МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство
$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED = 30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе
$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y| > 4, \\ x^2-2x-4y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 18$, $1 \leqslant y \leqslant 18$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$x^2-6x+10-2|x-3|$ если $x\geq 3$, то

$x^2-6x+10-2x+6=x^2-8x+16=(x-4)^2,\geq 0$.

если $x<3$

$x^2-6x+10-6+2x=x^2-4x+4=(x-2)^2,\geq 0$

т.е ~~во~~ числитель всегда ≥ 0

, т.к числитель ≥ 0, а зн-ль $\neq 0$, то выражение $=0$, только когда $2-16=0 \Rightarrow$ при $x=4$, $x=2 \Rightarrow$

выражение $=0$ но при $x=2 \Rightarrow$ зн-ль равен $0 \Rightarrow$ $x=2$ не подходит. (при $x=4$, зн-ль ≥ 0).

$2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|<0$

если $0\leq x<2$

так как $|x|\ |x-2|\geq 0$

то тогда $2x^2-4x<0$.

$2x^2-4x<0$ при

$x^2<2x$

$0<x<2$ $\Rightarrow$ может удовлетв. промежуток

(т.к при отрицат: $>0+>0=>0$) $0<x<2$.

~~если~~ если $x<0$

$2x^2-4x+-x(x-2)$

$2x^2-4x-x^2+2x$

x^2-2x

$x^2-2x<0$

$x(x-2)<0$

$x^2<2x$

$x<2$

тогда проверка:

$2x^2-4x+x(2-x)=2x^2-4x+2x-x^2=x^2-2x<0 \Rightarrow$

этот промежуток уд-ет условию $\Rightarrow$

$x\in(0;2)\cup\{4\}$.

при

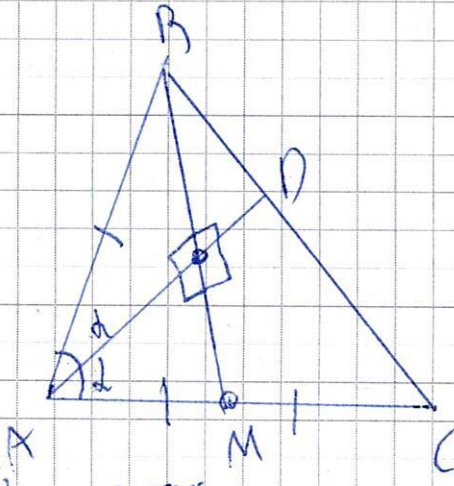
Ответ: $x\in(0;2)\cup\{4\}$

$(0<x<2$ и $x=4)$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1 (Нумеровать только чистовики)

№2

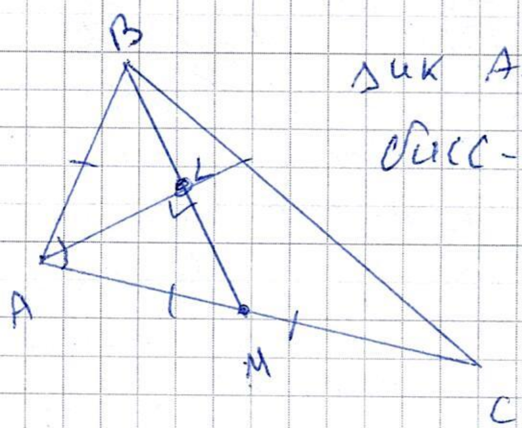


пусть бисс. $AD \perp BM$ - медиана, тогда пусть $\angle BAC = 2\alpha$; $\angle DAC = \angle BAD = \alpha$; $\angle BMA = \angle ABM = 90 - \alpha \Rightarrow$ $\Delta^{ик}$ ABM равнобедренный.

$\Rightarrow AC = 2AB$.

Докажем обратное утв-ие.

В $\Delta^{иах}$ со сторонами, отн-ся как $2:1$ $\Rightarrow$ медиана и бисс-а перп-ны:



Δик ABM - р/б по усл $\Rightarrow$ AL медиана бисс-а высота $\Rightarrow AL \perp BM$.

Значит медиана перп-на биссектр тогда и только тогда, когда соотв. стороны отн-ся как $2:1$

А значит нам нужно сосчитать кол-во $\Delta^{ов}$ у к/ых какие-то две стороны отн-ся как $2:1$ (или $1:2$)

x и $2x$, но тогда третья $= 600 - 3x$

по нер-ву $\Delta^{ка}$

$2x + x > 600 - 3x$ $\qquad$ $600 - 3x + x > 2x$

$6x > 600$ $\qquad$ $600 - 4x > 0$

$x > 100$ $\qquad$ $4x < 600$

$x < 150$.

