

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы  $\alpha$  и  $\beta$  удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{17}}; \quad \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}.$$

Найдите все возможные значения  $\operatorname{tg} \alpha$ , если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 6x = \sqrt{xy - 6x - y + 6}, \\ 9x^2 + y^2 - 18x - 12y = 45. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$|x^2 - 26x|^{\log_5 12} + 26x \geq x^2 + 13^{\log_5(26x - x^2)}.$$

4. [5 баллов] Окружности  $\Omega$  и  $\omega$  касаются в точке  $A$  внутренним образом. Отрезок  $AB$  – диаметр большей окружности  $\Omega$ , а хорда  $BC$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $D$ . Луч  $AD$  повторно пересекает  $\Omega$  в точке  $E$ . Прямая, проходящая через точку  $E$  перпендикулярно  $BC$ , повторно пересекает  $\Omega$  в точке  $F$ . Найдите радиусы окружностей, угол  $AFE$  и площадь треугольника  $AEF$ , если известно, что  $CD = 12$ ,  $BD = 13$ .

5. [5 баллов] Функция  $f$  определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел  $a$  и  $b$  из этого множества выполнено равенство  $f(ab) = f(a) + f(b)$ , и при этом  $f(p) = [p/4]$  для любого простого числа  $p$  ( $[x]$  обозначает наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ ). Найдите количество пар натуральных чисел  $(x; y)$  таких, что  $4 \leq x \leq 28$ ,  $4 \leq y \leq 28$  и  $f(x/y) < 0$ .

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел  $(a; b)$  такие, что неравенство

$$\frac{8 - 6x}{3x - 2} \geq ax + b \geq 18x^2 - 51x + 28$$

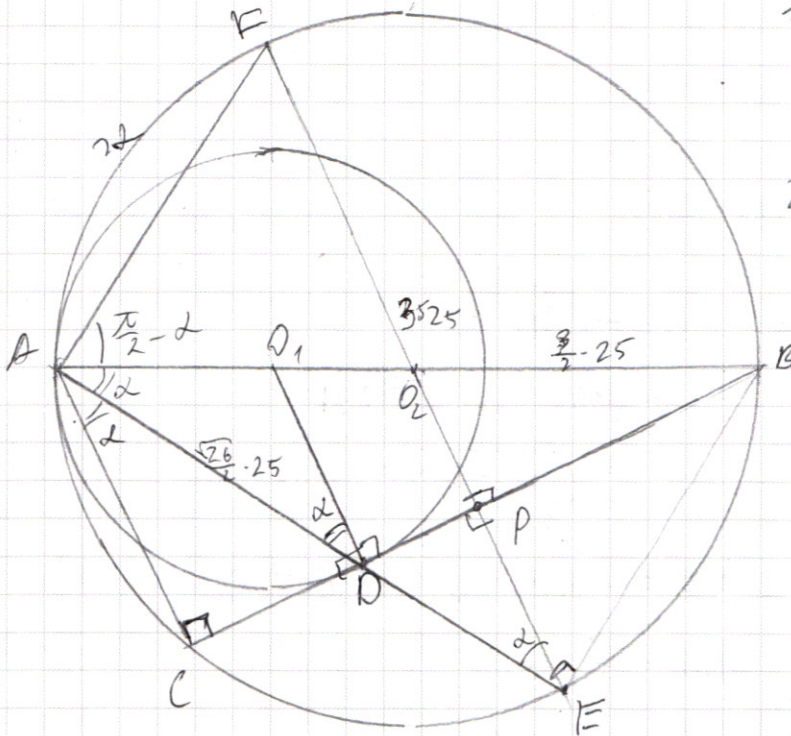
выполнено для всех  $x$  на промежутке  $(\frac{2}{3}; 2]$ .

7. [6 баллов] Дана пирамида  $TXYZ$ , вершина  $Y$  которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра  $TU$ . Известно, что  $XY = \sqrt{3}$ ,  $TX = \sqrt{2}$ ,  $TZ = 2$ . Найдите длину ребра  $XZ$ . Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№.



1)  $FE \perp AC$

$\angle ACB$  опирается на  $AB$ ,  $K_2$  - диаметр  $\Rightarrow$

$\Rightarrow AC \perp CB$

2)  $AC \perp CB$   $EF \perp CB \Rightarrow$

$AC \parallel EF \Rightarrow \angle CAE =$

$= \angle AEF$ , как углы

накрестные  
составлены при пересечении  
параллельных прямых  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAE = \angle AEF = \alpha$

3)  $O_1 D \perp CB$ , т.к.  $O_1 D$  радиус  
в точку касания  $CB$  - касательная  $\Rightarrow$

$\Rightarrow O_1 D \parallel AC \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAE = \angle ADO_1 = \alpha$  ~~т.к.~~  $\angle F_{кас}$

накрестные составлены при пересечении  
параллельных прямых  $AC \parallel FE$

4)  $\angle AEF$  опирается на  $AF \Rightarrow \angle AEF = 2\angle ACF = 2\alpha$ ,  
аналогично  $\angle CAE$  - вписан, опирается на  $CE \Rightarrow$   
 $\angle CE = 2\angle ACF = 2\alpha$

5)  $AB$  - диаметр  $\Rightarrow \angle AFB = \pi \Rightarrow \angle FCB = \pi - \angle AFB = \pi - 2\alpha$ ,  
т.к.  $\angle FAB$  опирается на  $CB \Rightarrow \angle FAB = \frac{\angle CB}{2} = \frac{\pi}{2} - \alpha$

6)  $O_1 D = AO_1$  как радиусы  $\Rightarrow \angle AO_1 D$  равнобедренный  $\Rightarrow \angle O_1 AD = \angle O_1 DA = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle FAE = \angle FAB + \angle O_1 AD = \frac{\pi}{2} - \alpha + \alpha \Rightarrow \angle FAE = 90^\circ \Rightarrow FE$  - диаметр

$\Rightarrow O_2 \in FE, FO_2 = O_2 E$

7) рассмотрим  $\triangle AOB$ ,  $O_2 P \parallel AC$   $O_1$  - середина  $\Rightarrow O_2 P$  - средняя линия  $\Rightarrow$

$\Rightarrow BP = PC$   $BP + PC = BC = CO + OB = 25$

8) т.к.  $AB$  и  $CB$  - хорды,  $A \in CB \Rightarrow AD \cdot DE = CD \cdot BD = 12 \cdot 13 = 156$

$CO + OB = CP + BP = 25 \Rightarrow CO = 12$   $DP = 2$

$$97) \angle ACD = \angle DPE = 90^\circ, \angle CAD = \alpha = \angle DEP \Rightarrow$$

$\Rightarrow$   $\triangle ACD$  подобен  $\triangle EPD \Rightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{CD}{DP} = \frac{12}{0,5} = 24 \Rightarrow AD = 24 DE$$

$$AD \cdot DE = 156$$

$$24 DE^2 = 156$$

$$DE^2 = \frac{13}{2}$$

$$DE = \frac{\sqrt{26}}{2}, AD = 12\sqrt{26}$$

~~н.к.  $\triangle ACD$  - прямоугольный  $\Rightarrow AC = \sqrt{AD^2 - CD^2}$~~

