МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 1

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Углы α и β удовлетворяют равенствам

$$\sin(2\alpha+2\beta)=-\frac{1}{\sqrt{5}};\qquad \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha=-\frac{4}{5}.$$

Найдите все возможные значения $\operatorname{tg}\alpha$, если известно, что он определён и что этих значений не меньше трёх.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2}, \\ x^2+9y^2-4x-18y=12. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$5^{\log_{12}(x^2+18x)}+x^2 \geqslant \left|x^2+18x\right|^{\log_{12}13}-18x.$$

4. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Прямая, проходящая через точку E перпендикулярно BC, повторно пересекает Ω в точке F. Найдите радиусы окружностей, угол AFE и площадь треугольника AEF, если известно, что $CD=8$, $BD=17$.

5. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=[p/4]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1\leqslant x\leqslant 24$, $1\leqslant y\leqslant 24$ и $f(x/y)<0$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a;b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x+11}{4x+3}\leqslant ax+b\leqslant -8x^2-30x-17$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{11}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

7. [6 баллов] Дана пирамида $ABCD$, вершина A которой лежит на одной сфере с серединами всех её рёбер, кроме ребра AD. Известно, что $AB=1$, $BD=2$, $CD=3$. Найдите длину ребра BC. Какой наименьший радиус может иметь сфера, описанная около данной пирамиды?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin(2\alpha+4\beta)+\sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$\cancel{2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{4}{5}}$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \\ 2\sin(2\alpha+2\beta)\cdot\cos 2\beta = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(2\alpha+2\beta) = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \cos 2\beta = \frac{2}{\sqrt5} \end{cases} \Rightarrow$$

$\sin(2\alpha+2\beta) = \sin 2\alpha\cdot\cos 2\beta + \cos 2\alpha\cdot\sin 2\beta$

$\sin 2\beta = \pm\sqrt{1-\cos^2 2\beta} = \pm\sqrt{1-\frac{4}{5}} = \pm\frac{1}{\sqrt5}$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2\alpha\cdot\frac{2}{\sqrt5} + \cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt5} = -\frac{1}{\sqrt5} \\ \sin 2\alpha\cdot\frac{2}{\sqrt5} - \cos 2\alpha\cdot\frac{1}{\sqrt5} = -\frac{1}{\sqrt5} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = -1 \\ 2\sin 2\alpha - \cos 2\alpha = -1 \end{array}\right.$$

$2\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = 4\sin\alpha\cdot\cos\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$$\left[\begin{array}{l} 4\sin\alpha\cos\alpha + \cancel{\cos^2\alpha} - \cancel{\sin^2\alpha} + \cancel{\sin^2\alpha} + \cos^2\alpha = 0 \\ 4\sin\alpha\cdot\cos\alpha - \cancel{\cos^2\alpha} + \sin^2\alpha + \sin^2\alpha + \cancel{\cos^2\alpha} = 0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 4\,tg\,\alpha + 2 = 0 \\ 4\,tg\,\alpha + 2\,tg^2\alpha = 0 \end{array}\right.$$

$\cancel{tg\,\alpha = -\frac{1}{2}}$, $\cancel{tg\,\alpha = 2}$

продолжение на след. листе

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\left[\begin{array}{l} tg\,\alpha=-\frac{1}{2} \\ tg\,\alpha=0 \\ tg\,\alpha=-2 \end{array}\right.$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$; 0; -2.

№2.

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy-x-2y+2} \\ x^2+9y^2-4x-18y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)-2(y-1)=\sqrt{(x-2)(y-1)} \\ (x-2)^2+9(y-1)^2=25 \end{cases}$$