по одному $x^{у}$ опред-ся 3 стороны $\Rightarrow$ весь треугольник $\Rightarrow$ каждый x = один $\Delta^{ик}$ от 101 до 149 вкл $\Rightarrow$

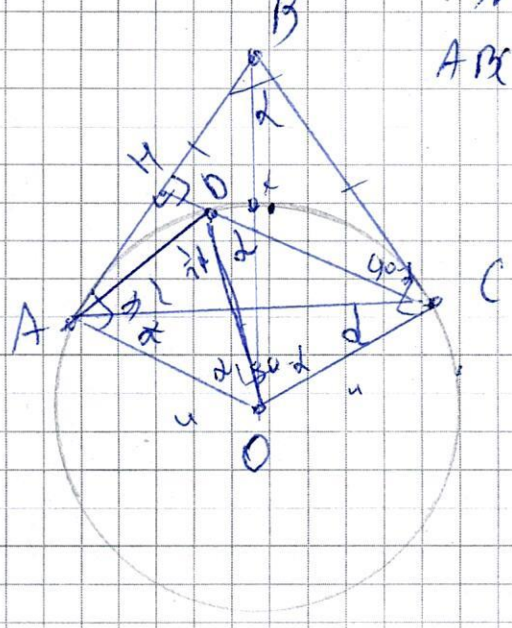
49 чисел $\Rightarrow$ 49 треуг-ов

Ответ: 49 $\Delta^{ов}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N.4



$\angle ABC = \alpha$ $\quad AB = BC$ - как отрезки касательных

$\angle BAO = \angle BCO = 90^\circ$ (точки касания)

$$\frac{AC}{\sin\angle ADC} = 2R = 8$$

если $\angle OBC = \alpha$, то $\angle ADC = 1{,}5\alpha$.

$OD = OA = OC = 4$

$$\frac{AC}{\sin\angle 1{,}5\alpha} = 8$$

из условия ..., что $AC = BC \Rightarrow$ $\Rightarrow \alpha = 60^\circ$ (т.к. $\angle BAC = \alpha$)

$$\frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH} = \frac{1}{\sin\alpha}$$

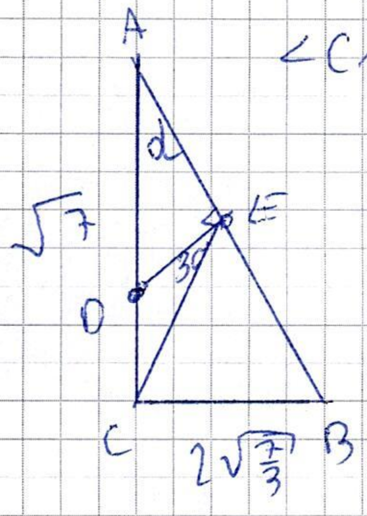
$$\frac{AB}{CH} = \frac{1}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Ответ: $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№ ~~4~~ 5



$\angle CAB = \alpha$

по Пифагору.

$AB^2 = (\sqrt{7})^2 + \left(2\sqrt{\frac{7}{3}}\right)^2 =$
$= 7 + \frac{28}{3} = \frac{49}{3}$

$AB = \frac{7}{\sqrt{3}}$

Сперва решим „теоретически"

по теореме синусов: ($\triangle AEC$)

$\frac{CE}{\sin\angle\alpha} = \frac{AC}{\sin\angle 120°}$ (знаем AC, знаем $\sin\angle 120°$, знаем

$\sin\angle\alpha = \frac{CB}{AB} = \frac{2\sqrt{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{\sqrt{3}}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$

$\Rightarrow$ найдём CE. $\angle AEC = 120°$ $\Rightarrow$

по теореме косинусов можем найти AE (знаем $\angle AEC = 120°$, узнали CE и знаем AC).

Найдя AE и зная косинус угла α $\left(\frac{AC}{AB}\right)$ $\to$ найдём

$\Rightarrow$ AD, далее по Пифагору найду DE, а после $\frac{AE \cdot ED}{2}$ - площадь AED; $\frac{AD}{AC}$ $\to$ легко найти сосчитав AD.

теперь нужно посчитать. $\sin\angle 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{CE}{\frac{2}{\sqrt{7}}} = \frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\frac{\sqrt{7} \cdot CE}{2} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ $\cancel{\sqrt{7}} \cdot \sqrt{3} \cdot CE = 4\cancel{\sqrt{7}}$

$CE = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$AC^2 = AE^2 + CE^2 - 2AE \cdot CE \cdot \cos\angle 120°$

$7 = AE^2 + \frac{16}{3} - ?$ и досчитать.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$x - 2y = \sqrt{xy}$

$x + y^2 = 5$

пусть $\sqrt{xy} = a$

$xy = a^2$

($x; y \neq 0$, т.к $\sqrt{xy}$ тогда $= 0$

$\Rightarrow$ оба равны 0

(т.к $x - 2y = 0$

или x или $2y = 0$

$\Rightarrow$ оба равны 0)

