{\sin 2\alpha\ \cos 2\beta + \sin 2\alpha}$

$\cos^2(2\alpha+2\beta) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\cancel{\sin(2\alpha+2\beta)} =$

$\sin(2\alpha+4\beta) = \sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta + \sin(2\beta)\cdot\cos(2\alpha+2\beta) +$
$+ \sin 2\alpha$

$\cancel{-\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}}}$ $\quad \sin 2\beta \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin(-\arcsin(\frac{1}{\sqrt{5}}) + 2\beta) \neq \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\sin 2\alpha =$

$t^{\log_{12} 5} + 6 \geq t^{\log_{12} 13}$

$\cancel{t^{\log_{12} 5}\left(1 + t^{\log_{12} 7}\right)}$

$t^{\log_{12} 5}\left(1 + t^{\log_{12} 5}\right) \geq t^{\log_{12} 13}$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}. \quad (1) \\ (x-2)^2+(3y-3)^2 = \cancel{12+4+9}\ 25 \end{cases}$$

(1):

$x-2y \geq 0$

$x^2+(4y)^2-\cancel{4xy}=xy-x-2y+2.$

$\cancel{x^2+x+4y^2+5xy=2}$

$(x-2y)^2=xy-x-2y+2.$

$x^2+4y^2-4xy=xy+x+2y=2.$

$x^2+x+4y^2+2y-5xy=2.$

$x^2-4x-18y+9y^2=12$

$-5x-20y+5y^2+5xy=10$

$\cancel{-x-2y+y^2+xy=2}.$

$x-2y \geq 0.$

$$\begin{cases} x^2+4y^2-4xy=xy-x-2y+2 \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+4y^2+x+2y-5xy=2 \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$5y^2-5x-20y+5xy=10.$

$y^2-x-4y+xy=2$

$\cancel{x(y+1)\geq 2(y+1)=2y^2-2y}$

N3.

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+y^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12}13}-18x.$$

ОДЗ: $x^2+18x \geq 0.$

$$\left[\begin{array}{l} x \geq 0 \\ x<18 \end{array}\right.$$

$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2+18x$

$x^2+18x=t,\ t>0$

$\frac{1}{\log_5 12}=\log_{12}5$

$$5^{\log_{12}t}+t \geq t^{\log_{12}13}$$

$t^{\log_{12}5}$

$\log_{12}t=\frac{\log_5 t}{\log_5 12}$

$$(t)^{\frac{1}{\log_5 12}}+t \geq t^{\log_{12}13}$$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 1 4 1 3

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$5^{\log_{12} t} = 5^{\frac{\log_5 t}{\log_5 12}} = \left(5^{\log_5 t \cdot \log_{12} 5}\right) = t^{\log_{12} 5}$$

$$t^{\log_{12} 5} + t \geq t^{\log_{12} 13}$$

$$t^{\log_{12} 5}\left(1 + t^{1-\log_{12} 5} - t^{\log_{12} 13 - \log_{12} 5}\right) \geq 0.$$

$$1 + t^{\log_{12}\frac{12}{5}} - t^{\log_{12}\frac{13}{5}} \geq 0$$

$$t^{\log_{12}\frac{12}{5}} + t^{\log_{12}\frac{13}{5}} - t^{\log_{12}\frac{12}{5}} \leq 1$$

$$-\frac{9}{16}$$

$$t^{\log_{12}\frac{13}{5}} - t^{\log_{12}\frac{12}{5}} = 1$$

$$8 \cdot \frac{11}{4} - \frac{121}{16} + 30 \cdot \frac{4}{4} \qquad t = 12^5$$

$$(12^5)^{\log_{12}\frac{13}{5}} = \left(12^{\log_{12}\frac{13}{5}}\right)^5 =$$

$$-\frac{121}{2} + \frac{165}{2} - 14 =$$

$$3 + \frac{2}{4x+3} \qquad = \frac{44}{2} - 14 = 5^2$$

$$\left(\frac{13}{5}\right)^5$$

$$\frac{2 \cdot 4}{(4x+3)^2} = \frac{8}{(4x+3)}$$

$$\begin{cases} -\frac{4}{4}a + b \leq 5 \\ -\frac{3}{4}a + b \leq 1 \end{cases}$$

$$\frac{t^{\log_{12}\frac{13}{5}}}{t^{\log_{12}\frac{12}{5}}} = t^{\log_{12}\frac{1}{5}}$$

