МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 9 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 1200 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy - 2x - y + 2}, \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 3 : 5$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 45^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{29}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 1$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leqslant ax + b \leqslant x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 21$, $1 \leqslant y \leqslant 21$ и $f(x/y) < 0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Пусть коэффициент геом прогрессии $- z$

$\Rightarrow a = a \quad b = az \quad c = az^2$

$\Rightarrow ax^2 + 2azx + az^2 = 0 \qquad D = 4a^2z^2 - 4a \cdot az^2 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{-2az}{2a} = -z$ и при этом $x = az^3$

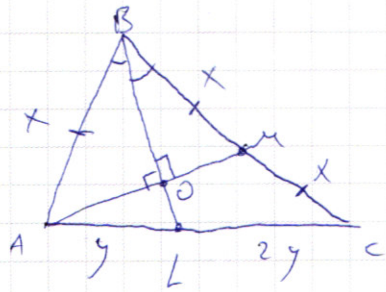
ТК 4 член последовательности

$\Rightarrow -z = az^3 \Rightarrow az^2 = -1$

az^2 это и есть 3 член последовательности

Ответ: -1

№2



AM медиана BL - бис.

по усл $AM \perp BL$

$\Rightarrow AB = BM$ (ТК $\triangle ABO = \triangle BOM$

по стороне и двум прилеж углам).

- Пусть $AB = x \Rightarrow BC = 2x$
- $AL = y \quad LC = z$
- ТК BL биссектриса верно такое соотношение

$\frac{AB}{AL} = \frac{BC}{LC} \Rightarrow z = 2y$

- тогда $P = AB + BC + LC + LA = x + 2x + 2y + y = 3(x+y)$

$P = 1200 \Rightarrow (x+y) = 400$ тк x и $y \in \mathbb{N}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

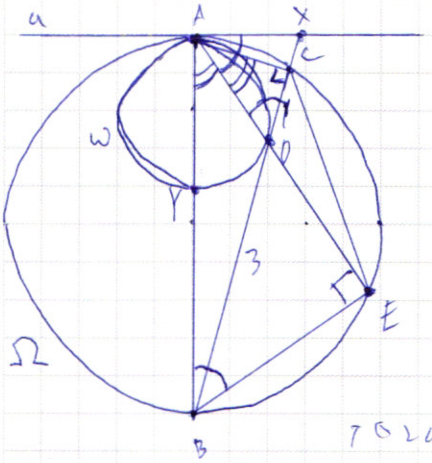
все пары таких чисел будут выглядеть как n и $400-n$

ie	1	399
	2	398
	⋮	⋮
	200	200
	⋮	⋮
	399	1

не будет совпадение сторон тк даже если две стороны совпадут третья такой же не будет.

Ответ: 399

№5



· проведем общую касательную прямую a

· $a \cap BC = X$

тк · $AX = XD$ тк это отрезки касательных проведенных из одной точки к ω $\Rightarrow \angle AXD = \angle XDA$

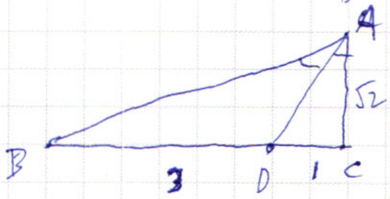
· $\angle XAD = \angle ABE$ тк $\angle XAD$ — угол между хордой и касательной а $\angle ABE$ — опирается на эту хорду

· $\angle ACD = 90^\circ$ тк опирается на диаметр

· $\angle AEB = 90^\circ$ тк —//—

$\Rightarrow \angle CAD = \angle EAB$

·



· тк AD — бис. то $\frac{BA}{BD} = \frac{AC}{DC}$

$\Rightarrow BA = 3AC$

пусть ~~BA~~ $AC = x$ $\Rightarrow BA = 3x$

$\Rightarrow 9x^2 = x^2 + 16$ по т. Пифагора.