Пусть $x-2=a$, $y-1=b$, тогда:

$$\begin{cases} a-2b=\sqrt{ab} \\ a^2+9b^2=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2-5ab+4b^2=0 \ (*) \\ ab\geq 0 \\ a^2+9b^2=25 \end{cases}$$

$$\cancel{\begin{cases} a^2+9b^2=25 \\ 5ab+5b^2=25 \\ ab\geq 0 \end{cases}}$$

$(*)$ $a^2-5ab+4b^2=0$

$D=25b^2-16b^2=9b^2$

$a=\frac{5b\pm 3b}{2}$

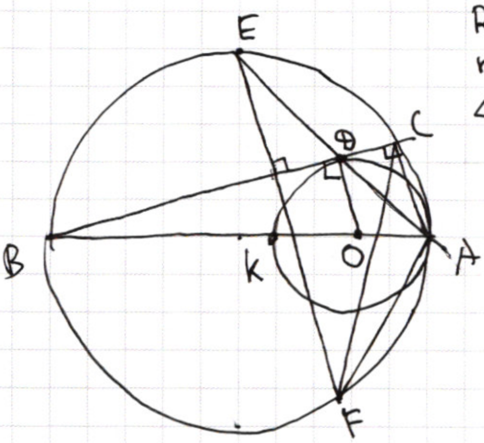
$$\left[\begin{array}{l} a=4b \\ a=b \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=b \\ a^2+9a^2=25 \\ ab\geq 0,\ a-2b\geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a=4b \\ 16b^2+9b^2=25 \\ ab\geq 0,\ a-2b\geq 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

продолжение на след. стр.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№4.



$R - ?$

$r - ?$

$\angle AFE - ?$

$S_{\triangle AFE} - ?$

$OD = 8;\ BD = 17$

1) r - рад. ~~кас.~~ ω;

R - рад. Ω.

OD - рад. в т. кас. $\Rightarrow OD \perp BC$

$\angle BCA$ опир. на диам. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BCA = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle BDO \sim \triangle BCA$ (по 2 углам) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{OB}{BA} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{2R-r}{2R} = \frac{17}{17+8} \Rightarrow 34R = 50R - 25r \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 25r = 16R \Leftrightarrow \cancel{\boxed{R = \frac{25r}{16}}} \quad r = \frac{16}{25}R$$

~~$BD^2 = BK \cdot BA \Rightarrow BK \cdot BA$~~

$$BD^2 = BK \cdot BA \Rightarrow 17^2 = (2R - 2r) \cdot 2R = 4R^2 - 4Rr = 4R^2 - 4\frac{16}{25}R^2 = \frac{36}{25}R^2$$

$$R^2 = \frac{17^2 \cdot 25}{36} \Rightarrow R = \frac{17 \cdot 5}{6} = \frac{85}{6};$$

$$r = \frac{16}{25} \cdot \frac{85}{6} = \frac{8 \cdot 17}{5 \cdot 3} = \frac{136}{15}$$

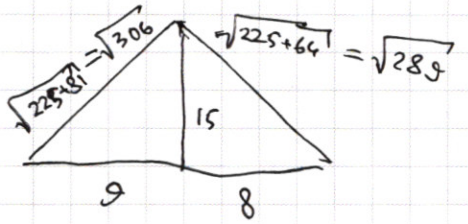
2) $\angle AFE = \angle AFC + \angle CFE$

$$\angle EFC = \angle CAE \text{ (опир. на } \smile EC) = \text{arctg}\,\frac{DC}{CA} \overset{*}{=} \text{arctg}\left(\frac{8 \cdot 17}{25r}\right) = \text{arctg}\,\frac{3}{5}$$

$$(*)\ \boxed{\triangle BDO \sim \triangle BCA \Rightarrow \frac{DO}{CA} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow CA = \frac{r \cdot 25}{17}.}$$

$$\angle CFA = \angle CBA \text{ (опир. на } \smile CA) = \text{arctg}\,\frac{DO}{BD} = \text{arctg}\,\frac{r}{17} = \text{arctg}\,\frac{8}{15}$$

$$\angle AFE = \text{arctg}\,\frac{3}{5} + \text{arctg}\,\frac{8}{15} = \alpha$$



$$306 + 289 - 2\sqrt{306} \cdot \sqrt{289} \cdot \cos\alpha = 289$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{306}}{2\sqrt{289}} = \frac{3}{\sqrt{34}};\ \sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{34}}$$