$$\frac{8}{(4x+3)^2}$$

$$y = y'(x - x_0) + y(x_0) =$$

$$-\frac{3}{4}a + b \leq 1 \qquad = y(x_0) - y' \cdot x_0 =$$

$$b = 3 + \frac{8}{4x_0+3} \qquad \frac{12x_0^2 + 11x_0}{4x_0+3} - \frac{8x_0}{(4x_0+3)^2}$$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$5^{\log_{12} t} + t \geq t^{\log_{12} 13}$$

$$\log_{12} t = \frac{\log_5 t}{\log_5 12} = \log_5 t \cdot \log_{12} 5$$

$$t^{\log_{12} 5} + t \geq t^{\log_{12} 13}$$

12^k

$\cancel{t^{\log_{\frac{5}{13}}} + t^{\log\frac{12}{13}} \geq 1}$

$\cancel{5^k + 12^k \geq 13^k}$

$$\frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{13}{13}.$$

$k = \cancel{\log_{\frac{12}{13}}}$

$t = 12^k$

$k = \log_{\frac{5}{13}} \frac{12}{13}$

$$\left(\frac{5}{13}\right)^k + \left(\frac{12}{13}\right)^k = 1$$

$k = \log_{\frac{12}{13}}$

$$t\left(t^{\log_{12} 5 - 1} + 1 - t^{\log_{12} 13 - 1}\right.$$

$\log_{\frac{12}{13}} \cdot \log_{\frac{5}{13}} \frac{12}{13}$

$$t^{\log_{12} \frac{5}{12}} - t^{\log_{12} \frac{13}{12}} + 1 \geq 0.$$

$$t^{\log_{12} \frac{13}{5}} - t^{\log_{12} \frac{12}{5}} \leq 1$$

$\cancel{t^{\log_{12} \frac{12}{5}}\left(t^{\log_{12} \frac{13}{12}} - 1\right) \leq 1}$

$$12^{\log_{12} \frac{13}{5} + 5} = 12^{1 + \frac{5}{\log_{12} \frac{13}{5}}}$$

$\cancel{t^{\log_{12} 13 - 1}}$

$$12^{1 + \frac{5}{\log_{12} 5}}$$

$$\frac{\frac{13}{5} \log_{12} \frac{13}{5}}{\log_{12} 5} = \frac{13}{5} \log_5 \frac{13}{5}$$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

20001413

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{12x+11}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2-30x-17$

$\sin(2\alpha+4\beta)\sin 2\alpha + \cos(2\alpha+4\beta)\cdot\cos 2\alpha$

$\frac{-1}{-1} \le -a+b \le -8+30-17$

$= \sin 2\alpha + \cos$

$1 \le -a+b \le 5$ $\quad 2 \le -2a+2b \le 10$

$\frac{-13}{-5} \le -2a+b \le -32+60-17$ $\quad \sin(2\alpha+4\beta)$

$\frac{13}{5} \le -2a+b \le 11$ $\quad -9 \le b \le \frac{37}{5}$

$-11 \le 2a-b \le -\frac{13}{5}$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\alpha +$

$\sin 2\alpha(\cos 2\alpha+2\beta) = -\cos^2(2\alpha+2\beta)$

$\sin\ \cos 2\alpha$ $\quad -10 \le a \le \frac{12}{5}$

$\cos^2(2\alpha+2\beta) + (\sin 2\alpha$

$\cos^2(2\alpha+2\beta)+1)$

$\sin 2\alpha\left(\cos 1 + \frac{2}{\sqrt5}\right) + \cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt5} = -\frac{4}{5}$ $\quad ax+b = ax-9$

$+\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\alpha = 0$

$x<0$

$-10 < ax < 0$ $\quad \cos 2\alpha + 2$

$x^2+18x \le 144$ $\quad -\frac{4}{5} = -\cos^2(2\alpha+2\beta)$

$D = \sin^2 2\alpha - \frac{4}{\sqrt5}\cos 2\alpha$

$x^2+18x-144=0$ $\quad -\frac{11}{4} \le x < -\frac{3}{4}$

$D_1 = 81+144 = 225$

$x_{1,2}$ $\quad x_1 = -9+15 = 6$

$x_2 = -9-15 = -24$

130 $\quad 13 \times 11 = 13$, 13, 143

$\sin 2\alpha + \sin 2\alpha$

$\sin 2\alpha \quad \sin 2\alpha - \frac{1}{\sqrt5}\cos\alpha$

$-\cos(2\alpha+2\beta) +$

$D = \sin^2 2\alpha - 4\sin 2\alpha + \frac{4}{\sqrt5}\cos\alpha$

$-\sin 2\alpha + 4$

$+\sin\cos 2\alpha\ \sin$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}. \end{cases}$$