$x^2 = 2$ $x = \sqrt{2}$ $\Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$

AB — диаметр большой окр $\Rightarrow R_\Omega = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 продолжение

Посчитаем степень точки B относительно ω => $BD^2 = BA \cdot BK$

$BA = 3\sqrt{2}$ $BK = BA - 2R_\omega$ - следует из картинки

=> $9 = 3\sqrt{2}(3\sqrt{2} - 2R_\omega)$ => $R_\omega = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

~~Ответ~~ • из $\triangle ACD$ следует, что $AD = \sqrt{3}$

~~тк~~ • $AD \cdot DE = BD \cdot DC$ тк хорды пересекаются в окружности.

=> $\sqrt{3} \cdot DE = 3$ => $DE = \sqrt{3}$

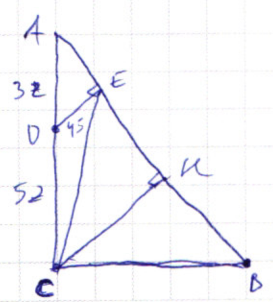
• Площадь четырехугольника можно высчитать как $\frac{d_1 d_2 \sin\varphi}{2} = S$ где d_1 и d_2 диагонали $\sin\varphi$ - угол между ними

• $\varphi = \angle ADC$ $\sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ из $\triangle ADC$

=> $\frac{BC \cdot AE \cdot \sin\varphi}{2} = S$ $\frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = S$ $S = 4\sqrt{2}$

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; $\frac{3\sqrt{2}}{4}$; $4\sqrt{2}$

№4



• Проведем CK - высоты в $\triangle CAB$

$\triangle ADE \sim \triangle ACK$ (подобен) => • Пусть $DE = x$

$\frac{3z}{x} = \frac{8z}{CK}$ $CK = \frac{8x}{3}$ • (мы можем взять AD за z тк других размеров у нас нет)

• $\angle DEB = 90$ по усл. $\angle CED = 45°$

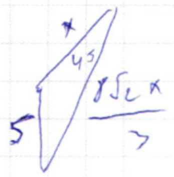
$\Rightarrow \angle CEB = 45°$

• $\angle DEC = \angle ECK = 45°$ т.к. накрест лежащие.

• $\Rightarrow \triangle CEK$ равнобедренный

$\Rightarrow CE = CK \cdot \sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2} \cdot x}{3}$ (по т. Пифагора)

• по теореме косинусов для $\triangle DEC$

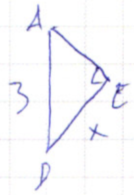


$$25 = x^2 + \frac{128}{9}x^2 - \frac{2 \cdot 8 \cdot \sqrt{2}\, x^2}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$25 = x^2\left(\frac{128}{9} + 1 - \frac{16}{3}\right) = x^2\left(\frac{89}{9}\right)$$

$x = \frac{15}{\sqrt{89}}$

•



$\operatorname{tg} ADE = \frac{x}{\sqrt{9 - x^2}} =$ (по т. Пифагора и по опр. тангенса)

$\operatorname{tg} = \frac{15}{\sqrt{89\left(9 - \frac{225}{89}\right)}} = \frac{15}{24}$ $\boxed{\operatorname{tg} ADE = \frac{15}{24}}$

• $AC = \sqrt{29}$ делаем те же самые рассуждения чтобы найти x

$\cancel{25 = x^2}$: $\frac{25 \cdot 29}{64} = \left(\frac{8}{3}\sqrt{2}\right)^2 x^2 + x^2 - \frac{2x^2 \cdot 8\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