$$\boxed{\alpha = \arccos\frac{3}{\sqrt{34}}}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=-\frac{\sqrt{10}}{2}\\ b=-\frac{\sqrt{10}}{2}\\ a-2b>0\\ ab>0\end{cases}\\ \begin{cases}a=\frac{\sqrt{10}}{2}\\ b=\frac{\sqrt{10}}{2}\\ a-2b>0\\ ab>0\end{cases}\\ \begin{cases}a=4\\ b=1\\ a-2b>0\\ ab>0\end{cases}\\ \begin{cases}a=-4\\ b=-1\\ a-2b>0\\ ab>0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=-\frac{\sqrt{10}}{2}\\ b=-\frac{\sqrt{10}}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}a=4\\ b=1\end{cases}\end{array}\right.$$

Вернёмся к x, y:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-2=-\frac{\sqrt{10}}{2}\\ y-1=-\frac{\sqrt{10}}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}x-2=4\\ y-1=1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=\frac{-\sqrt{10}+4}{2}\\ y=\frac{-\sqrt{10}+2}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}x=6\\ y=2\end{cases}\end{array}\right.$$

~~Ответ: $\left(-\frac{\sqrt{10}}{2}; -\frac{\sqrt{10}}{2}\right)$; (~~

Ответ: $\left(\frac{-\sqrt{10}+4}{2}; \frac{-\sqrt{10}+2}{2}\right)$; $(6; 2)$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

① $f(ab) = f(a) + f(b) \Rightarrow f(a) = f(ab) - f(b) \Rightarrow$

$\Rightarrow f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(\frac{x}{y}\cdot y\right) - f(y) = f(x) - f(y)$

② $f(p_1^{k_1}\cdot p_2^{k_2}\cdot\ldots\cdot p_n^{k_n}) = k_1 f(p_1) + k_2 f(p_2) + \ldots + k_n f(p_n)$,

где $p_1 \ldots p_n$ — простые числа; $k_1, \ldots, k_n$ — натуральные.

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0 \Leftrightarrow f(x) - f(y) < 0 \Leftrightarrow f(x) < f(y)$

значения $f(n)$ для $1 \le n \le 24$:

$f(1) = f(2) = f(3) = f(4) = f(6) = f(8) = f(9) = f(12) = f(16) =$

$= f(18) = f(24) = 0$ (11 значений)

$f(5) = f(10) = f(15) = f(20) = f(7) = f(14) = f(21) = 1$ (7 знач.)

$f(11) = f(22) = f(25) = 2$ (3 знач.)

$f(13) = 3$ (1 зн.)

$f(19) = 4$ (1 зн.)

$f(17) = 4$ (1 зн.)

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x)=0 \\ f(y)\neq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} f(x)=1 \\ f(y)\geqslant 2 \end{cases} \\ \begin{cases} f(x)=2 \\ f(y)\geqslant 3 \end{cases} \\ \begin{cases} f(x)=3 \\ f(y)=4 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow 11\cdot 13 + 7\cdot 6 + 3\cdot 3 + 1\cdot 2 = 143 + 42 + 9 + 2 = 196 \text{ пар}$$

таких, что $f(x) < f(y)$.

Ответ: 196 пар.