а $x + y^2 = 5$

тогда $x = \frac{a^2}{y}$

$\frac{a^2}{y} - 2y = a \quad | \cdot y$

$a^2 - 2y^2 - ay = 0$

$a^2 - ay - 2y^2 = 0$

решим отн-о a

$a = \frac{y \pm \sqrt{y^2 + 8y^2}}{2} = 2y$ и $-y$

при $a = 2y$

$\frac{(2y)^2}{y} + y^2 - 5 = 0$

$y^2 + 4y - 5 = 0$

$y = 1$ | $y = -5$

$\frac{4}{1} = 4$ | $\frac{100}{-5}$

$x = 4$ | $x = -20$

при $a = -y$

$xy = y^2$

$x = y$

$x + x^2 - 5 = 0$

$x^2 + x - 5 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} = y$

Ответ: $(4; 1)$; $(-20, -5)$; $\left(\frac{-1 + \sqrt{21}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}\right)$ и $\left(\frac{-1 - \sqrt{21}}{2}, \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$f(1)$ - ?

Заметим, что $f(2)=2$; $f(3)=3$; $f(4)=\overset{2\cdot 2}{2+2}=4$; $f(5)=5$

$f(6)=\underset{2\cdot 3}{2+3}=5$; $f(7)=7$; $f(8)=2+4=6$; $f(\underset{3\cdot 3}{9})=6$; $f(10)=7$

$f(11)=11$; $f(12)=f(2)+f(6)=7$; $f(13)=13$; $f(14)=9$;

$f(15)=8$; $f(16)=8$; $f(17)=17$; $f(18)=8$

все f(от натуральн, кроме 1 ^{10}) - это положительные числа.

тогда если $\frac{x}{y}$ ~~нат~~ целое, то f(число от 1 до 18)

$\in$ положительным. (т.к $x\in$ от 1 до 18 $\in N$, и $y\in$ 1 до 18 $\in N$, то $\frac{x}{y}\in 1$ до 18). т.к $f(ab)=f(a)+f(b)$,

то $f(1\cdot p)=f(p)+f(1)$, где p простое, т.е

$p=p+f(1) \Rightarrow f(1)=0$

$f(\frac{1}{4})=f(\frac{1}{2})+f(\frac{1}{2})$, т.к $\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2})=f(2)+f(\frac{1}{4})$, т.к $\frac{1}{4}\cdot 2=\frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2})=2+2f(\frac{1}{2})$ аналогично $f(\frac{1}{3})=-3$.

$f(\frac{1}{2})=-2$ и $f(\frac{1}{p})=-p$

(т.к $\begin{cases} f(\frac{1}{p^2})=f(\frac{1}{p})+f(\frac{1}{p}) \\ f(\frac{1}{p})=\underset{p}{f(p)}+f(\frac{1}{p^2}) \end{cases} \Rightarrow f(\frac{1}{p})=-p$

Так же заметим, что если число $p \to p_k$ не простое то тогда

~~$f(\frac{1}{p})=f(\frac{1}{x})\cdot f(\frac{1}{y})$~~ т.е число раскладывается

~~$f(\frac{x}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})$~~

на сумму $f(\frac{1}{p_1})+f(\frac{1}{p_2})$ где p_1, p_2 простые $\Rightarrow$ сумма отрицательна $\Rightarrow$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$\Rightarrow$ любая дробь вида $\frac{1}{K}$ ($K \in N$ от 1 до 18) $\rightarrow$

$f(\frac{1}{k}) < 0$

рассмотрим любую дробь вида $\frac{a}{b}$, где $a<b$

не положительна
~~отрицательна~~, т.к $f(\frac{a}{b}) = f(a) + f(\frac{1}{b})$, по доказанному выше если $\frac{1}{b} \in p$, то $f(\frac{1}{b}) = -b$, если же b - составное

Если же дробь вида $\frac{a}{b}$ и $a>b$,

то ≥ 0 $= f(a) + f(\frac{1}{b})$ $\Rightarrow$ $f(\frac{a}{b}) \geq 0$

$\Rightarrow$ надо посчитать все дроби меньше 1

$\Rightarrow$ их $\underset{\text{для 1}}{17} + \underset{\text{для 2}}{16} + 15 + 14 + 13 + \ldots + \underset{\text{для 17}}{1} = 17 \cdot 9 = 153$

теперь нужно вычесть дроби, что $\frac{a}{b}$)

$f(a) + f(\frac{1}{b}) = 0$ $a<b$ $\frac{5}{6}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{10}{12}$,