$\operatorname{tg}\alpha =$

$= \operatorname{tg}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{8}{5}$

$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$ $\operatorname{tg}(2\alpha+2\beta) = \frac{1}{2}.$

$1+\operatorname{tg}\alpha$

$\operatorname{tg}^2 2\alpha = \frac{1}{\sin^2 2\alpha}$ $\quad 1+\operatorname{tg}\alpha \quad \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}.$

$\operatorname{tg}(2\alpha)+1$

$\operatorname{ctg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5}$

$\operatorname{tg}2\alpha\cos 2\beta +$

$\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

$\sin 2\alpha\cos 4\beta +$

$$\begin{cases} \sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin\cos 2\alpha \cdot \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5}. \\ \sin 2\alpha \cdot \cos 4\beta \; (1-2\cos\beta) \end{cases}$$

$\sin(2\alpha+2\beta)\cos 2\beta + \cos(2\alpha+2\beta)\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta + \frac{2}{\sqrt5}\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$

N3

$5^{\log_{12} t} + t \geq t^{\log_{12} 13}$ $\qquad 12^2+5^2=13^2.$

$t^{\log_{12}5} + t \geq t^{\log_{12} 13}$ $\quad \Big| : t^{\log_{12}13}$ $\quad \left(\frac{13}{12}\right)^2$

$t^{\log_{12}\frac{5}{13}} + t^{\log_{12}\frac{12}{13}} \geq 1$

$t = 12^2. \qquad 0 < t \leq 12^2$

$t^{-1} =$

$2 = \frac{1}{?}$

$3 = 13$

$\left(\frac{5}{13}\right)^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1$ $\quad \begin{cases} x^2+18x > 0 \\ x^2+18x \leq 144 \end{cases}$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле) Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 1 4 1 3

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(xy-x)-(2y+2)=$

$=x(y-1)-2(y-1)=$

$=(x-2)(y-1)=(x-2y)^2$

$(x-2)^2+9(y-1)^2=25$

$(x-2)^2+6(x-2)(y-1)+9(y-1)^2=25+6(x-2y)^2$

$(x-2+3(y-1))^2=25+6(x-2y)^2$

$x-2=a$

$y-1=b$

$x=a+2$

$y=b+1$

$x-2y=a+2-2(b+1)=$

$=a-2b$

$\frac{8}{(4x_0+3)^2}$

$$\begin{cases}(a-2b)^2=ab\\ a^2+3b^2=25\end{cases}$$

$$\begin{cases}a^2-5ab+b^2=0\\ a^2+3b^2=25\end{cases}$$

$a^2+2b^2-5ab=25$

$b=\frac{11x_0+11\cdot 4(x_0+3)}{4x_0+3}=\frac{8x_0}{(4x_0+3)^2}=$

$b=\frac{48x_0^2+80+72x_0+33}{(4x_0+3)^2}$

$44+36$

80

$16x_0^2+24x_0+9=$

$=3$

$a=CA^6$

$\frac{5-3b^2}{b}\geq 0$

$a=\frac{8x_0}{(4x_0+3)^2}$

$b=5-3b^2$

$\frac{5-b^2}{b}$

$b^2=1$

$b^2=\frac{5}{2}$

$b^2=\frac{5}{2}$

$\frac{5-\frac{15}{2}}{b}\geq 0$

$b<0$

$\frac{5-3b^2}{b}\geq 0$

$b^2=1$

$\frac{2}{b}\geq 0$

$b>0.$

$\Rightarrow b=1$

$3(16x_0^2+24x_0+11)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$x-2y\geq 0$

$6\pi+6\pi$ $\quad$ $\sin(2\alpha+4\beta)=$

$=\sin\alpha-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta$

$$\begin{cases}(x-2)-2(y-1)=\sqrt{(x-2)(y-1)}\\(x-2)^2+9(y-1)^2=25\end{cases}$$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}$.

$\cos(2\alpha+4\beta)+\cos 2\alpha=$

$x-2=a$ $\quad$ $a-2b\geq 0$

$y-1=b$

$$\begin{cases}a-2b=\sqrt{ab}\\a^2+9b^2=25\end{cases}\qquad\begin{cases}a^2+4b^2-5ab=0\\a^2+9b^2=25\end{cases}$$

$\sin(2\alpha+4\beta)=$

$=2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot$

$\cdot\cos(2\alpha+2\beta)=$

$5b^2+5ab=25$

$$\begin{cases}b^2+ab=5\\a^2+9b^2=25\end{cases}$$

$=\pm 2\frac{1}{\sqrt5}\cdot\frac{2}{\sqrt5}=$

$ab=b^2-5$

$a=\frac{b^2-5}{b}$

$=\pm\frac{4}{5}$.