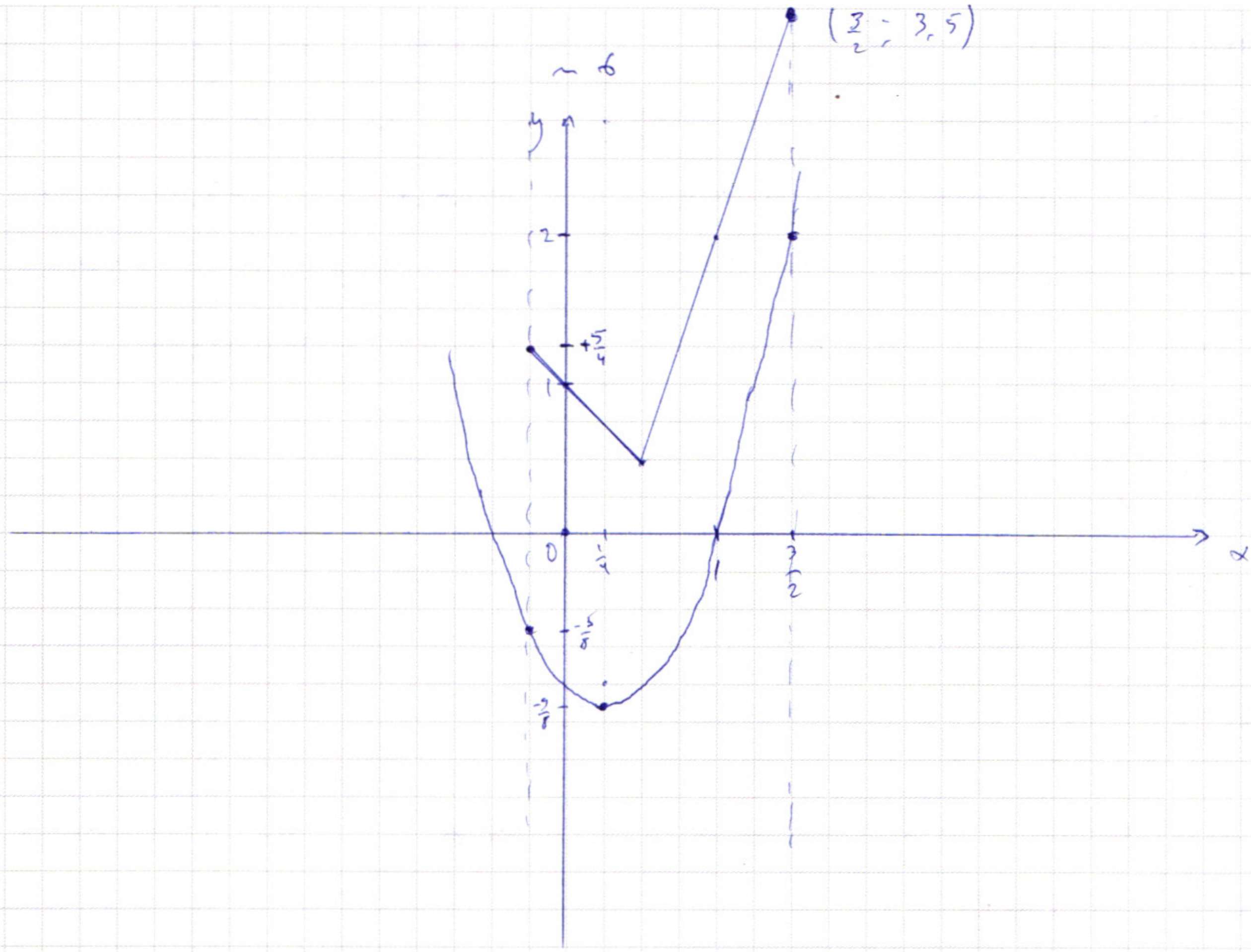
$\frac{25 \cdot 29}{64} = x^2\left(\frac{89}{9}\right) \Rightarrow x^2 = \frac{25 \cdot 29 \cdot 9}{89 \cdot 64}$

• $S_{DEC} = \frac{x}{2} \cdot \left(\frac{x 8\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \sin 45 = \frac{25 \cdot 29 \cdot 9}{89 \cdot 64 \cdot 2} \cdot \frac{8}{3} = \frac{25 \cdot 29 \cdot 3}{89 \cdot 8 \cdot 2} =$

$= \frac{2175}{712 \cdot 2} = \frac{2175}{1424}$

Ответ: $\frac{15}{24}$; $\frac{2175}{712}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



• $f(x) = 2x^2 - x - 1$ $\quad x_{верш} = \frac{1}{4}$ $\quad y_в = f(\frac{1}{4}) = -\frac{9}{8}$

$f(-\frac{1}{4}) = -\frac{5}{8}$ $\quad f(1,5) = 2$

• $g(x) = x + |2x-1|$ $\quad x < \frac{1}{2}$ $\quad g(x) = 1 - x$

$x \geq \frac{1}{2}$ $\quad g(x) = 3x - 1$.