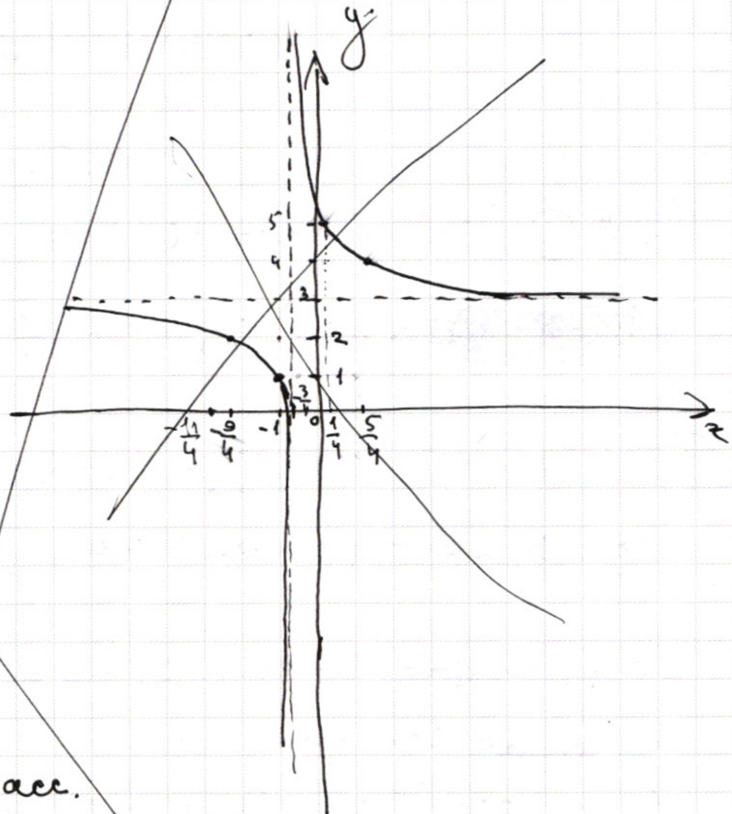
№6.

$$\frac{12x+11}{4x+3} \le ax+b \le -8x^2-30x-17$$

① $y=\frac{12x+11}{4x+3}$

$y = 3+\frac{2}{4x+3}$

$y=\frac{1}{4}\left(12+\frac{2}{x+\frac{3}{4}}\right)$



$D(x): (-\infty; -\frac{3}{4}) \cup (-\frac{3}{4}; +\infty)$

нули: нет

г. асимпт.: $y=3$

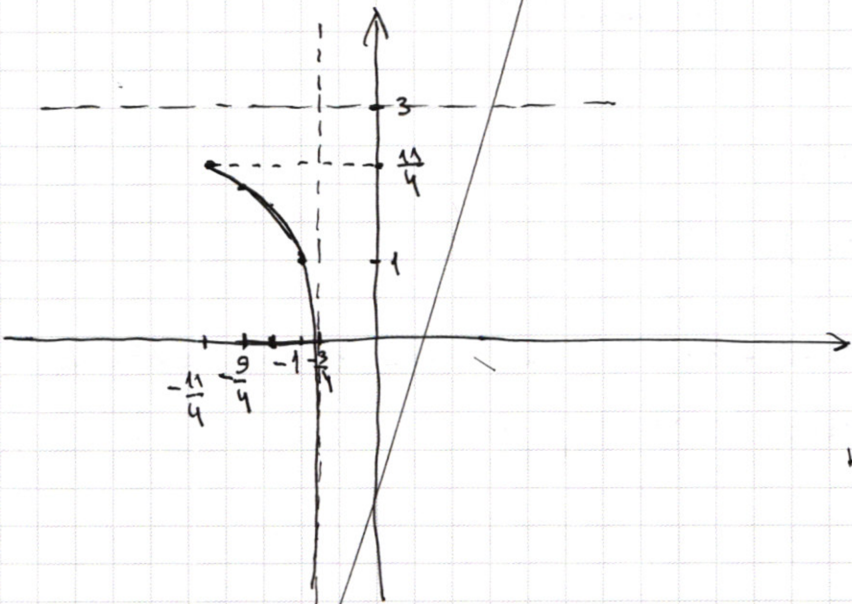
в. асс.: $x=0$

~~$x=0$ — в.а~~

$x=-\frac{3}{4}$ — в. асс.

$y=3$ — г. асс.