$a^2=\frac{b^4-10b^2+25}{b^2}+9b^2=25\,|\cdot b^2$

$\sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha$

$10b^4-10b^2-35b^2+25=0\;|:5$

$2b^4-9b^2+5=0$

$\frac{b^2-5}{b}-2b\geq 0$ $\quad$ $\left[\begin{array}{l}b^2=1\\b^2=\frac{5}{2}\end{array}\right.$

$b\pm 1$

$\frac{b^2-4b^2-5}{b}\geq 0$

$3b^2$

$$\frac{\frac{5}{2}-5}{\sqrt{\frac{5}{2}}}=\frac{-\frac{5}{2}}{-\sqrt{\frac{5}{2}}}=\sqrt{\frac{5}{2}}$$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$\frac{12x+4}{4x+3} \le ax+b$

$\underbrace{3+\frac{2}{4x+3}}_{\text{гипербола}} \le \underbrace{ax+b}_{\text{прямая}}$

прямая лежит выше (не ниже) гиперболы, если она лежит выше (или совпадает) параллельной касательной.

$y = 3+\frac{2}{4x+3}$

касат. через т. x_0 имеет свободный член:

$y(x_0) - y'\cdot x_0 = \frac{12x_0+11}{4x_0+3} - \frac{8x_0}{(4x_0+3)^2} = \frac{48x_0^2+72x_0+33}{(4x_0+3)^2}$

$b \ge \frac{48x_0^2+72x_0+33}{(4x_0+3)^2} = \frac{3(4x_0+3)^2+6}{(4x_0+3)^2} = 3+\frac{6}{(4x_0+3)^2}$

№1

$\sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \Rightarrow \cos^2(2\alpha+2\beta) = \frac{4}{5}$

$\sin(4\alpha+4\beta) = 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos(2\alpha+2\beta) = 2\cdot -\frac{1}{\sqrt5}\cdot\left(\pm\frac{2}{\sqrt5}\right) =$

$= \pm\frac{4}{5}$

1) $\sin(4\alpha+4\beta) = -\frac{4}{5}$.

$\sin(4\alpha+4\beta) = \sin(2\alpha+4\beta+2\alpha) = \sin(2\alpha+4\beta)\cos2\alpha + \sin2\alpha\cdot$

$\cdot\cos(2\alpha+4\beta) = -\frac{4}{5}$;

$\sin(2\alpha+4\beta) + \sin2\alpha = (\sin2\alpha+4\beta)\cdot\cos2\alpha +$

$+\sin2\alpha\cdot\cos(2\alpha+4\beta)$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5}. \\ \sin(2\alpha+4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}. \end{cases}$$

$\sin(2\alpha+4\beta) = \sin(2\alpha+2\beta)^{\cos 2\beta} + \cos(2\alpha+2\beta)\cdot\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$

$-\frac{1}{\sqrt5}\cos 2\beta + \frac{2}{\sqrt5}\sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$

$\sin 2\alpha\cos 2\beta + \sin 2\beta\cos 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt5}$

$2\alpha+2\beta = \cancel{\arcsin}\ -\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\pi k, k\in\mathbb{Z}.$

$-\pi + \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + 2\pi k, k\in\mathbb{Z}.$

$\sin\alpha + \sin\beta.$ ($\frac12$, $\frac12$; $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{6}$)

$\alpha+\beta = -\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + \pi k.$

$\alpha+\beta = -\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt5}\right) + \pi k.$

$$\left[\begin{array}{l} \sin 2\beta = \frac{1}{\sqrt5} \\ \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt5}. \end{array}\right.$$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\beta.$

$2\alpha+2\beta = 2\beta + 2\pi k, k\in\mathbb{Z}.$

$2\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta) = 1$ $\cancel{2\sin(4\alpha+4\beta)\sin(}$

$\frac{\sqrt3}{2}$ $\sqrt3$

$2\cos(4\alpha+4\beta)\cdot\sin 4\beta = -\frac{4}{5}.$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) =$

$\underbrace{\sin(2\alpha+2\beta)}_{-\frac{1}{\sqrt5}.} - \cos(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 4\beta = -\frac{4}{5}.$

$=$

$\cos(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 4\beta = 4\frac{2}{\sqrt5}.$

$\cos 4\beta = \pm 1$

$\sin 2\alpha + \sin 2\alpha = -\frac{4}{5}.$

$\cos 4\beta = 1$

$\sin 4\beta = 0.$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - 2\beta\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-2\beta\right)}{}$

$\operatorname{tg}\alpha$ $\sin 2\alpha =$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2 0 0 0 1 4 1 3

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$\frac{12x+11}{4x+3} = -8x^2 - 30x - 17$.