н.к.  $\triangle ACD$  - прямоугольный  $\Rightarrow \frac{CD}{AD} = \sin \angle ACD = \sin \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{12}{12\sqrt{26}} = \frac{1}{\sqrt{26}}, AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = 5 \cdot 12 = 60$$

н.к.  $\angle FAE = 90^\circ, \angle AEF = \alpha \Rightarrow \angle AFE = 90^\circ - \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos \angle AFE = \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{26}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AFE = \arccos \frac{1}{\sqrt{26}} \Rightarrow AFE = \arccos \frac{1}{\sqrt{26}}$$

20)  $\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC$  - прямоугольный  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{CB^2 + AC^2} = \sqrt{60^2 + 25^2} = 5 \sqrt{12^2 + 5^2} = 5 \cdot 13 = 65 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{\Omega} = \frac{AB}{2} = \frac{65}{2} = 32,5$$

$$AD = (O_2 D \cdot \cos \alpha) + (O_2 A \cdot \cos \alpha) = 2 O_2 D \cdot \cos \alpha = \frac{2 O_2 D}{\sqrt{26}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{42 \sqrt{26}}{\sqrt{26}} = \frac{2 O_2 D}{\sqrt{26}} \quad 12 \sqrt{26} = \frac{2 \cdot 5 \cdot O_2 D}{\sqrt{26}}$$

~~$$6 \sqrt{26} = O_2 D = 3 \sqrt{26}$$~~

~~$$\frac{6 \sqrt{26}}{\sqrt{26}} = O_2 D$$~~

$$\frac{6}{5} \cdot 26 = O_2 D \Rightarrow 31,2$$

10)  $S_{APE} = \frac{AP \cdot PE}{2} = \frac{1}{2} \frac{AF \cdot FE}{2}$  н.к.  $\triangle AFE$  прямоугольный  $\Rightarrow$

$$S_{APE} = \frac{1}{2} FE \cdot \cos(\angle AFE) \cdot FE \cdot \sin(\angle AFE) = \frac{1}{2} FE^2 \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot AB^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{26}} \cdot \frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$= \frac{5 AB^2}{2 \cdot 26} = \frac{5 \cdot 65^2}{2 \cdot 26} = \frac{5 \cdot 65^2}{52} = \frac{21125}{52}$$

~~Итого:  $R_{\Omega} = 32,5, R_{\omega} =$~~

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Имеем:  $R_{\Sigma} = 37,5$ ,  $R_{\omega} = 312$ ,  $S_{\text{АФЕ}} = \frac{21125}{52}$ ,  $\angle \text{АФЕ} = \arccos \frac{1}{\sqrt{26}}$

или

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{17}$$

$$\sin(2\beta + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$$

$$\sin(2\alpha + 4\beta) = \sin 2\alpha \cos 4\beta + \sin 4\beta \cos 2\alpha + \sin 2\alpha =$$

$$= \sin 2\alpha (2 \cos^2 2\beta - 1) + 2 \cos 2\alpha \cos 2\beta \sin 2\beta + \sin 2\alpha =$$

$$= (\sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta) \cdot 2 \cdot \cos 2\beta = -\frac{2}{17}$$

$$-\frac{1}{17} - 2 \cdot \cos 2\beta = -\frac{2}{17} \Rightarrow \cos 2\beta = 1 \Rightarrow \sin 2\beta = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin(2\alpha) \cos(2\beta) + \cos(2\alpha) \cdot \sin(2\beta) = -\frac{1}{17}$$

$$\sin(2\alpha) = -\frac{1}{17} \Rightarrow \cos 2\alpha_1 = -\frac{12\sqrt{2}}{17}$$

$$\cos 2\alpha_2 = \frac{12\sqrt{2}}{17}$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_1 = \frac{1 - \cos 2\alpha_1}{1 + \cos 2\alpha_1} = \frac{17 + 12\sqrt{2}}{17 - 12\sqrt{2}} = \frac{(17 + 12\sqrt{2})^2}{289 - 288} = (17 + 12\sqrt{2})^2$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_2 = \frac{1 - \cos 2\alpha_2}{1 + \cos 2\alpha_2} = \frac{17 - 12\sqrt{2}}{17 + 12\sqrt{2}} = \frac{(17 - 12\sqrt{2})^2}{289 - 288} = (17 - 12\sqrt{2})^2$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \pm (17 + 12\sqrt{2})$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \pm (17 - 12\sqrt{2})$$

Итак:  $\operatorname{tg} \alpha = \pm (17 + 12\sqrt{2})$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \pm (17 - 12\sqrt{2})$

12.

$$\begin{cases} y-6x = \sqrt{xy-6x-4y} \\ 9x^2+y^2-18x-12y=41 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-6x = \sqrt{(y-6)(x-1)} \\ 9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90 \\ (x-1)=a \quad y-6=b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b \quad b-6a = \sqrt{ab} \\ 9a^2 + b^2 = 90 \end{cases}$$

$$b-6a = \sqrt{ab}$$

$$a \geq 0 \quad b \geq 0 \quad b^2$$

$$b^2 + 36a^2 - 12ab = ab$$

$$b^2 - 13ab + 36a^2 = 0$$

$$D = 169a^2 - 144a^2 = 25a^2$$

$$b_1 = \frac{13a - 5a}{2} = 4a \quad \Rightarrow \quad 4a_1 - 6a_1 > 0 \Rightarrow a < 0$$

$$b_2 = \frac{13a - 9a}{2} = 2a \quad \Rightarrow \quad 9a_2 - 6a_2 > 0 \Rightarrow a > 0$$

$$9a_1^2 + 16a_1^2 = 90 \quad 25a_1^2 = 90 \Rightarrow a_1 = \frac{3}{5}\sqrt{10} \quad b = \frac{12}{5}\sqrt{10}$$

$$9a_2^2 + 36a_2^2 = 90 \quad 90a_2^2 = 90 \Rightarrow a_2 = 1 \quad b_1 = -\frac{12}{5}\sqrt{10}$$

$$a_2 = 1 \quad b = 9$$

$$x_1 - 1 = -\frac{3}{5}\sqrt{10} \quad x_1 = 1 - \frac{3}{5}\sqrt{10}$$

$$y_1 - 6 = -\frac{12}{5}\sqrt{10} = 6 - \frac{12}{5}\sqrt{10}$$

$$x_2 = 1 = 1 \Rightarrow x_2 = 1$$

$$y_2 - 6 = 9 \Rightarrow y_2 = 15$$

$$\text{Answer: } \left(1 - \frac{3}{5}\sqrt{10}; 6 - \frac{12}{5}\sqrt{10}\right), (1; 15)$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ус.