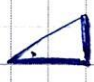
ч т. д

Ответ: 1~~5~~0 дробей

все вида $\frac{1}{p}$, ~~все вида~~
точно

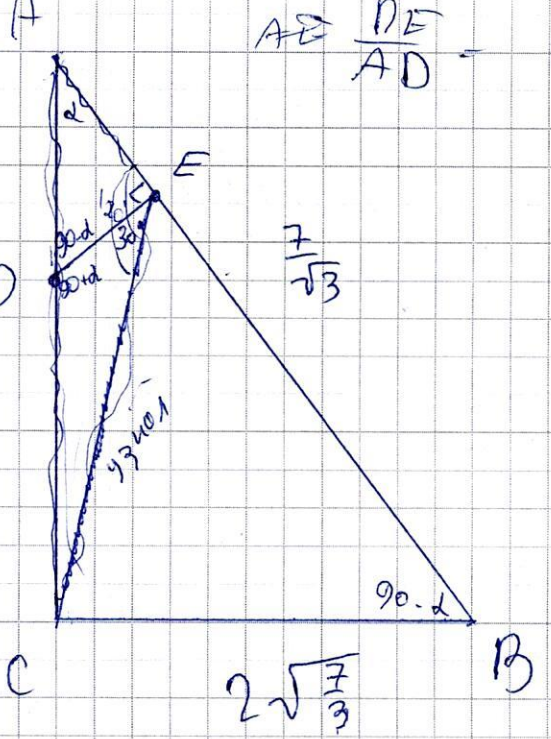
$a^2+b^2-2ab\cdot\cos\alpha$

$2\sqrt{\frac{7}{3}}$ $\quad \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} : \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \frac{2}{\sqrt{7}}$



$a^2+b^2-2ab\cdot\cos\alpha$

$AE \; \frac{DE}{AD} -$



$\sqrt{7}$

$\frac{\sqrt{7}}{1} : \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

$\frac{\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{7}}\cdot\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

$2\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} : \frac{7}{\sqrt{3}}$

$\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} : \frac{7}{\sqrt{3}}$

$\frac{2\cancel{\sqrt{7}}\cdot\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}\cdot\cancel{\sqrt{7}}\cdot\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$

$\frac{CE}{\sin\angle\alpha} = \frac{AC}{\sin\angle 120^\circ}$

$\sin\angle\alpha =$

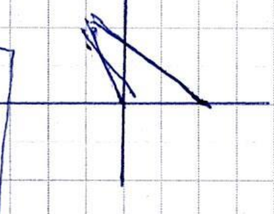
$CE =$

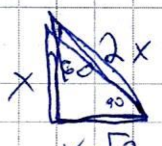
$CE : \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{\sin\angle 120^\circ}$

$x^2-2x-4y+y^2$

$x^2+y^2-2x-4y<0$

$y^2.$





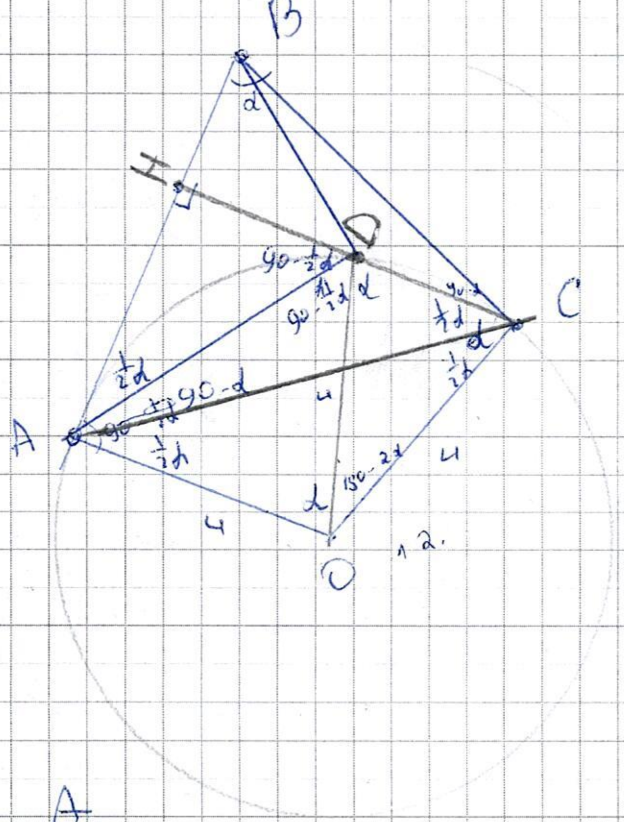
$\sqrt{3}$

$\frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{2\cancel{5}}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{AD}{\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)} = 8$$