② на $\left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right]$ — часть ветви гиперболы



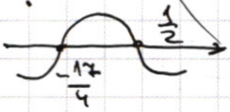
$y(-\frac{11}{4}) = \frac{-33+11}{-11+3} = \frac{22}{8} = \frac{11}{4}$

② $y=-8x^2-30x-17$

$D/4 = 225 - 17\cdot 8 = 136 = 89$

нули: $x=\frac{15\pm 19}{-8}$

$\left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{17}{4} \end{array}\right.$



>0 на $\left[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}\right]$

$x_в = \frac{30}{-16} = -\frac{15}{8}$

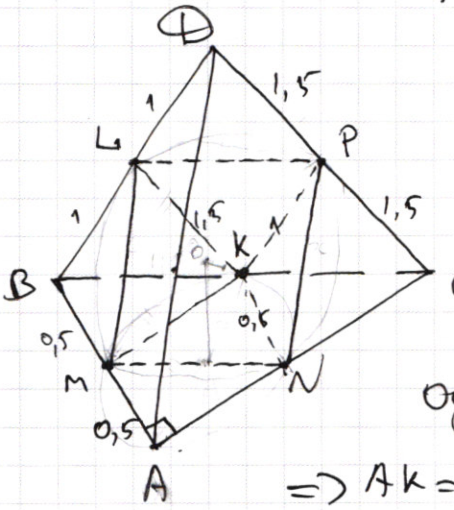
$y_в = -8\cdot\frac{15^2}{8^2}+30\cdot\frac{15}{8}-17 = \frac{89}{8}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.



M, N, P, K, L — середины сторон AB; AC; DC; BC; BD соответств.

M, N, A, K на одной сфере и в одной плоск. => ~~...~~ M, A, N, K на одной окр. => MANK — ~~...~~ пр-к. =>

=> AK = MN; △BAC — пр-уг, AK — мед =>

=> AK = BK = KC

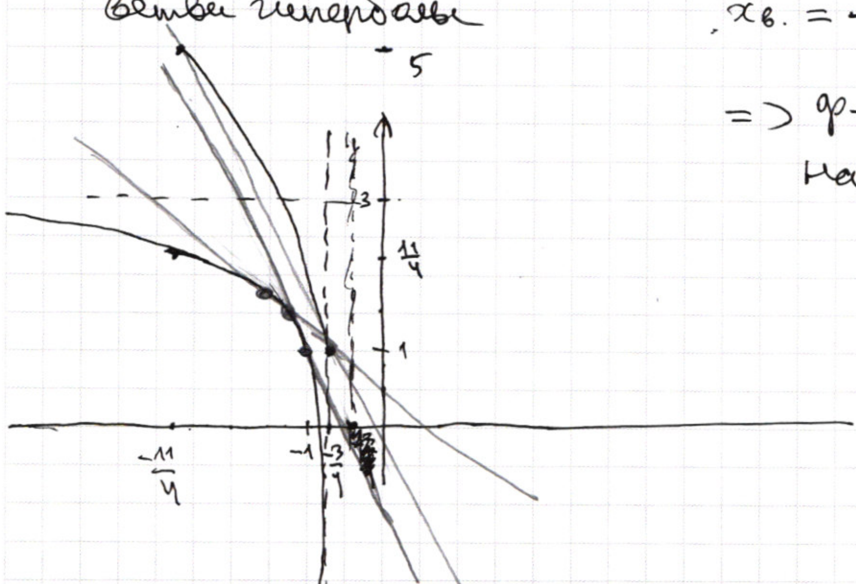
№6.

$y = \frac{12x+11}{4x+3}$:

$\frac{12(-\frac{11}{4})+11}{4\cdot(-\frac{11}{4})+3} = \frac{11}{4}$

$x = -\frac{3}{4}$ — г. асс.