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(\frac{1}{y}\right) + f(x)$$

$$f(p) = [p/4]$$

$$f(1) = f\left(\frac{1}{a}\right) + f(a) = 0$$

$$\rightarrow f\left(\frac{1}{a}\right) = -f(a)$$

$$f(a) = f(1) + f(a) \Rightarrow f(1) = 0$$

~~$$f\left(\frac{z}{y}\right) = f\left(\frac{1}{y}\right) + f(z)$$~~

$$[p/4] = f(p)$$

~~$$f\left(\frac{p}{a}\right) = f\left(\frac{1}{a}\right) + f(p) = [p/a] + f\left(\frac{1}{a}\right)$$~~

$$f(z) = f(p_1^{\alpha_1}) + \dots + f(p_n^{\alpha_n}) = f(p_1) \cdot \alpha_1 + f(p_2) \cdot \alpha_2 + \dots + f(p_n) \cdot \alpha_n =$$

$$z = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n} \quad \alpha_i \geq 0 \quad p_i \geq 0$$

$$\Rightarrow f(z) = f(p_1) \cdot \alpha_1 + \dots + f(p_n) \cdot \alpha_n = \left[\frac{p_1}{4}\right] \cdot \alpha_1 + \dots + \left[\frac{p_n}{4}\right] \cdot \alpha_n$$

$$f\left(\frac{z}{y}\right) = f\left(\frac{1}{y}\right) + f(z) = \dots + f\left(\frac{1}{p_n^{\alpha_n}}\right) =$$

$$= \alpha_1 \cdot f\left(\frac{1}{p_1}\right) + \dots + \alpha_n \cdot f\left(\frac{1}{p_n}\right) = -(\alpha_1 f(p_1) + \dots + \alpha_n f(p_n)) =$$

$$\Rightarrow \dots = -(\alpha_1 [p_1/4] + \dots + \alpha_n [p_n/4])$$

$$x = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k} \quad y = p_{k+1}^{\alpha_{k+1}} \dots p_{k+n}^{\alpha_{k+n}}$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = f(x) - f(y) = (\alpha_1 [p_1/4] + \alpha_2 [p_2/4] + \dots + \alpha_k [p_k/4]) -$$

$$-(\alpha_{k+1} [p_{k+1}/4] + \dots + \alpha_{k+n} [p_{k+n}/4]) \Rightarrow$$

~~$$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \Rightarrow f(x) < f(y)$$~~

~~$$\alpha_1 [p_1/4] + \alpha_2 [p_2/4] + \dots + \alpha_k [p_k/4] < \alpha_{k+1} [p_{k+1}/4] + \dots + \alpha_{k+n} [p_{k+n}/4]$$~~

$$f(x) = \alpha_1 [p_1/4] + \alpha_2 [p_2/4] + \dots + \alpha_n [p_n/4]$$

$$x = p_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$$

получим  $f(x)$  для всех  $x$

$x$	$f(x)$	$f(x)$
4	$2^2$	0
5	5	1
6	$3 \cdot 2$	0
7	7	1
8	$2^2$	0
9	$3^2$	0
10	$2 \cdot 5$	1
11	11	2
12	$2^2 \cdot 3$	0
13	13	3
14	$2 \cdot 7$	1
15	$5 \cdot 3$	1
16	$2^4$	0
17	17	4
18	$3^2 \cdot 2$	0
19	19	4
20	$2^2 \cdot 5$	1
21	$7 \cdot 3$	1
22	$11 \cdot 2$	2
23	23	5
24	$2^3 \cdot 3$	0
25	$5^2$	2
26	$13 \cdot 2$	3
27	$3^3$	0
28	$2 \cdot 2^2$	1

$0-10$   
 $1+8-1$   
 $20-3-2$   
 $2-3$   
 $2-4$   
 $4-5$

1)  $f(x)=0 \quad f(y)=0$

~~2-16~~

всего 2-16 пар

2)  $f(x)=1 \quad f(y)=1$

всего 8-8

3)  $f(x)=2 \quad f(y)=2$

всего 3-5

4)  $f(x)=3 \quad f(y)=3$

всего 2-3

5)  $f(x)=4 \quad f(y)=5$

всего 2-1  
150

$$2 \cdot 16 + 8 \cdot 8 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 144 + 64 + 15 + 6 + 2 = 150 + 69 + 17 = 219 + 12 = 231$$

Итого 231 пара.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6.

$$|x^2 - 26x| \log_5 12 + 26x \geq x^2 + 13 \log_5 (26x - x^2)$$

$$26x - x^2 > 0 \Rightarrow x \in (0; 26)$$

$$26 - x^2 = t$$

$$t \log_5 12 + t \geq 13 \log_5 t$$

$$12 \log_5 t + 5 \log_5 t \geq 13 \log_5 t$$

$$\left(\frac{12}{13}\right) \log_5 t + \left(\frac{5}{13}\right) \log_5 t \geq 1$$

$$\left(\frac{12}{13}\right) \log_5 t + \left(\frac{5}{13}\right) \log_5 t \geq 1 \rightarrow \text{это пометка}$$

$$\left(\frac{12}{13}\right)^2 + \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1 \Rightarrow \log_5 t$$

$$f(x) = \left(\frac{12}{13}\right) \log_5 t + \left(\frac{5}{13}\right) \log_5 t$$