$\varphi(x) = ax + b$ $\quad \varphi(-\frac{1}{4}) \geq f(-\frac{1}{4})$ условие

$\Rightarrow$ $\varphi(x)$ через секущ $x = -\frac{1}{4}$ выше чем в той же точке $g(x)$ и f (1 условие

• чтобы $\psi(\frac{1}{2}) \le y(\frac{1}{2})$ надо чтобы $\psi(x)$ пересекала $x=\frac{1}{2}$ ниже или в том же точке. (2 условие).

• если мы возьмем для нашей прямой точки $(-\frac{1}{4}; -\frac{5}{8})$ и $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ мы получим max угол наклона прямой, тк если он будет больше условие 1 или 2 нарушиться.

$$\begin{cases} -\frac{a}{4}+b=-\frac{5}{8} \\ \frac{a}{2}+b=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{4}a=\frac{9}{8} \quad a=\frac{3}{2} \Rightarrow b=-\frac{1}{4}$$

$\Rightarrow \psi(x)=\frac{3x}{2}-\frac{1}{4}$

• посмотрим в какой точке ψ пересекает $x=1{,}5$

$\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}-\frac{1}{4}=2 \quad \Rightarrow \psi(1{,}5)=2$

$\Rightarrow$ единственная пара $(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4})$ тк угол наклона этой прямой максимален в выбранном случае. и в нем мы попадаем в $F(x)$ в точке 1,5

Ответ: $(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4})$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$f(ab) = f(a) + f(b)$ $\quad f(p) = \left[\frac{p}{2}\right]$

найдем значение f в каждой точке от 1 до 21 (в натур. точке).

$f(2\cdot 1) = f(2) + f(1) \Rightarrow f(1) = 0$ таким образом мы будем раскладывать каждое число

$f(2) = 1 = \left[\frac{2}{2}\right]$ | $f(3) = 1 = \left[\frac{3}{2}\right]$ | $f(4) = f(2) + f(2) = 2$ |
$f(5) = \left[\frac{5}{2}\right] = 2$ | $f(6) = f(2) + f(3) = 2$ | $f(7) = \left[\frac{7}{2}\right] = 3$ |
$f(8) = f(4) + f(2) = 3$ | $f(9) = 2f(3) = 2$ | $f(10) = f(2) + f(5) = 3$ | $f(11) = \left[\frac{11}{2}\right] = 5$ | $f(12) = f(6) + f(2) = 3$ |
$f(13) = \left[\frac{13}{2}\right] = 6$ | $f(14) = f(7) + f(2) = 4$ | $f(15) = f(3) + f(5) = 3$ | $f(16) = f(4) + f(4) = 4$ | $f(17) = \left[\frac{17}{2}\right] = 8$ |
$f(18) = f(9) + f(2) = 3$ | $f(19) = \left[\frac{19}{2}\right] = 9$ | $f(20) = f(2) + f(10) = 4$ | $f(21) = f(3) + f(7) = 4$ |

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$ сделаем так и посмотрим чему равняется знач $\frac{1}{y}$

$f\left(\frac{2}{2}\right) = f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ $\quad f\left(\frac{1}{2}\right) = -f(2) \quad \Rightarrow f\left(\frac{1}{i}\right) = -f(i)$ тк $f(1) = 0$

$\Rightarrow$ когда $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$ нужно когда $\left|f\left(\frac{1}{y}\right)\right| > f(x)$

начнем подставлять вместо x знач по порядку и будем смотреть сколько чисел дают рез больше $(f(i) > f(x))$