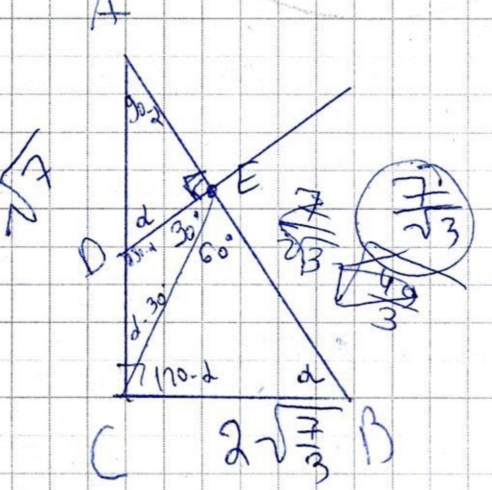
$$\frac{DC}{\sin(90-\alpha)} = 8$$

$$\frac{AD \cdot DB}{BC} = DH$$

(4)

$AC = 6 \cdot$

$\frac{AD}{AC}$ и S_Δ



$\frac{7}{\sqrt{3}}$

$$\sqrt{7+\frac{28}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{49}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{a^2}{6}} = a\sqrt{6}$$

$$\frac{a}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{7}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{49}{3}$$

$$2\sqrt{7} \cdot \sqrt{\frac{7}{3}} = \sqrt{\frac{49}{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}}$$ — площадь

$\sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{24}$ $\quad \frac{49}{3}$

$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{36}$

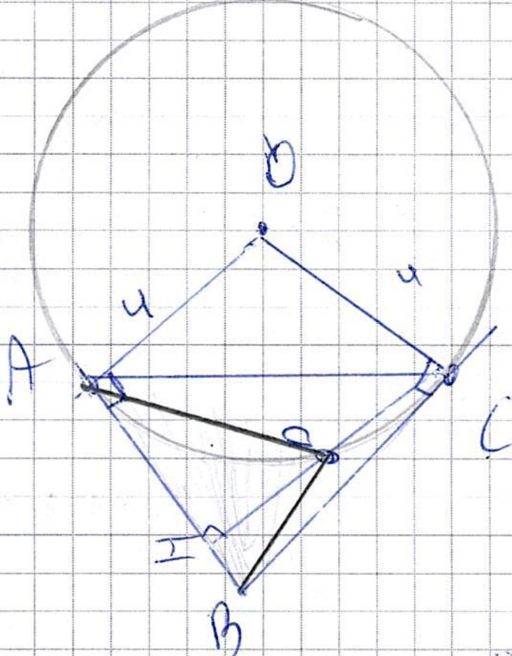
☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{AB}{CH} = ?$