$$= 3 \log_5 t < 2$$

$$t < 25$$

$$26x - x^2 < 25$$

$$x^2 - 26x + 25 \leq 0$$

$$x(x-25) - 25(x-1) \leq 0$$

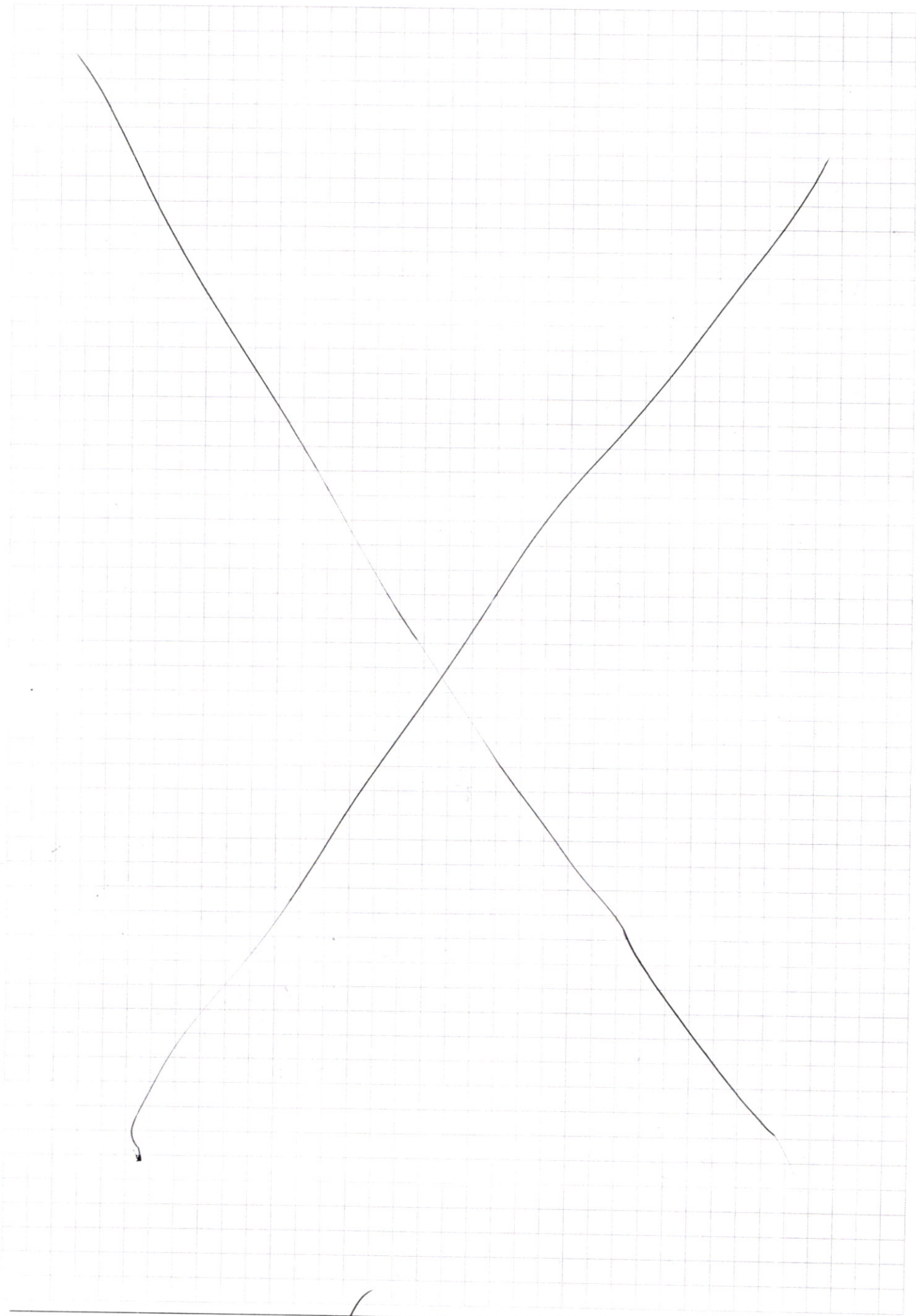
$$(x-25)(x-1) \leq 0$$

$$\text{Ответ: } x \in [1; 25]$$

~~поставить что даны~~  
~~не меньше  $\frac{12}{13}$~~   
~~поставить условие  $\log_5 t = 1$~~

в  $f(x)$   $\rightarrow$  убывающая -

$$m \cdot n \geq \frac{12}{13} > \frac{5}{13}$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

$$\frac{8-6x}{3x-2} > ax+b > 18x^2-57x+28$$

$$\frac{8-12}{8-2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{8-6x}{3x-2} = \frac{4-(6x-4)}{3x-2} = \frac{4}{3x-2} - \frac{2}{1}$$

$$\frac{8-6}{1} = 2-1$$

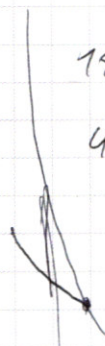
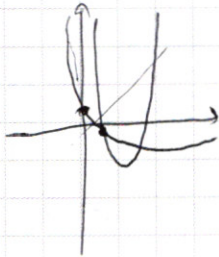
$$18x^2 - 57x + 28 = 0$$

$$D = 2601 - 1016 = 1585$$

$$18x^2 - 57x + 28 = 0$$

$$D = 2601 - 2016 = 585 = 3\sqrt{65}$$

$$18x^2 - 57x + 28 < \frac{57 \pm 3\sqrt{65}}{36} = \frac{24}{3} = \frac{2}{3} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$



$$18 \cdot 4 - 102 + 28$$

$$40 + 32$$

$$72 + 28$$

$$\frac{8}{12}$$

$$\frac{28}{36} = \frac{26}{12} = \frac{13}{6}$$

$$18x^2 - 57x + 28 \leq \frac{8-6x}{3x-2}$$

$$54x^3 - 153x^2 + 6x - 276x^2 + 102x - 4 \leq 8 - 6x$$

$$54x^3 - 189x^2 - 196x - 4 \leq 8 - 6x$$

$$54x^3 - 189x^2 - 202x - 9 \leq 0$$

$$54 - 189$$

$$54 - 189 + 102 + 9$$

$$\frac{51-24}{36} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

15.

$x > 0$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$

$f(a^2) = 2f(a)$

$f(a) = f(1) + f(a) \Rightarrow f(1) = 0$

~~$f(1) = f(1) +$~~

$f(1) = f\left(\frac{1}{a}\right) + f(a) \Rightarrow f(a) = -f\left(\frac{1}{a}\right)$

$f(a) = f(1) + f(a)$

$f(a^2) = 2f(a)$

~~$f(1) = 0$~~

$f(a^3) = f(a) + f(a^2)$

$f(p) = [p/4]$

$f(a^4) = 2f(a^2)$

$a \leq x \leq 2^8$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

$y \leq y \leq 2^8$

$f(1) = \left[\frac{1}{4}\right]$

$f(a) = f\left[\frac{1}{4}\right]$

~~$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f(y) = \left[\frac{x}{4}\right] + \left[\frac{y}{4}\right]$~~

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) = \left[\frac{x}{4}\right] + \left[\frac{1}{4y}\right] \Rightarrow \text{max} \left[\frac{1}{4y}\right] = 0$

$4 \geq \left[\frac{x}{4}\right] \geq 1$

~~$\left[\frac{1}{4y}\right] = 0$~~

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.

$$f(x) = \frac{8-6x}{3x-2} \geq ax+b \geq g(x) = 18x^2 - 57x + 28$$

$$18x^2 - 57x + 28 = 0$$

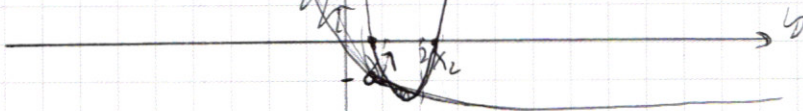
$$D = 2601 - 2016 = 585 = 3\sqrt{65}$$

$$x_0 = \frac{51 \pm 3\sqrt{65}}{36}$$

одна корень там  $1\frac{2}{3}x-1 = \frac{51-3\sqrt{65}}{36} < \frac{3}{4}$   
 $x_2 = \frac{51+3\sqrt{65}}{36}$