$x=1$	-20	$x=12$	8
$x=2$	-18	$x=13$	2
$x=3$	18	$x=14$	4
$x=4$	14	$x=15$	8
$x=5$	14	$x=16$	4
$x=6$	14	$x=17$	1
$x=7$	8	$x=18$	8
$x=8$	8	$x=19$	0
$x=9$	18	$x=20$	4
$x=10$	8	$x=21$	4
$x=11$	3		

↑ сколько чисел получают значение больше

$\Rightarrow$ столько же чисел $\left(f\left(\frac{1}{y}\right)\right)$ будут получать значение больше

$\Rightarrow$ чтобы нам найти кол. пар нужно сложить все числа правого столбца.

$N = 20 + 2\cdot 18 + 4\cdot 14 + 6\cdot 8 + 4\cdot 4 + 3 + 2 + 1 = 182$

Ответ: 182

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a \quad ax \quad ax^2 \mid ax^3$

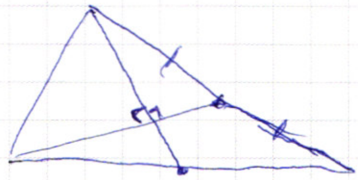
$4a^2x^2 - 4a^2x^2 = 4a^2x^2(1-x)$

$\cancel{2a}\ ax \quad \frac{-ax}{2a} = \frac{-x}{2} = ax^3$

~ 1

$-\frac{1}{2}$

~2



$y \quad 2y$

$1200 = 3x + 3y = 3(x+y)$

$400 = (x+y)$

1	399
2	398
⋮	
200	200

$\boxed{200}$ ~2

$\frac{x}{y} = \frac{2x}{z}$

$z = 2y$

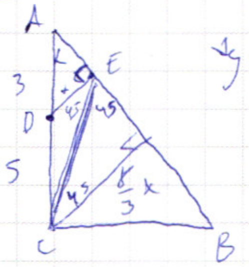
$\sim>$

$y - 2x = \sqrt{x(y-2)-(y-2)}$

$(y-2x) = \sqrt{(y-2)(x-1)} \quad (1)$

$2(x-1)^2 + y^2 - 4y + 1 = 0$

$2(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3$



$tg\,\alpha = \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} = \frac{15}{\sqrt{89\left(9-\frac{225}{89}\right)}} =$

$= \frac{15}{\sqrt{576}} = \boxed{\frac{15}{24}}$ ~ 5a

$\frac{3}{x} = \frac{8}{y} \quad y = \frac{8}{3}x$

$\left(\frac{8\sqrt{2}}{3}x\right)^2 + x^2 - \frac{2x^2 \cdot 8\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 25$

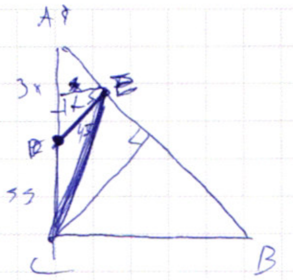
$x^2\left(\left(\frac{8\sqrt{2}}{3}\right)^2 + 1 - \frac{16}{3}\right) = 25 \qquad x^2\left(\frac{128+9-48}{9}\right) = 25$

720

$x^2 = \frac{25 \cdot 3}{8\sqrt{2} - 13}$

$x^2 = \frac{15}{\sqrt{89}}$

$\times\begin{array}{r}89 \\ 9 \\ \hline 801 \\ -225\end{array} \quad 576 \quad \times\begin{array}{r}24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576\end{array} \quad \times\begin{array}{r}75 \\ 29 \\ \hline 675 \\ 150 \\ \hline 2175\end{array}$



$AC = \sqrt{29}$

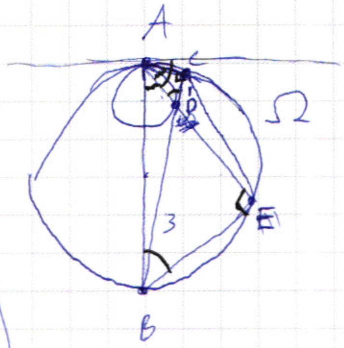
$\Rightarrow \quad AD = \frac{3\sqrt{29}}{8} \qquad DC = \frac{5\sqrt{29}}{8}$