гр. ф-ии — часть ветви гиперболы



$y = -8x^2 - 30x - 17$

$y(-\frac{11}{4}) = 5$

$y(-\frac{3}{4}) = 1$

$x_в. = -\frac{15}{4} < -\frac{11}{4}$ =>

=> ф-я выпукл. ↑ и убывает на $[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}]$

гр. $ax+b$ — прямая

b — пересеч. с Oy;

~~a — tg угла наклона~~

прямая через $\left(-\frac{11}{4}; 5\right)$; $(1;1)$ удовл. усл.

$$\frac{x+\frac{11}{4}}{-1+\frac{11}{4}} = \frac{y-5}{1-5} \Leftrightarrow 4x+11 = \frac{7}{4}y - \frac{35}{4} \Leftrightarrow 16x+44 = 7y-35 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{16}{7}x + \frac{79}{7} \qquad \begin{cases} a = \frac{16}{7} \\ b = \frac{79}{7} \end{cases}$$

~~$y = \frac{16}{7}x + \dots$~~

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(x-2)^2 = x^2-2x+4$

$(3y-3)^2 = 9y^2-18y+9$

$(x-2)^2+9(y-1)^2=25$

$x(y-1)-2(y-1)$

$2(y-1)(x-2) = 2(x^2-4yx+4y^2) = 2(x-2y)^2$

$(x-2)-2(y-1) = x-2y$

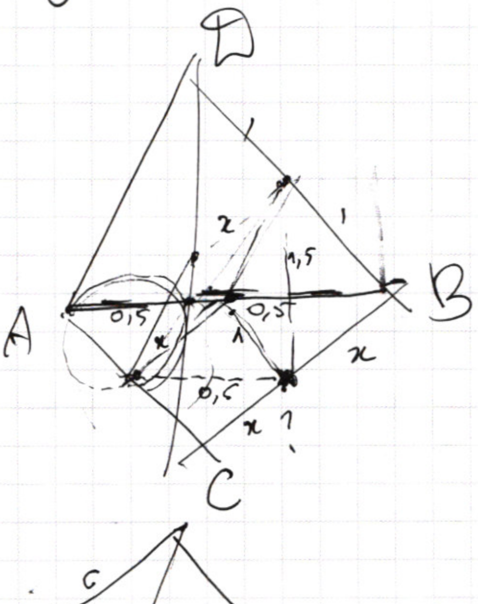
Пусть $a=x-2$; $b=y-1$

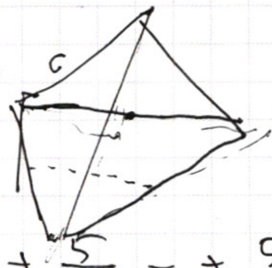
$$\begin{cases} a^2+9b^2=25 \\ a-2b=\sqrt{ab} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+9b^2=25 \\ a^2-4ab+4b^2=ab \\ ab>0 \end{cases}$$

$a^2-5ab+4b^2$

$D=25b^2-16b^2=9b^2$





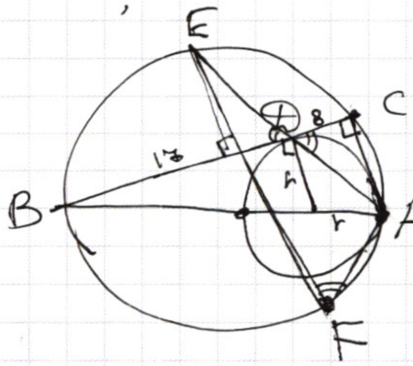
a $\quad a^2=\frac{25}{10}$ $\quad a=\pm\frac{5}{\sqrt{10}}=\pm\frac{5\sqrt{10}}{10}=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

$-\frac{225+3450}{8}-17=\frac{225-17\cdot 8}{8}=\frac{89}{8}$ $\quad 136$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$5^{\log_{12} n} + n \geq |n|^{\log_{12} 13}$



R-?

r-?

$\angle AFE$ - ?

$S_{\triangle AFE}$ - ?