$$y = \frac{8-6x}{3x-2} = \frac{4-(6x-4)}{3x-2} = \frac{4}{3x-2} = -1$$

или  $x=2 \Rightarrow y=-1$

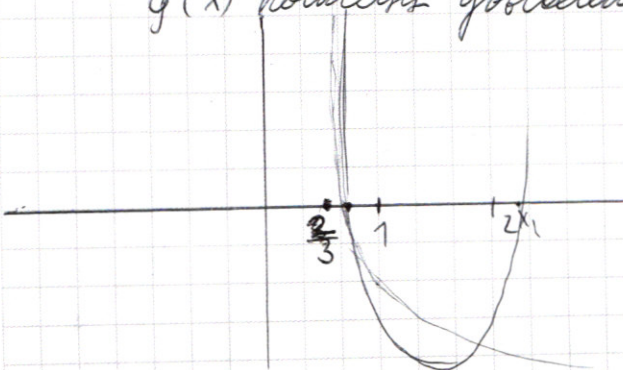


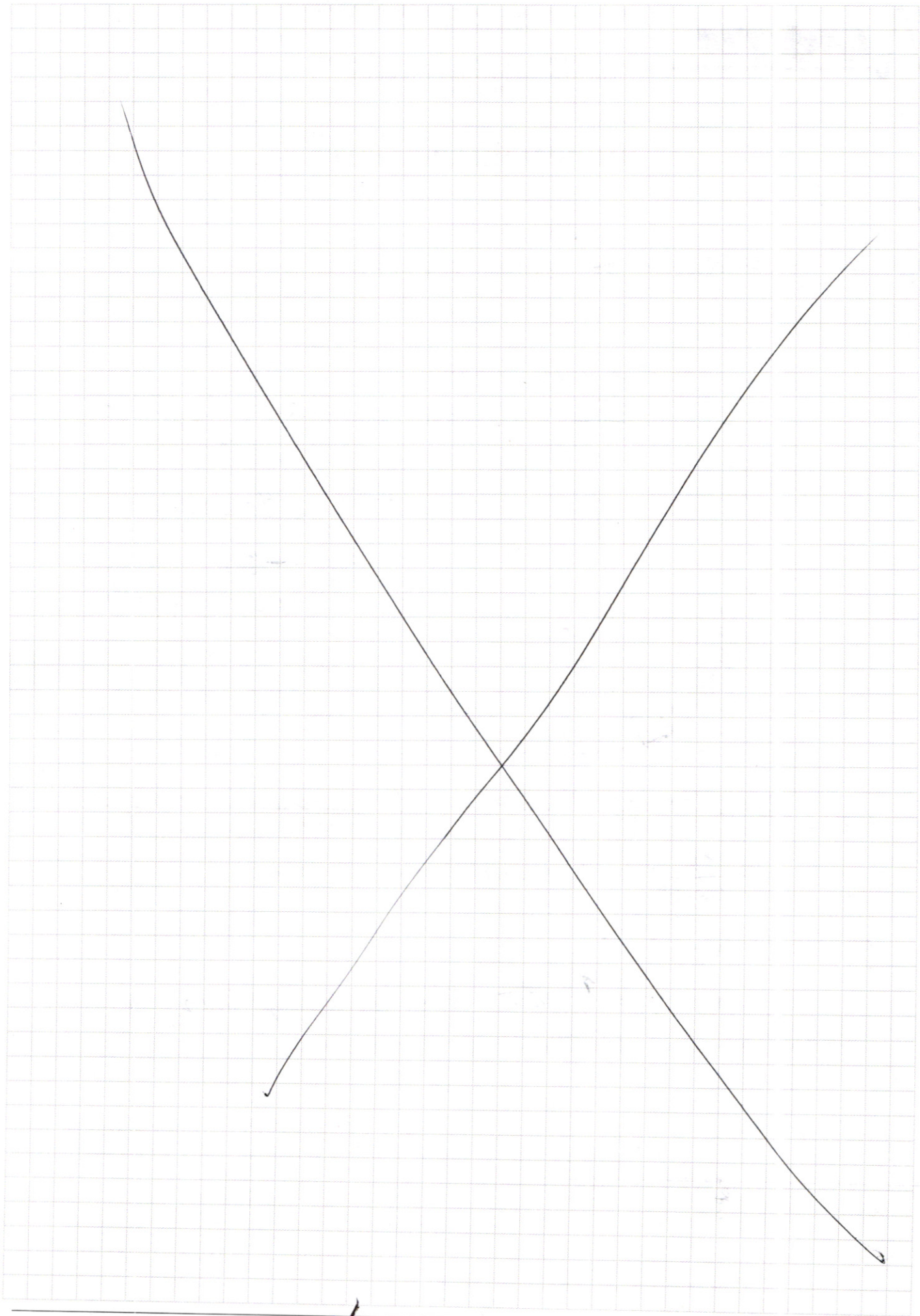
$$f(x)' = \frac{(8-6x)'(3x-2) - (3x-2)'(8-6x)}{(3x-2)^2} = \frac{-6(3x-2) - 3(8-6x)}{(3x-2)^2} = \frac{-18x+12-24+18x}{(3x-2)^2} = -\frac{12}{(3x-2)^2} \Rightarrow f(x) \text{ постоянно убывает}$$

$$g(x)' = 36x - 57 = 0$$

$$x = \frac{57}{36} = \frac{19}{12} \Rightarrow \text{на промежутке от } (\frac{2}{3}, \frac{19}{12})$$

$g(x)$  постоянно убывает  $\Rightarrow$  на промежутке





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

$$2 \cos(2\beta) \sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{2}{17}$$

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{17}$$

$$\cos(2\beta) \left( \frac{2}{17} \right) = -\frac{2}{17}$$

$$\cos(2\beta) = 1 \Rightarrow \sin(2\beta) = 0$$

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = \sin(2\alpha) \cos(2\beta) + \cos(2\alpha) \sin(2\beta) = -\frac{1}{17}$$

$$\sin(2\alpha) = -\frac{1}{17} \Rightarrow \cos(2\alpha) = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{289}}$$

$$\sqrt{\frac{288}{289} - \frac{1}{289}} =$$

~~$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$~~

~~$$\sin^2 \alpha =$$~~

$$\sin^2 \alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \pm \frac{12\sqrt{2}}{17}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} = \frac{1 - \frac{12\sqrt{2}}{17}}{2} =$$

$$= \frac{17 - 12\sqrt{2}}{34}$$

$$\sin^2 \alpha_2 = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} = \frac{17 + 12\sqrt{2}}{34}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 17 \\ \hline 68 \\ 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 288 \mid 4 \\ 28 \mid 72 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 288 \mid 9 \\ 27 \mid 32 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$32 \mid 16$$

~~$$\tan^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{17 + 12\sqrt{2}}{1 - 17 - 12\sqrt{2}} = \frac{17 + 12\sqrt{2}}{-16 - 12\sqrt{2}}$$~~