$\frac{7}{8}$



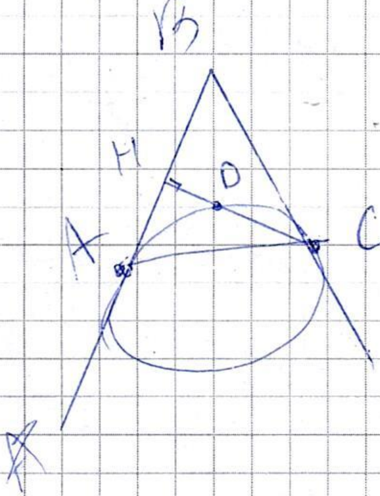
$S_{ABD} = 6$

$\frac{DH \cdot AB}{2} = 6$

$DH \cdot AB = 12$

$\frac{8}{9}$

$\frac{5}{6}$



$\frac{AB}{CH}$

$S_{ABD} = 6$

$r = 4$

$\frac{3}{6}$

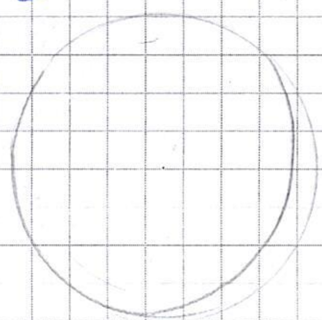
$\frac{6}{7}$

$\frac{10}{11}$

$3 - 2 - 3$

$\frac{4}{3}$

BC



$\frac{a}{b}$

6

$4 - \frac{3}{4}$

$\frac{8}{9}$

$\frac{4}{3}$

4-

$\frac{11}{12}$

10

$\frac{1}{11}$

$\frac{6}{5}$

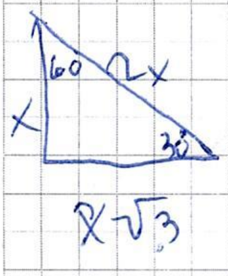
$170 - 17 = 153$

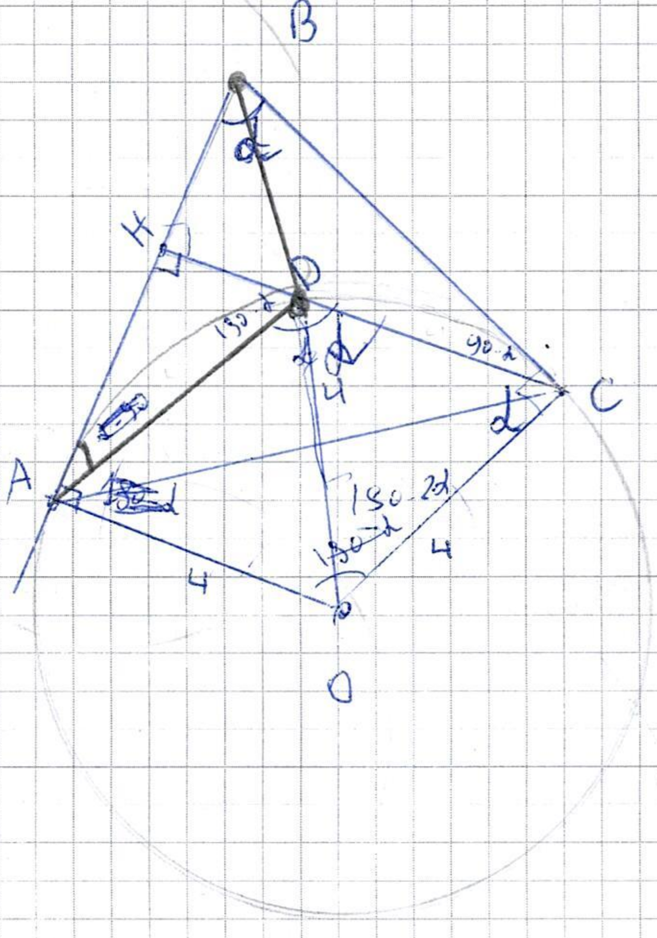
$a + \frac{1}{b}$

-51

$\frac{AB}{CH'}$

$AB \cdot HD = 12$





$\frac{\frac{1}{2}AC}{\sin\alpha} = 8$

$\frac{CH}{BC} = \sin\alpha$

$\sin\alpha = \frac{AC}{8}$

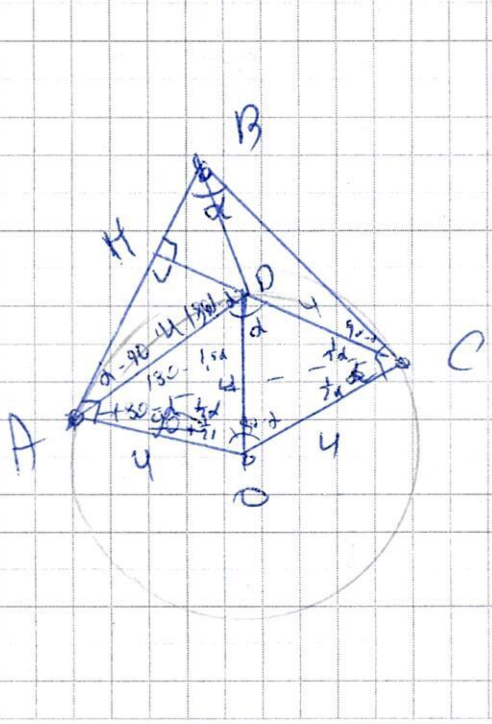
$\alpha = 90°$

$\frac{AB \cdot AD \cdot \sin(\alpha - 90°)}{2} = 12$

$AB = BC \quad \frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH}$

$\sin(\alpha - 90°) = \frac{12}{AB\ AD}$

$\frac{1}{\sin\alpha}$



$DH \cdot BC = 12$

$\frac{AD}{\sin\frac{1}{2}\alpha} = 8$

90-

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{1}{x}$

$f\left(\frac{1}{3}\right) = 3 + 2f\left(\frac{1}{3}\right)$

-3

$\frac{2}{3}$

$f\left(\frac{2}{3}\right) = f(2) + f\left(\frac{1}{3}\right)$

$2 \qquad -3$

$f\left(\frac{x}{y}\right) =$

$= f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$\frac{1}{y} = -6 \quad -6$

$-6 \quad -6$

$\frac{1}{8}$

$f\left(\frac{1}{8}\right) = f(2) + f\left(\frac{1}{16}\right)$

$f\left(\frac{1}{6}\right) = f\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$

$f\left(\frac{1}{6}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right)$

$f\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = f(\sqrt{6})$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

N. 1

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \le 0$$

≥ 0

$2x^2-4x+x\cdot(2-x)$

$2x^2-4x+2x-x^2$

$x^2-4x+2x$

x^2-2x

$\frac{6}{7}$

$f(\frac{1}{2})=-2$

$2x^2-4x=0$

$2(x^2-2x)$

$x^2<2x$

$x<2$

от 0 до 2.
не вкл.

