

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

- 1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.
- 2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
- 3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

- 4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC , если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.
- б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED .
- ← 5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω , а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D . Луч AD повторно пересекает Ω в точке E . Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2, BD = 3$.
- 6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leq ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$$

выполнено для всех x на промежутке $[-\frac{1}{2}; 1]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leq x \leq 22, 2 \leq y \leq 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Пусть $a = n$
 $b = nm$
 $c = nm^2$

Тогда $ax^2 - 2bx + c = 0$
 \Downarrow
 $nx^2 - 2nm x + nm^2 = 0$
 $n(x-m)^2 = 0$

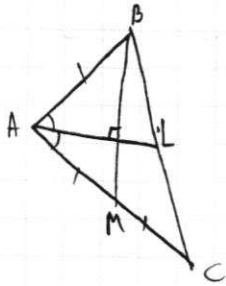
значит корни это $x = m$, но если $d = nm^3$ и $d = m$, то

$nm^2 = 1$ значит третий член $c = 1$

Итого! 1.

2. Докажем, что биссектриса перпендикулярна медиане тогда и только тогда, когда одно из сторон треугольника равно больше другой.

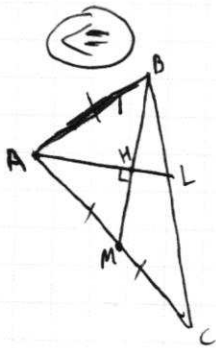
(\Rightarrow) Если биссектриса перпендикулярна медиане ($AL \perp BM$), то треугольник



$\triangle ABM$ - равнобедренный верш. B или совпадает биссектриса и медиана.

значит $AB = AM$, а $AM = MC$, т.к. BM - медиана.

значит $AB = AC$ ч.т.д.



Если в треугольнике $\triangle ABC$ $AB = AC$, то медиана из B образует равнобедренный треугольник $\triangle ABM$. Если опустить в нем высоту AH на MB , то она совпадает с биссектрисой. Но эта биссектриса так-же и углобиссектриса угла $\angle CAB$ значит биссектриса $AL \perp BM$ медиане ч.т.д.

Таким образом пусть одна из сторон треугольника x , а вторая $2x$ и $3-x$ y .

Должны быть выполнены неравенства треугольника т.е.

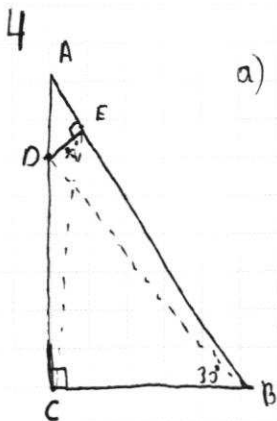
$$\begin{cases} x < 2x + y \\ 2x < x + y \\ y < x + 2x \end{cases}$$

Значит $x < y < 3x$ (В случае с вырожденными треугольниками x стороне прибавится 2, т.к. y может быть равно x и $3x$, тогда $x < 2x$ и 150 соответственно).

Значит $x + y + 2x = 900 \Rightarrow 150 < x < 225$, а y соответственно возрастает от x .

Тогда есть 74 возможных значений x в этом промежутке.

Ответ: 74 (75 если считать вырожденные треугольники)



а) В $\triangle DCBE$ $\angle DCB + \angle BED = 180^\circ$ (оба 90°) значит $\triangle DCBE$ - впис.

Тогда $\angle DEC = \angle DCB$ как опирающиеся на одну дугу.

Тогда $\triangle DCB$ - прямоугольный и $\angle CBD = 30^\circ \Rightarrow CD = \frac{1}{2} DB$

Пусть $AC = 4x$, тогда $AD = x$, $DC = 3x$

$DB = 6x \Rightarrow$ по тл. Пифагора $CB = 3\sqrt{3}x$

Тогда $\tan \angle CAB = \frac{CB}{AC} = \frac{3\sqrt{3}x}{4x} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

б) Найдем AB по т. Пифагора $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{4^2x^2 + (3\sqrt{3})^2x^2} = \sqrt{43}x$

Тогда $\sin \angle CAB = \frac{CB}{AB} = \frac{3\sqrt{3}x}{\sqrt{43}x}$

$DE = AD \cdot \sin \angle CAB = x \cdot \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}}$

$EA = AD \cdot \cos \angle CAB = \frac{AC}{AB} \cdot AD = \frac{4x}{\sqrt{43}x} \cdot x = \frac{4x}{\sqrt{43}}$

$S_{CED} = S_{CAE} - S_{DEA}$

$S_{DEA} = \frac{DE \cdot EA}{2} = \frac{x^2 \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{43}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{43} x^2$

$S_{CAE} = S_{ABC} \cdot \frac{AE}{AB}$ т.к. высота из C общая для подсчета площадей $\triangle ABC$ и $\triangle CAE$.