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{\sqrt{12}} = \sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta \Rightarrow 1$$

$$\sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 2\alpha \cos 4\beta + \cos 2\alpha \sin 4\beta + \sin 2\alpha = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 2\alpha (2\cos^2 2\beta - 1) + 2\cos 2\alpha \cos 2\beta \sin 2\beta + \sin 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$2\sin 2\alpha \cos^2 \beta + 2\cos 2\alpha \cos \beta \sin 2\beta = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$2\cos \beta (\sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta) = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$2\cos \beta \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\frac{\cos^2 \beta}{\cos 2\beta} = \frac{\cos^2 \beta}{\cos 2\beta}$$

$$\cos 2\beta = 1 \Rightarrow \sin 2\beta = 0$$

$$\sin 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha \sin 2\beta = -\frac{1}{\sqrt{12}}$$

$$\sin 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{12}}$$

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = \sin(2\alpha) \cos(2\beta) + \sin(2\beta) \cos(2\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{12}}$$

$$\begin{aligned} \sin(2\alpha + 4\beta) + \sin 2\alpha &= \sin(2\alpha) \cos(4\beta) + \cos(2\alpha) \sin(4\beta) + \sin(2\alpha) = \\ &= \sin(2\alpha) (\cos^2(2\beta) - \sin^2(2\beta)) + 2\cos(2\alpha) \cos(2\beta) \sin(2\beta) + \sin(2\alpha) = \\ &= \sin(2\alpha) (2\cos^2(2\beta) - 1) + \sin(2\alpha) + 2\cos(2\alpha) \cos(2\beta) \sin(2\beta) = \\ &= 2\sin(2\alpha) \cdot \cos^2(2\beta) + 2\cos(2\alpha) \cos(2\beta) \sin(2\beta) = \\ &= 2\cos(2\beta) (\sin(2\alpha) \cos(2\beta) + \cos(2\alpha) \sin(2\beta)) = 2\cos(2\beta) \sin(2\alpha + 2\beta) = \\ &= \end{aligned}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin(2\alpha) = -\frac{1}{17}$$

$$\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha \cos\alpha$$

$$\cos(2\alpha)$$

$$\sin(2\alpha) = -\frac{1}{17}$$

$$\sin(2\alpha) = -\frac{1}{17}$$

$$\cos(2\alpha)$$

$$\sin(2\alpha) = -\frac{1}{17} \Rightarrow \cos 2\alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{289}} = \pm \frac{12\sqrt{2}}{17}$$

$$\cos^2 \alpha_1 = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} = \frac{17 - 12\sqrt{2}}{2} = \frac{17 - 12\sqrt{2}}{34} - \frac{12\sqrt{2}}{34}$$

$$\cos^2 \alpha_2 = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} = \frac{17 + 12\sqrt{2}}{34} + \frac{12\sqrt{2}}{34}$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_1 = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{34}{17 - 12\sqrt{2}} - 1 = \frac{34 - 17 + 12\sqrt{2}}{17 - 12\sqrt{2}} = \frac{17 + 12\sqrt{2}}{17 - 12\sqrt{2}}$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_2 = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{34}{17 + 12\sqrt{2}} - 1 = \frac{34 - 17 - 12\sqrt{2}}{17 + 12\sqrt{2}} = \frac{17 - 12\sqrt{2}}{17 + 12\sqrt{2}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \pm 1$$

$$\sin(2\alpha + 2\beta) = -\frac{1}{17}$$

$$\sin(2\alpha + 2\beta) + \sin 2\alpha = \sin(2\alpha)(2\cos^2(2\beta) - 1) + 2\cos(2\beta)\sin(2\alpha)\cos(2\beta) + \sin 2\alpha = -\frac{2}{17}$$

$$(\sin(2\alpha)\cos(2\beta) + \cos(2\alpha)\sin(2\beta)) \cdot 2\cos(2\beta) = -\frac{1}{17}$$

$$2\sin(2\alpha + 2\beta)\cos(2\beta) = -\frac{2}{17}$$

$$-\frac{1}{17}\sin(2\beta) = -\frac{1}{17}$$

$$\sin(2\beta) = 0$$

$$2\beta = 2\pi k, \text{ где } k =$$

$$4\beta = 2\pi k$$

1) ~~где~~  $k = \dots$

$$\sin(2\alpha) + \sin(2\alpha) = -\frac{2}{17}$$

$$\sin(2\alpha) = -\frac{1}{17} \Leftrightarrow \cos(2\alpha) = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{1}{17}\right)^2} = \pm \frac{12\sqrt{2}}{17}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2} = \frac{1 + \frac{12\sqrt{2}}{17}}{2} = \frac{17 + 12\sqrt{2}}{34}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 - \frac{12\sqrt{2}}{17}}{2} = \frac{17 - 12\sqrt{2}}{34}$$

~~2) где~~

$$\tan^2 \alpha =$$

$$\frac{17 - 12\sqrt{2}}{17} \geq \frac{17 - 12\sqrt{\left(\frac{17}{17}\right)^2}}{17} > 0$$

$$\sin(2\alpha) \cos(2\beta)$$

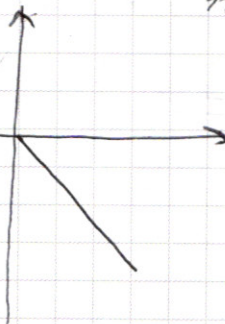
$$\tan(2\alpha) =$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{1 - \frac{12\sqrt{2}}{17}}{1 + \frac{12\sqrt{2}}{17}} = \frac{17 - 12\sqrt{2}}{17 + 12\sqrt{2}}$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{17 + 12\sqrt{2}}{17 - 12\sqrt{2}}$$

$$\tan^2 \alpha = \pm \sqrt{\frac{17 - 12\sqrt{2}}{17 + 12\sqrt{2}}}$$

$$\tan^2 \alpha = \pm \sqrt{\frac{17 + 12\sqrt{2}}{17 - 12\sqrt{2}}}$$



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$f \log_5^{12} + t \geq t \log_5^{13}$$

$$f \frac{\log_5^{12}}{\log_5 t} + t \geq t \frac{\log_5^{13}}{\log_5 t}$$

$$f \log_5 t + t \geq 13 \log_5 t$$

$$f \log_5^{12} + 1 > t \log_5^{13}$$

$$f \frac{\log_5 t}{\log_5 5} + 1 \geq$$

$$\frac{12}{5} \log_5 t + 1 \geq \frac{13}{5} \log_5 t$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x \geq 1$$

$$f \log_5^{12} + f \log_5^{13}$$

$$t \log_5^{12} + t \log_5^{13} + 2 \log_5^{12} \log_5^{13} \geq t \log_5^{12} \log_5^{13}$$

$$(x^2 - 26x) \log_5^{12} + 26x - x^2 \geq 13 \log_5^{12} (26x - x^2)$$

$$f \log_5^{144} + f \log_5^{25} + 2 f \log_5^{80}$$

$$f \log_5^{12} + t \geq 13 \log_5 t$$

$$13 \log_5 t = 13 \frac{\log_5^{12} t}{\log_5^{12} 5} = 13 \log_5^{12} \cdot \log_5^{12} 5 = t \log_5^{13}$$