$\frac{1}{6}$

$x^2-6x+10-2|x-3|$

$x^2-6x+10-2x+6$

$x^2-8x+16$

$\frac{5}{6}$

$5+f(\frac{1}{6})$

≥ 0 -2-3

$2f(\frac{1}{2})+2=f(\frac{1}{2})$

$2f(\frac{1}{4})=2f(\frac{1}{2})$

$x^2-6x+10-6+2x$

x^2-4x+4

$f(\frac{1}{2})+f(\frac{1}{2})$

$f(\frac{1}{3})=f(3)+f(\frac{1}{9})$

$f(\frac{1}{9})=f(\frac{1}{3})+f(\frac{1}{3})$

$P=600$

от 0 до 2

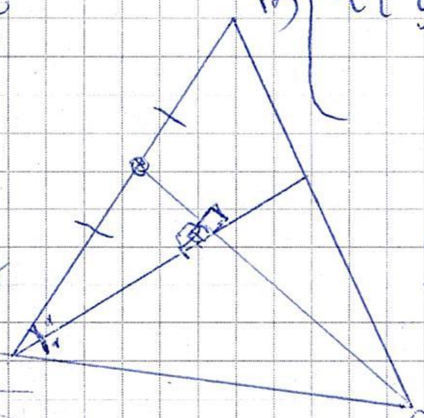
добавить

16-24+10-

4-12+10-2

200
100
3

сторона в два раза > другой стороны.



x $2x$

$600-3x$

$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{2}$ (1,5)

300
150

302
151
14

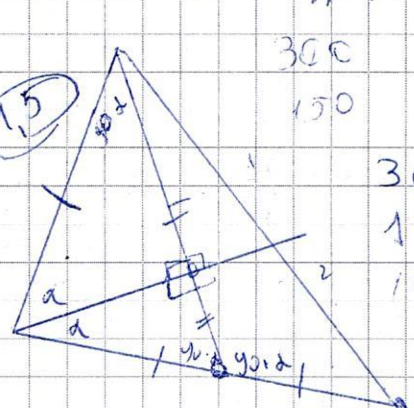
$x>100$

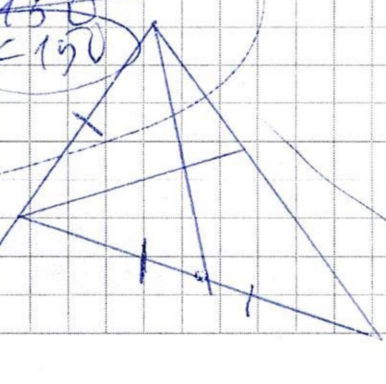
~~$x<150$~~

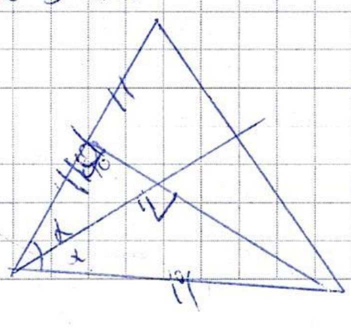
$x<150$

$600-2x>2x$

$600>4x$







-2

4-12+10-2

Очевидно
что они у него
ее сли одно
СГ > другой в два раза

~~48~~ 49

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$x - 2y = \sqrt{xy}$

$x + y^2 = 5$

$x = 5 - y^2$

$5 - y^2 - 2y = \sqrt{5y - y^3}$

$\sqrt{xy} = a$

$x = \frac{a^2}{y}$

$a^2 = xy$

$\sqrt{xy} = a$

$x = \frac{a^2}{y}$

$y - 3y$

$\frac{a^2}{y} - 2y = a$

$x = y$

$\frac{a^2}{y} - 2y = a$

$-2y^3$

$a^2 - 2y^2 - ay = 0$

$a^2 - 2y^2 - ay = 0$

$a = \cancel{\frac{3y \pm \sqrt{y^2+8y^2}}{2}}$

$-2y^2 + a^2 - ay = 0$

$-2y^2 - ay + a^2 = 0$

$a^2 - ay = 2y^2$

$\cancel{a + 8a^2}$

$y^2 + 8y^2$

$a = \frac{y \pm \sqrt{9y^2}}{2}$

$\frac{a^2}{y} + y^2 - 5 = 0$

$4y + y^2 - 5 = 0$

$y^2 + 4y - 5 = 0$

$y = 1 \qquad y = -5$

$x = 4 \qquad x = -20$

$y^2 + y - 5 = 0 \quad a = 2y \; ; \; -y$

$2y$

$y^2 + y - 5 = 0$

$\frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$

формат

~~$x - 2x = x$~~

$3x \quad x^2 + x - 5$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(\frac{1}{4}) = f(2f(\frac{1}{2})$