CD = 8; BD = 17

$$\begin{cases} 17^2 = 2r(2R-2r) \\ \frac{2R-r}{2R} = \frac{17}{17+8} \end{cases} \Rightarrow$$

$25(2R-r) = 34R$

$25r = 16R$ $\quad R = \frac{25r}{16}$

$2 \cdot 17 = r \cdot R - r^2$

$r^2 - \frac{25r^2}{16} + 34 = 0$

$34 = \frac{25r^2}{16} - r^2 = \frac{9r^2}{16}$

$r = \frac{4}{3}\sqrt{34}$

$R = \frac{25}{12}\sqrt{34}$

$f(1) = f(2) - f(2) = 0$

$f(\frac{1}{n}) = f(1) - f(n)$

3 · 2

$f(3) \quad f(5)$

$y = \frac{1}{4}\left(12 + \frac{2}{x+\frac{3}{4}}\right)$

$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geq |x^2+18x|^{\log_{12} 13} - 18x$

$5^{\log_{12} n} + n \geq |n|^{\log_{12} 13}$ $\quad > 1$ $\quad 5^{\log_{12}(x^2+18x)} \geq (x^2+18x)^{\log_{12} 13} - (x^2+18x)$

$x > 0$

$x \leq -18$

~~$\log_{12} n \cdot \log_{12} 5 \geq \log$~~

~~$\log_{12}(5^{\log_{12} n} + n) \geq \log_{12} 13 \cdot \log_{12} |n|$~~

$\frac{-3 \cdot 11 + 11}{-11+3} = \frac{-2 \cdot 11}{-8} = \frac{11}{4}$

$\lim_{x \to \infty} y = 3$

2; 3; 5; 7; 11; 13

$y = 2^n$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = \left[\frac{p}{4}\right]$

$$\begin{cases} \frac{12x+11}{4x+4} \leq ax+b \\ ax+b \leq -8x^2 - 30x - 17 \end{cases}$$

$f(3) + f(2) + f(2) =$

$f(\frac{x}{y}) < 0$

$f(\frac{1}{4}) = f(4 \cdot \frac{1}{4}) - f(4) =$

$= f(1) - f(4)$

$3 + \frac{1}{x+1}$

$f' = \left((x+1)^{-1} \cdot \frac{1}{4}\right)' = -\frac{1}{2}(x+1)^{-2}$

↓ на о.о.

2 $\quad$ 1 $\quad$ 3 $\quad$ 10

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(1) = f(2) - f(2) = 0$

$f(2) = f(3) = 0$

$f(4) = 2f(2) = 0$

$f(5) = f(7) = 1$

~~$f(6) = f(2) + f(3) =$~~

$f(2^{k_1} 3^{k_2} q) = f(q)$

$f(10) = f(15) = f(5) = 1$

$f(14) = f(21) = f(7) = 1$

$\boxed{1;2;3;4;8;9;12;16;18;24}$ 0

$\boxed{5;10;15;20}$ 1

$\boxed{25}$ 2

$\boxed{7;14;21}$ 1

11 22 2

~~$f(11) = 2$; $f(13) = 3$~~

~~$f(17) = 4$; $f(19) = 4$~~

~~$f(23) =$~~

$\boxed{13}$ 3

$\boxed{19}$ 4

$\boxed{17}$ 4

$\dfrac{12\cdot(-\frac{11}{4})+11}{4\cdot(-\frac{11}{4})+3} = \dfrac{-22}{-8} = \dfrac{11}{4}$ $\quad (-\frac{11}{4}; \frac{11}{4})$

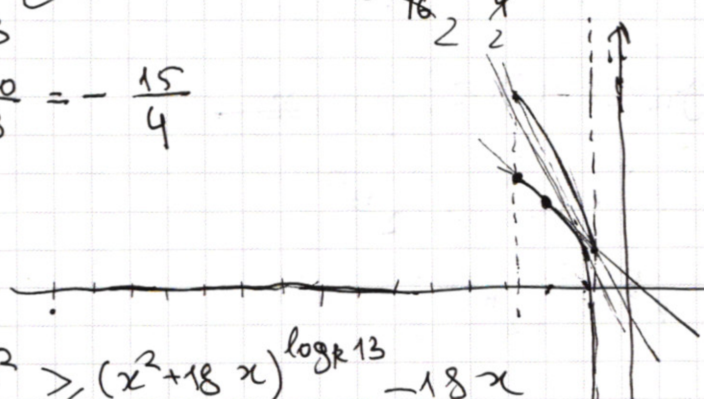
~~$-8x^2-30x-17$~~ $-8\cdot\frac{121}{16} - \frac{11}{4}\cdot(-30) - 17 = \frac{-121+15\cdot 11}{2} - 17 = 22 - 17 = 5$