$\left(\frac{5\sqrt{29}}{8}\right)^2 = \left(\frac{8}{3}\sqrt{2}\right)^2 x^2 + x^2 - 2x^2\,\frac{8\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x^2\left(\frac{128}{9} + 1 - \frac{16}{3}\right) = \left(\frac{5\sqrt{29}}{8}\right)^2$

$x = \frac{25\cdot 29}{64\left(\frac{89}{9}\right)} = \frac{25\cdot 29\cdot 9}{64\cdot 89}$

$\left(\frac{25\cdot 29\cdot 9}{64\cdot 89}\right)\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\cdot 29\cdot 9}{64\cdot 89\cdot 2}$



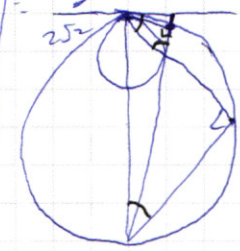
$2R\cdot(2R - 2r) = 9^2$

$4R(R - r) = 9^2$

$\frac{3}{\sqrt{2}}$

$AD\cdot DE = 3$

$ctg\,\alpha = 4\cdot ctg\,2\alpha \qquad 3\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$



$\cancel{ctg\,\alpha = \frac{8\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha}} \qquad \cancel{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{2(\cos 2\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}$

$\cos^2\alpha = 4\cos^2\alpha - 1 \qquad \frac{3}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} - 2R_\omega$

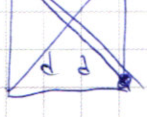
$\frac{1}{3} = \cos^2\alpha \qquad \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad R_\omega = \frac{3\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}}{2}$

$y - 2x = \sqrt{(y-2)(x-1)}$

$a = \sqrt{b}\,c$

$2x^2 - x - 1 \qquad \frac{1}{8} - \frac{1}{4}\,\frac{3}{3} - 1 = -\frac{9}{8}$

$d = a\sqrt{2}$



a

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 \;\big|\; y - 2x$

$2x^2 - yx \quad \cancel{- 4x - 4y + 3} \;\big|\; -x + y + 2$

$y^2 - yx - 4x - 4y + 3$

$y^2 - 2xy$

$xy - 4x - 4y + 3$

$2y - 4x$

$xy - 6y + 3$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y-2x=\sqrt{(y-2)(x-1)}$ $\qquad y-2x=\sqrt{}$

$(y-2x)(y-x+2)=y^2-3y\cancel{x}+2y+2x^2-4x$

$y^2-4y+3-4x+2x^2=0$

$16-12+16x-8x^2\geq 0$

$1+4x-8x^2\geq 0$ $\qquad -8x^2+4x+1\geq 0$

$y^2-4xy+4x^2=xy-2x-y+2$ $\qquad 16+32=48$

$y^2+y(1-4x)+4x^2+2x-2=0$ $\qquad \frac{+4-\sqrt{48}}{16}$ $\qquad \frac{+4+\sqrt{48}}{16}$

$1+16x^2-8x-16x^2-8x+8\geq 0$ $\qquad x\in\left[\frac{1-\sqrt{12}}{4};\ \frac{1+\sqrt{12}}{4}\right]$

$-16x\geq -9$

$x\leq \frac{9}{16}$

$$\begin{cases} y^2-5xy+4x^2+2x+y-2=0 \\ 2x^2+y^2-4x-4y+3=0 \end{cases}$$

$f(1)=0$

$f(xy)=f(x)+f(y)$

$f\left(\frac{x}{y}\right.$

$f(2)=2$

$f(3)=3$

$f(4)=4$

$f(5)=5$

$f(6)=5$

$f(7)=7$

$f(8)=8$

$f(9)=9$

$f(10)=7$

$f(11)=11$

$f(12)=7$

$f(13)=13$

$f(14)=9$

$f(15)=8$

$f(16)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$f(1) = 0$

$f(2)=1$	$f(9)=2$	$f(18)=3$
$f(3)=1$	$f(10)=3$	$f(19)=9$
$f(4)=2$	$f(11)=5$	$f(20)=4$
$f(5)=2$	$f(12)=3$	$f(21)=4$
$f(6)=2$	$f(13)=6$	
$f(7)=3$	$f(14)=4$	
$f(8)=3$	$f(15)=3$	
	$f(16)=4$	
	$f(17)=8$	