$f(\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$

$f(\frac{1}{y}) + f(x) =$

$= f(y) + f(\frac{1}{x})$

$|2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4$

$f(1) = 0$ $f(1) =$

$f(3 =$

$f(1)$

$f(\frac{1}{4}) + f(x) =$

$= f(2x) + f\frac{1}{2y}$

$f(2) = 2$

$f(1) + f(3)$

$f(3) = 3$

$\frac{1}{3}$

$f(2 \cdot 2) = 4$

$f(5) = 5$

$18 \to 2, 1; 3$

$f(6) = 5$

$f(2) + f(1)$ $f(-1) = 0$

$f(\frac{1}{2}) = 2 + f(\frac{1}{4})$

$f(7) = 7$

$f(2 \cdot 1) =$

2

$f(\frac{1}{2}) =$ $f(2) + f(\frac{1}{4}) =$

$= f(1) + f(\frac{1}{2})$

$f(8) = 6$

$f(9) = 6$

$f(10) = 7$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(\frac{x}{y})$

$f(0) = 0$ $f(\frac{1}{4}) + f(x)$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $f(\frac{x}{y})$

$(1 \cdot \frac{1}{3}) = f(1$

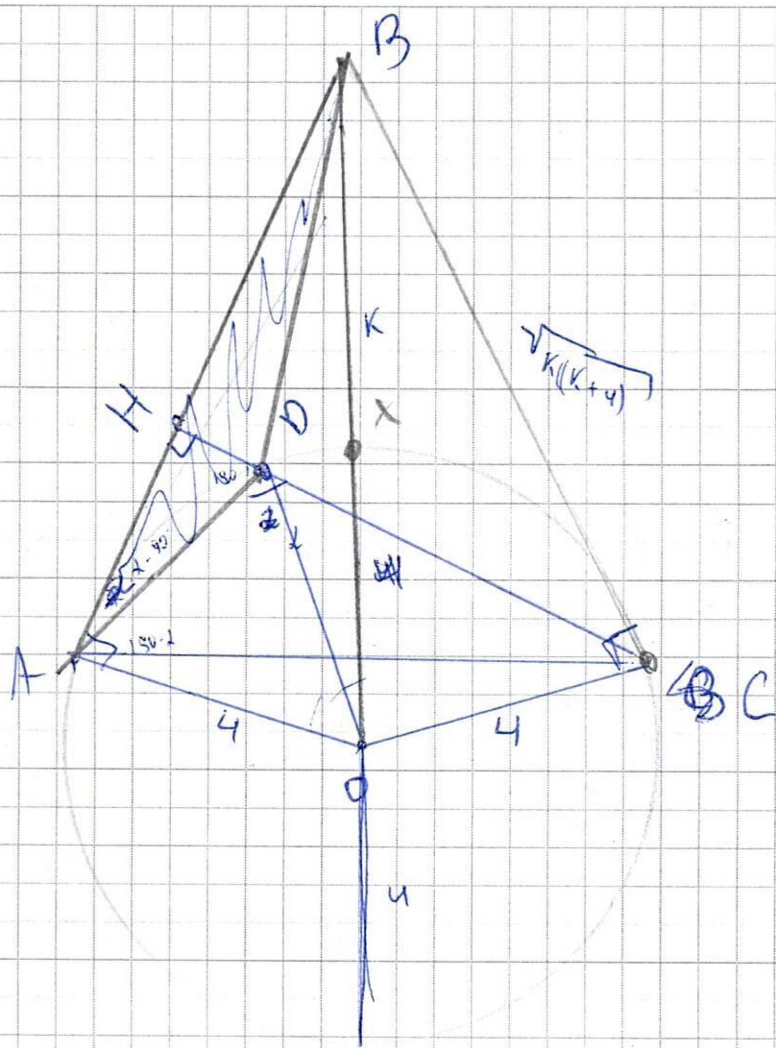
$f(\frac{4}{3}) = f(4) + f(\frac{1}{3})$

$2 \cdot \frac{1}{6}$ $2 + f(\frac{1}{6})$

$4 - f(\frac{1}{3})$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



$\frac{H-D}{+D}$

$\frac{AB \cdot AH \cdot \sin \alpha}{2}$

$AB \cdot AH \cdot \sin \alpha$

$BC^2 + 16 = OB^2$

$Bx \cdot BO = BC^2$

$\frac{BC^2}{Bx}$

$\frac{BC^2}{Bx} = BC^2 + 16$

BC

$a^2 + 16 - \frac{a^2}{b} = 0$

$a^2\left(1 - \frac{1}{b}\right) + 16 = 0$

$a^2\left(\frac{b-1}{b}\right) = -16$

$\frac{b-1}{b} = -\frac{16}{a^2}$

$BC \cdot HD = 12$

$K(K+4) = BC^2$

$K^2 + 4K + 16 = K^2 + 8K + 1$

$K(K+8) + 16 = K^2 + \cancel{16K}\,8K + 16$

$\frac{\cancel{K+4}}{\sqrt{K} \cdot \sqrt{K+4}}$

$\frac{\sqrt{K+4}}{\sqrt{K}} = \sqrt{\frac{K+4}{K}}$

$\sqrt{1 + \frac{4}{K}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)