~~$\frac{12\cdot(-\frac{3}{4})+11}{4\cdot(-\frac{3}{4})+3}$~~ $-8\cdot\frac{9}{16} - \frac{3}{4}\cdot(-30) - 17 = \frac{45-9}{2} - 17 = 1$

$x_в = +\frac{30}{-8} = -\frac{15}{4}$

$f'\left(\frac{12x+11}{4x+3}\right) =$

$= \left(3 + \frac{2}{4x+3}\right)' = -2\cdot\frac{1}{(4x+3)^2}$



$5^{\log_{12}(x^2+18x)} + x^2 \geq (x^2+18x)^{\log_{12}13} - 18x$

$f(x) = f'(x_0)\cdot x$

$y = y'x + b$

$12^{x^2} \cdot 12^{(x^2+18x)^5} \geq 12^{13^{(x^2+18x)}} : 12^{18x}$

$5^{\log_{12}(x^2+18x)}$

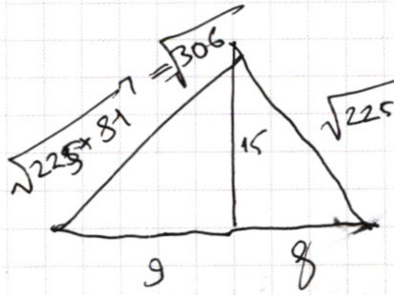
$x^2 + 18x + (x^2+18x)^5 \geq 13^{x^2+18x}$

$5 + 12 = 17$ $\quad x^2+18x$

$x^2 + (x^2+18x)^5 + 13^{x^2+18x}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

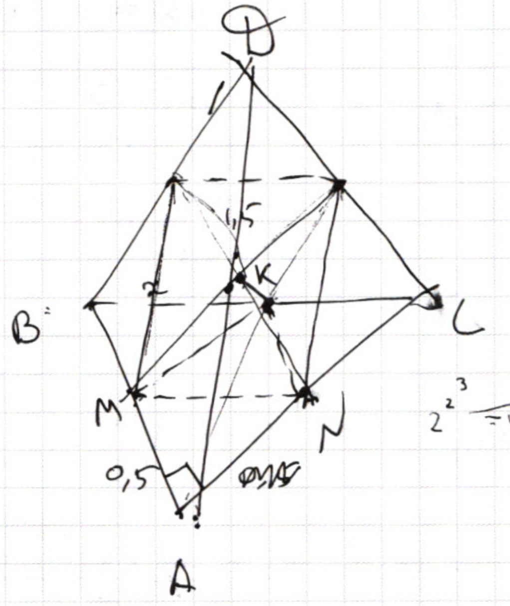


$17^2=2$

$306+289-2\cdot\sqrt{306}\cdot\sqrt{289}\cdot\cos\alpha=289$

$\cos\alpha=\frac{\sqrt{306}}{2\sqrt{289}}=\frac{3\sqrt{34}}{34}$ $\qquad \sin\alpha=\sqrt{1-\frac{9}{34}}=\sqrt{\frac{25}{34}}=\frac{5}{\sqrt{34}}$

$\alpha=\arccos\left(\frac{3}{\sqrt{34}}\right)=\angle AFE$ $\qquad EA=2R\cdot\sin\alpha$



AMNK – кв.

$12x+12$

$2^{2^3}=4^3 \qquad 2^{3^2}=8^2$

$5^{\log_{12}n}+5\geq n^{\log_{12}13}$

$(x^2+18x)^5\cdot 12^{x^2+18x}\geq 12^{13^{(x^2+18x)}}$

~~$5\log_{12}(x^2+18x)\geq x$~~

$n^5\cdot 12^n\geq 12^{13^n}$

$n^5\geq 12^{n^{12}}$

~~$\log_n n^5\geq \log n^{12}\log_n$~~

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)