$f(\frac{1}{2}) = -1$

$f(\frac{1}{3}) = -1$

$f(4) = -2$

$x=1$	20	$x=12$	8
$x=2$	19	$x=13$	2
$x=3$	19	$x=14$	4
$x=4$	14	$x=15$	8
$x=5$	14	$x=16$	4
$x=6$	14	$x=17$	1
$x=7$	8	$x=18$	4
$x=8$	8	$x=19$	0
$x=9$	14	$x=20$	4
$x=10$	8	$x=21$	4
$x=4$	3		

30

$20+36 + 56 + 48 + 16 + 3 + 2 + 1$

70

$90 + 36 + 56 = 90 + 92 = 182$

$$\begin{cases} \frac{1}{8} + \frac{1+a}{4} - 1 - b \le 0 \\ 4{,}5 - \frac{3(1+a)}{2} - 1 - b \le 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \le \frac{8b+5}{2} \\ a \ge \frac{4-2b}{3} \end{cases}$$

$f = 2x^2 - 3(1+a)x - 1 - b \le 0$

$(1+a)^2 + 4 + 4b > 0$

$1 + 2 + 2a - 8 - 8b$

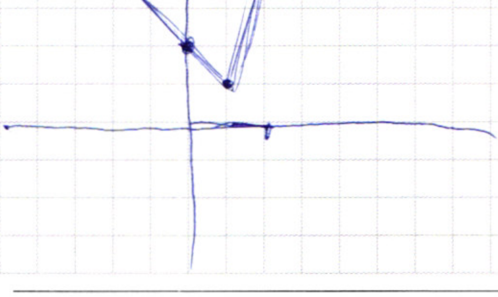
$f(-\frac{1}{4}) \le 0$ $\quad f(\frac{3}{2}) \le 0$

$7 - 3 - 3a - 2b \le 0$

$2x^2 - x - 1$

$4 \ge \frac{8b+5}{2} \ge \frac{4-2b}{3}$

$b \quad \frac{1}{4}$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\cancel{y-2x} = \quad y^2 -$

$f(1,1) = 1$

$g(1,1) = -2$

$(y-2x)^2 = xy - 2x - y + 2$

$(y-2x)^2 - 2x^2 - 4x - 4y + 3$

$(y-2x)^2 - 2(x-1)^2 - 4y \overset{-6x}{\cancel{+5}}$

$(y-2x)^2 - 2(x-1)^2 - 2$

$(y-2x)^2 - xy + 2x + y - 2 = f(x,y)$

$2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = g(x,y)$

$(y-2x)^2 = (x-1)(y-2)$

$(y-2x)^2 + 4xy - 2x^2 - 4x - 4y + 3 = 0$

$2x^2 + 4x + 4y - 4xy + 3 = 0$

$\cancel{2x(\ldots x - 2y)}$

$2x(x-2) + y($

$(y-2x)^2$

$$\begin{cases} y^2 - 4xy + 4x^2 = xy - 2x - y + 2 \\ 2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$-2x^2 + 4xy - 4x - 4y + 3 = -xy + 2x + y - 2$