$$f \log_5^{12} + t \geq t \log_5^{13}$$

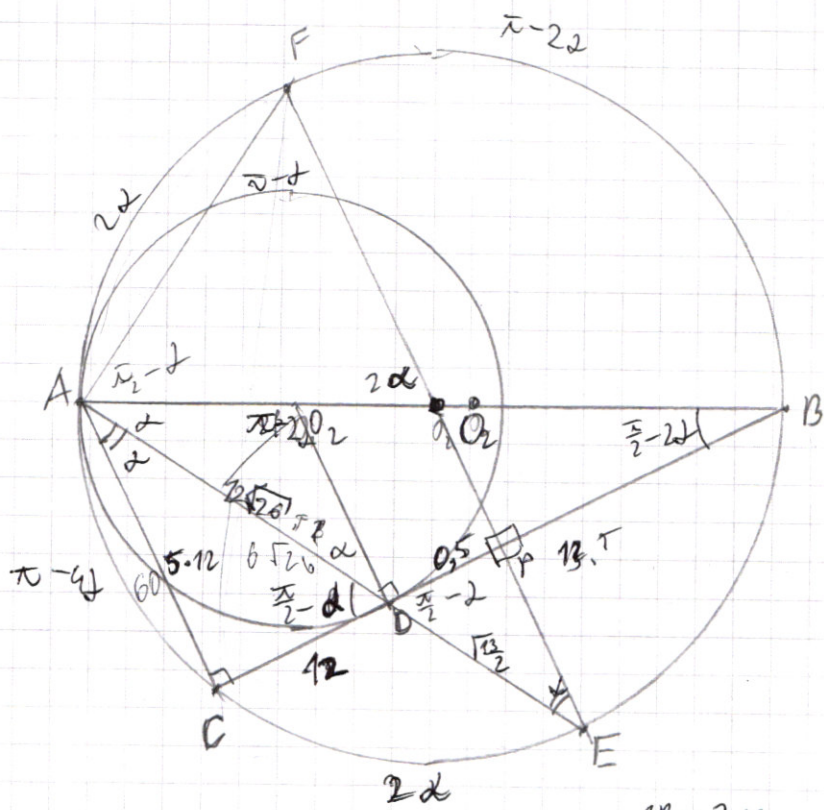
$$f \log_5^{144} + f \log_5^{25} \geq f \log_5^{132}$$

$$f \log_5^{12} + t \log_5^{15} \geq t \log_5^{132}$$

$$f \log_5^{12} - \log_5^{132} + f \log_5^{15} - \log_5^{132} \geq 1$$

$$f \log_5^{12} + f \log_5^{15} \geq 1$$

$$f \cos^2 x +$$



$$\frac{65 \cdot 5}{\sqrt{26}} + \frac{65 - 1}{\sqrt{26}} =$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 2 \\ 4225 \\ \times \quad 5 \\ \hline 21125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} \\ 65 \\ \times 65 \\ \hline + 323 \\ 330 \\ \hline 4225 \\ 9 - \frac{26}{9} = \\ \hline 36 - 26 \end{array}$$

$2d$

$CB = 25$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{BD}{DE}$$

$$AD \cdot DE = BD \cdot CD = 11 \cdot 13 = 143 + 11 = 156$$

$$\frac{11}{12} = \frac{DE}{0,5} \Rightarrow \frac{AD}{24} = DE \Rightarrow AD = 24 \cdot DE$$

$$AD \cdot DE = 156$$

$$24 DE^2 = 156$$

$$DE^2 = \frac{13}{2}$$

$$DE = \sqrt{\frac{13}{2}} = 24 \cdot \sqrt{\frac{13}{2}} = \frac{24 \sqrt{26}}{2} = 12 \sqrt{26}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 12 \\ \hline + 52 \\ 26 \\ \hline 312 \\ 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{156} \overline{) 24} \\ 15 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{26}}{2} \cdot 25$$

$$26 - 1 \quad 60 = 25$$

$$5 \sqrt{3600 \cdot 12^2 + 5^2} = 5 \cdot 13 = 65$$

$$\frac{2 \cdot 25}{2}$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~a < b~~

$$b - 6a = \sqrt{ab} \quad (b - 6a)^2 = ab$$

$$9a^2 + b^2 = 90$$

$$9a^2 + b^2 - 6ab = 90 - 6ab$$

~~$$(3a - b)^2 = 90 - 6ab = 90 - 6$$~~

$$y - 6x = \sqrt{xy - 6x + y + 6}$$

~~$$(26x - x^2) \log_5 12 + (26x - x^2) \log_5 12 + 1 > 13 \log_5 (26x - x^2)$$~~

$$(x^2 - 26x) \log_5 12 + (26x - x^2) > 13 \log_5 (26x - x^2)$$

$$t \log_5 12 + t > 13 \log_5 t$$

~~$$\log_5 12 = \frac{\log_5 t}{\log_5 t}$$~~

$$\log_5 12 = \frac{\log_5 t}{\log_5 t}$$

$$t \log_5 12 + t > 13 \log_5 t$$

$$12 \log_5 t + t > 13 \log_5 t$$

$$t > 13 \log_5 t - 12 \log_5 t$$

$$t \log_5 12 + t \geq 13 \log_5 t$$

$$\begin{array}{r} 55 \\ 5 \\ \hline 110 \\ 5 \\ \hline 55 \\ 5 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ 26 \\ \hline 26 \\ 26 \\ \hline 52 \end{array}$$

~~$$0.2 \cdot \frac{52}{44} + 0.2 \cdot \frac{52}{66}$$~~

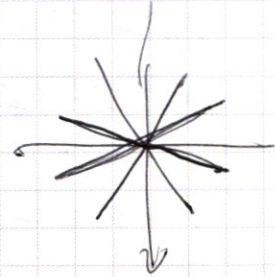
~~$$0.2 \cdot \frac{52}{44} + 0.2 \cdot \frac{52}{66}$$~~

~~$$0.2 \cdot \frac{52}{44}$$~~

~~$$0.2 \cdot \frac{52}{66}$$~~

~~$$0.2 \cdot \frac{52}{44}$$~~

~~$$0.2 \cdot \frac{52}{66}$$~~



$$13 \log_5 t = \frac{\log_{13} t}{\log_{13} 5} = \log_{13} t \cdot \log_5 13$$

$$t \log_5 13 - t \log_5 12 + t > 0 \quad | : t$$

~~$$\log_5 13 - \log_5 12 + 1 > 0$$~~

~~$$\log_5 \frac{13}{5} - \log_5 \frac{12}{5} - 1 > 0$$~~

~~$$(t-1) \left( \frac{13}{5} - \frac{12}{5} \right)$$~~

~~$$t^x > t^a$$~~

~~$$(t-1)(x-a)$$~~

$$y-6x = \sqrt{xy-6x-y+6}$$

$$y-6x = \sqrt{(y-6)(x-1)}$$

$$9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90$$

$$9x^2 + y^2 - 12x - 6y - 4y + y = 45$$

$$9x^2 - 12x + y^2 - 13y + y - 6x = 45 - 50 \quad \times 50 \quad 4$$

$$1) \quad \begin{matrix} b > 0 \\ a > 0 \end{matrix}$$

$$b-6a = \sqrt{ab}$$

$$9a^2 + b^2 = 90$$

~~$$9a^2 + b^2 = 90$$~~

$$b^2 + 36a^2 - 12ab = ab$$

$$b^2 + 36a^2 - 13ab = 0$$

$$D =$$

$$b^2 + 13ab + 36a^2 = 0$$

$$D = 169a^2 - 144a^2 = 25a^2$$

$$b_1 = \frac{13a - 5|a|}{2} =$$

$$b_2 = \frac{13a + 5|a|}{2}$$

$$1) \quad b > 0 \quad a > 0$$

$$b_1 = \frac{8a}{2} = 4a$$

$$b_2 = \frac{18a}{2} = 9a$$

$$9a^2 + 36a^2 = 90 \Rightarrow a = 1 \quad b = 9$$

$$9a^2 + 16a^2 = 90$$

$$25a^2 = 90 \Rightarrow a^2 = \frac{90}{25} = \frac{9 \cdot 10}{25} \Rightarrow a = \frac{3}{5} \sqrt{10}$$