$f(p) = [\frac{p}{4}]$.

$12x+11 = -32x^3 - 144x^2 - 158x - 59$

$-32x^3 - 144x^2 - 170x - 62 = 0$

$-16x^3 - 72x^2 - 85x - 31 = 0$

$\begin{cases} \sin \cos 2\alpha = 1 \\ f(\frac{x}{4}) < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

$f(p) = [\frac{p}{4}]$.

$\in \mathbb{Z}$

$f(p)$

$16 + 85$

$16 + 35 - 47 - 31$

$f(\frac{12x+11}{4x+3}) =$

$f(p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot p_3^{k_3} \cdot \ldots) =$

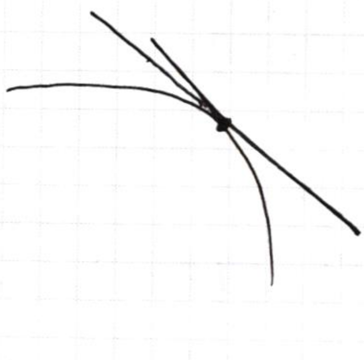
$= k_1 f(p_1) + k_2 f(p_2) + \ldots \geq 0$.

$f(a) = f(ab - b)$

$f(\frac{1}{2}) = f(1-2)$

$f(\frac{1}{2}) = f($

$f(\frac{1}{2}) =$



$f(a) = f(ab) - b f(b)$

$b = 4$

$\frac{1}{2} = -f(2) = 0$. $b = 4$ $f(a) = f(2)$

$f(b) = f(4) = 2f(2)$.

$\frac{1}{4} = -f(4) = -2f(2) = 0$ $\frac{1}{3} = -f(3) = 0$.

$\frac{1}{5} =$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$ax+b$

$= -1$

$1 \le -a+b \le 5$

$2 \le -\frac{5}{4}a+b \le 8$

$b = x^2$

$f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x) - 2f(x) = -f(x).$

$1 \le -\frac{1}{4}a \le 3$

$a \le \quad 1 \le -a+b \le 5$

$-8 \le \frac{5}{4}a - b \le -2$

$3 + \frac{2}{4a+3}$

$[-\frac{3}{2}]$

$-7 \le \frac{1}{4}a \le 3$

$-28 \le a \le 12$

$f\left(\frac{m}{n}\right) = f(mn) - f(nn) =$

$4a+3 = -2.$

$= f(m) + f(n) - 2f(n) = f(m) - f(n).$

$-\frac{5}{4}$

$f(1) = f(m) - f(m) = 0.$

$3 + \frac{2}{-5+3} = 3 - 1 = 2.$

$f(13) = 3 \qquad f(1) = 0.$

$f(14) = f(2) + f(7) = 1 \qquad f(2) = 0.$

$f(15) = f(3) + f(5) = 1 \qquad f(3) = 0.$

$f(16) = f(4) + f(4) = 0. \qquad f(4) = 2f(2) = 0$

$-8 \cdot \frac{25}{16} + 30 \cdot \frac{30 \cdot 5}{4} - 14$

$f(17) = 4 \qquad f(5) = 1$

$25 - 17 = 8.$

$f(18) = f(9) + f(2) = 0 \qquad f(6) = f(2) + f(3) = 0$

$f(19) = 4 \qquad f(7) = 1$

$11 \cdot 13 + 7 \cdot 6 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1$

$f(20) = f(4) + f(5) = 1 \qquad f(8) = 3f(2) = 0.$

$f(21) = f(7) + f(3) = 1 \qquad f(9) = 2f(3) = 0.$

$f(22) = f(11) + f(2) = 2 \qquad f(10) = f(2) + f(5) = 1$

$f(23) = 5 \qquad f(11) = 2.$

$f(24) = f(6) + f(4) = 0. \qquad f(12) = f(4) + f(3) = 0.$

0 – 11   4 – 2

1 – 7   5 – 1

2 – 2

3 – 1

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)