$2x^2 - 5xy + 6x + 5y - 5 = 0$

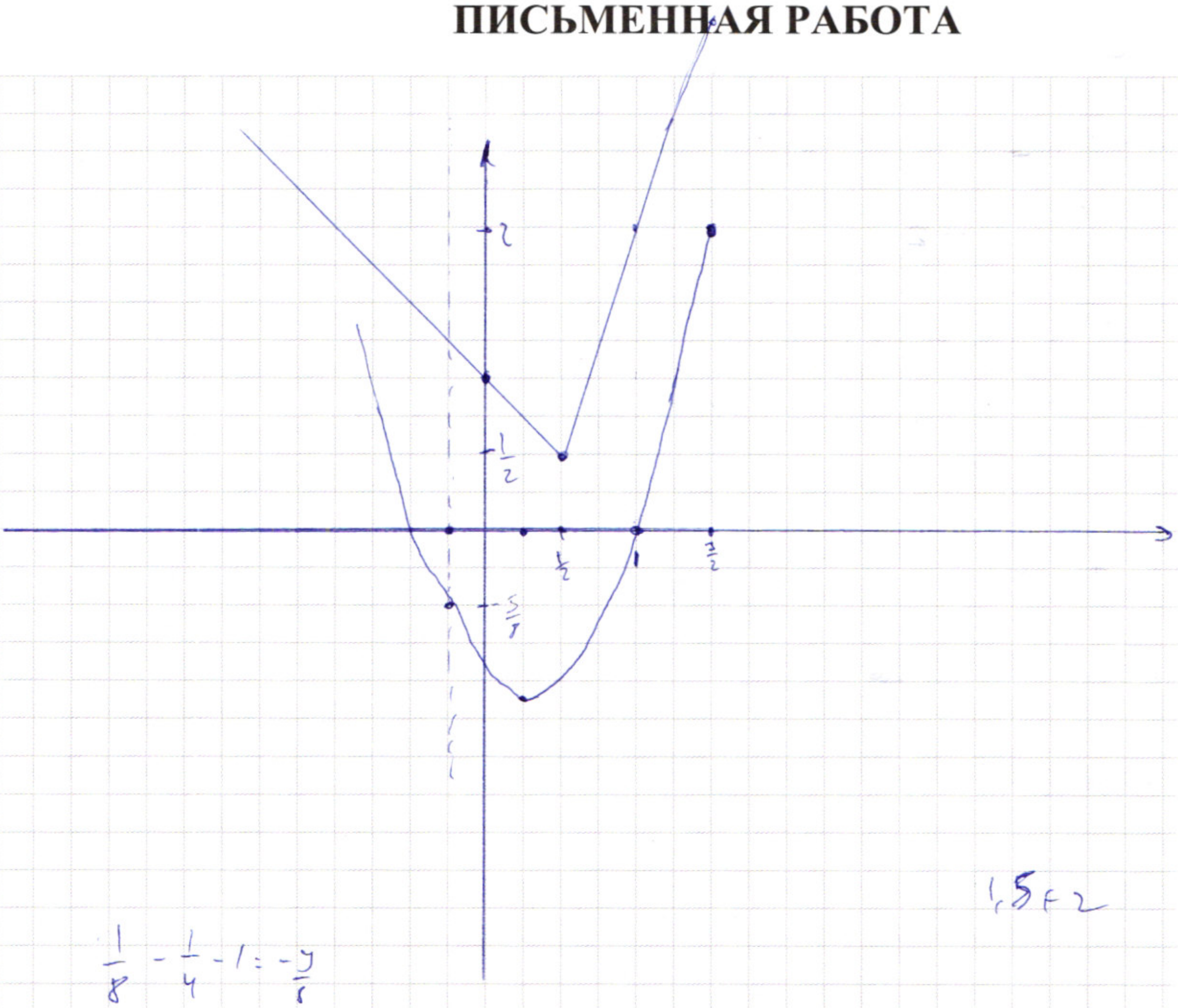
$2x^2 + (6-5y)x + 5y - 5 = 0$

$36 + 60y + 25y^2 - 20y + 20$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1,5 + 2

$\frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{9}{8}$

~~1,25~~ 4,3 - 1,5 - 1 ·

$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 1 = \frac{5}{8}$

1,5x - 0,25 = 9

1,5

$$\begin{cases} -\frac{a}{4} + b = -\frac{5}{8} \\ \frac{a}{2} + b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\frac{3}{4} a = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{2}$

a = 1,5

~~0,75~~

b = -0,25

$-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$