$$b = \frac{18}{5} \sqrt{10}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ \times 51 \\ \hline 51 \\ + 255 \\ \hline 2601 \end{array}$$

$$78x^2 - 51x + 28 = 0$$

$$D = 2601 - 2016$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 28 \\ \hline 48 \\ + 168 \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2601 \\ - 2016 \\ \hline 585 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ - 585 \quad | \quad 5 \\ \hline 270 \quad | \quad 5 \\ \hline 135 \quad | \quad 5 \\ \hline 675 \quad | \quad 5 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$9-6 = \sqrt{9}$$

$$19+6$$

~~$$-12\sqrt{10} +$$~~

$$-\frac{12}{5}\sqrt{10} + \frac{78}{5}\sqrt{10}$$

$$\frac{6}{5}\sqrt{10} = \sqrt{\frac{26}{5}}\sqrt{10}$$

$$\frac{72\sqrt{10}}{5} - \frac{3}{5}\sqrt{10}$$

$$\begin{array}{r} 772 \quad | \quad 3 \\ - 9 \quad | \quad 3 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 772 \quad | \quad 9 \\ - 9 \quad | \quad 9 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$2) \quad \begin{matrix} b < 0 \\ a < 0 \end{matrix}$$

$$b = \frac{13a + 5a}{2} = 4a$$

$$b = 9a$$

~~$$a = 1$$~~

~~$$b = -9$$~~

~~$$a = -\frac{2}{5}\sqrt{10}$$~~

~~$$b = -\frac{18}{5}\sqrt{10}$$~~

$28 \leq 1$   
 $[24; 28] = 6$   
 $[20; 24] = 5$   
 $[16; 20] = 4$   
 $[12; 16] = 3$   
 $[8; 12] = 2$   
 $[4; 8] = 1$   
**8**  
 $5, 6, 7, 11, 12, 13, 19, 23$   
 $2.0 \sqrt{3} \sqrt{9 - x^2 + 2x}$   
 $3 \sqrt{9 - x^2 + 2x} - 1$   
 $3 \sqrt{9 - x^2 + 2x} - 1 = 3 \sqrt{9 - x^2 + 2x} - 1$   
 $3 \sqrt{9 - x^2 + 2x} - 1 = 3 \sqrt{9 - x^2 + 2x} - 1$   
 $11 \leq x \leq 11$   
 $-10 \leq x - 1 \leq 10$   
 $(x-1)^2 \leq 10$   
 $(y-6)^2 = 9(10 - (x-1)^2)$   
 $9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90$   
 $y-6 = \sqrt{(x-1)(y-6)}$   
 $2.3$   
 $2.2$   
 $2.2$   
 $2.2$   
 $2.2$   
 $2.2$



$9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90$   
 $y-6 = \sqrt{(x-1)(y-6)}$   
 $y-6x = \sqrt{xy-6x-y+6}$   
 $y^2 - 12xy + 36x^2 - 6x - 6 - y = 0$   
 $y^2 + 12xy + 36x^2 = yx - y - 6x - 6$   
 $(y-6x) = \sqrt{(y-6)(x-1)}$   
 $9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 90$   
 $(3x-3)^2 + (y-6)^2 = 90$   
 $5 = \frac{(8x-3)^2 + (y-6)^2}{(y-6) - (x-1)(y-6)}$   
 $8x^2 - 18x + 9 + y^2 - 12y + 36 - 45 = 45$   
 $y-6x = \sqrt{xy-6x-y+6}$   
 $9x^2 + y^2 - 18x - 12y + 36 = 45$   
 $y-6x = \sqrt{xy-6x-y+6}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ШИФР

(заполняется секретарём)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
 ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
 ОБРАЗОВАНИЯ  
 «МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
 (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
 УНИВЕРСИТЕТ)»



22.

$$b^2 + 9a^2 + 25a^2 = 13ab$$

$$b^2 + 36a^2 = 13ab$$

$$b^2 + 36a^2 - 12ab = ab$$

$$b - 6a = \sqrt{ab}$$

$$9a^2 + 6a = 9a$$

$$13ab = 9a^2 + 9a + 25a^2$$

$$9a^2 + b^2 + 12ab + 12a^2 = 9a^2 + 25a^2$$

$$y - 6x = \sqrt{x^2 y - 6x - y + 6} = \sqrt{(x-1)(y-6)}$$

$$9(x-1)^2 + (y-6)^2 = 9a^2$$

$$(26-x^2) \log_{12} + (26-x^2) > 13 \log_{12} (26-x^2)^2$$

$$t \log_{12} + t > 13 \log_{12} t$$

~~$$(26-x^2) \log_{12} + 26x > x^2 + 13 \log_{12} (26-x^2)$$~~

~~$$(26-x^2) \log_{12} + 26x > x^2 + 13 \log_{12} (26-x^2)$$~~

$$|x^2 - 26x| \log_{12} + 26x \geq x^2 + 13 \log_{12} (26-x^2)$$

$x \in (0; 26)$

1	2.2	15.3	5.23
2	7.5	12.4	2.33
3	8.22	4.19	2.75.2
4	11	0.50.2	1.5.2
5	5.2	4.14	0.23.3
6	3.2	1.5.22	12.22
7	7.2	7.2.3	0.33
8	21	2.11.3	
9	8.22		
10	7.5		
11	11		
12	7.5		
13	21		
14	8.22		
15	7.5		
16	11		
17	8.22		
18	7.5		
19	11		
20	8.22		
21	7.5		
22	11		
23	8.22		
24	7.5		
25	11		
26	8.22		

$$b - 6a = \sqrt{ab}$$

~~$$b^2 + 36a^2 = 13ab$$~~

~~$$b^2 + 36a^2 - 12ab = ab$$~~

~~$$b - 6a = \sqrt{ab}$$~~

~~$$3a^2 + b^2 = 9a \Rightarrow b^2 \leq 9a$$~~

~~$$3(x-1)^2 + 18(6-x)^2 = 9a$$~~

~~$$y - 6x = \sqrt{(y-6)(x-1)}$$~~

~~$$y - 6x = \sqrt{y(x-1) - 6(x-1)}$$~~

~~$$y - 6x = \sqrt{x^2 y - 6x - y + 6}$$~~

$$(y-6) = 6(x-1) - 6a$$