$S_{ABC} = \frac{AC \cdot CB}{2} = \frac{4x \cdot 3\sqrt{3}x}{2} = 6\sqrt{3}x^2$

$S_{CAE} = 6\sqrt{3}x^2 \cdot \frac{4x}{\sqrt{43}x} = \frac{24\sqrt{3}x^2}{\sqrt{43}}$

$S_{DEC} = S_{CAE} - S_{DEA} = \frac{24\sqrt{3}x^2}{\sqrt{43}} - \frac{6\sqrt{3}}{43}x^2 = \frac{18\sqrt{3}x^2}{43}$

$= \frac{18 \cdot \sqrt{3}}{16 \cdot 43} = \frac{63}{384} \sqrt{3}$ Ответ: $\frac{63}{384} \sqrt{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3

$$x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}$$

!!! $x - 6y > 0$ + Корень должен быть > 0 .

$$x^2 - 13yx + 36y^2 + 6y + x - 6 = 0$$

$$x^2 + x(1 - 13y) + 36y^2 + 6y - 6 = 0$$

$$x = \frac{13y - 1 \pm \sqrt{(1 - 13y)^2 - 4(36y^2 + 6y - 6)}}{2} \Rightarrow \frac{13y - 1 \pm \sqrt{25(y - 1)^2}}{2}$$

$$x = 9y - 3$$

$$x = 4y + 2$$

1° $x = 9y - 3$

$$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$$

$$81y^2 - 54y + 9 + 2y^2 - 108y + 36 - 4y + 20 = 0$$

$$83y^2 - 158y + 65 = 0$$

$$y = \frac{158 \pm \sqrt{158^2 - 4 \cdot 83 \cdot 65}}{83 \cdot 2} = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{200 \cdot 65}{83}} = 1 \pm \sqrt{\frac{18}{83}}$$

Но если $y = 1 - \sqrt{\frac{18}{83}}$, то

$$x = 9 - 9 \cdot \sqrt{\frac{18}{83}} - 3 = 6 - 9 \sqrt{\frac{18}{83}}$$

$$\text{и } x - 6y = 6 - 9 \sqrt{\frac{18}{83}} - 6 + 6 \sqrt{\frac{18}{83}} = -3 \sqrt{\frac{18}{83}} < 0$$

2°

$$x = 4y + 2$$

$$16y^2 + 16y + 4 + 2y^2 - 48y - 24 - 4y + 20 = 0$$

$$18y^2 - 35y = 0$$

$$\begin{array}{l} y = 0 \quad y = 2 \\ \Downarrow \quad \Downarrow \\ x = 2 \quad x = 10 \end{array}$$

Ответ: $\{(2; 0); (10; 2); (6 + 9\sqrt{\frac{18}{83}}; 1 + \sqrt{\frac{18}{83}})\}$

6 Построить графики $8x - 5/|2x - 1| \leq$ на $[-\frac{1}{2}; 1]$

1° на $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$

$$|2x - 1| \leq 0 \Rightarrow 8x - 5/|2x - 1| = 8x - 5 + 12x = 20x - 5$$

2° на $[\frac{1}{2}; 1]$

$$(2x - 1) \geq 0 \Rightarrow 8x - 5/|2x - 1| = 8x - 5 - 12x =$$

$$= 5 - 4x$$

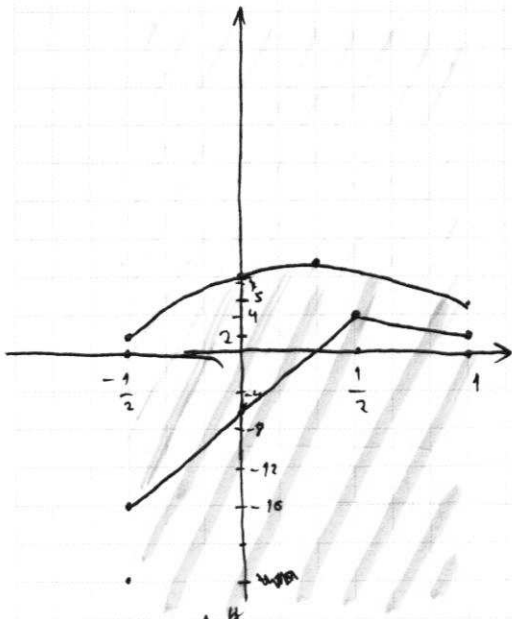


График $\leq -8x^2 + 6x + 7$ (ниже графика $-8x^2 + 6x + 7$)

Его корни $\frac{-6 \pm \sqrt{260}}{-16}$ не лежат в $[-\frac{1}{2}; 1]$

Значит это просто кусок параболы с вершиной в $\frac{1}{3}$

График $ax + b$ прямая.

Заметим что отс. прямая проходит между

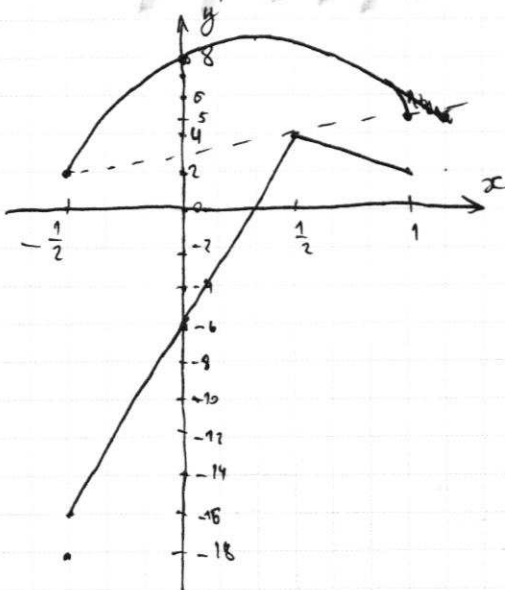
точками $(-\frac{1}{2}; 2)$, $(\frac{1}{2}; 4)$ и $(1; 5)$, иначе

она пересечёт один из графиков и пер-во не выполняется

для какого-то x . (Ее начало в $x=1$ приводит в точку не ниже чем 2 в $x=-\frac{1}{2}$ и в $x=\frac{1}{2}$ - за $x=\frac{1}{2}$, $y=4$)

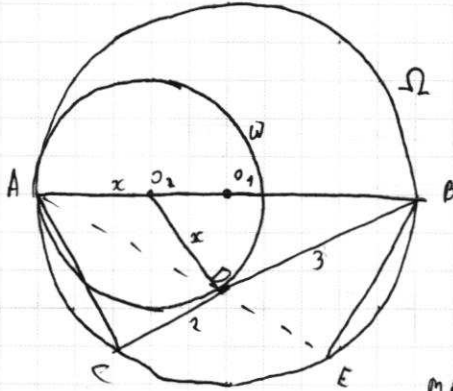
Тогда наша прямая это $2x + 3$

Ответ: $a=2$; $b=3$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5



Пусть O_1 - центр Ω O_2 - центр ω

Тогда $O_2D \perp CB$, т.к. это касательная к ω

и $\angle ACB = 90^\circ$, т.к. опирается на диаметр Ω

АВ. Значит $\triangle ACB \sim \triangle O_2DB$ с коэф $\frac{3}{5}$

т.к. $\frac{BD}{DC} = \frac{3}{5}$ значит $\frac{BO_2}{AB_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow AB_2 = \frac{5}{3} BO_2$

Пусть $AO_2 = x$ тогда $O_2D = x$, т.к. O_2D - радиус ω , а $O_2B = AB - O_2A = \frac{3}{2}x$

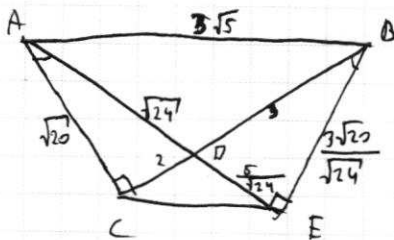
Тогда в $\triangle O_2DB$ $O_2B^2 = O_2D^2 + DB^2$ (по теореме)

$$\frac{9}{4}x^2 = x^2 + 3^2 = 9 = \frac{5}{4}x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

Значит радиус $\omega = \frac{6}{\sqrt{5}}$, радиус же Ω это $\frac{O_2B + AO_2}{2} = \frac{5}{4}x =$
 $= \frac{3\sqrt{5}}{2}$

Найдём площадь ACBE.



Посчитаем по Т. Пифагора все отрезки.

Получим $AC = \sqrt{20}$, $AD = \sqrt{24}$

и $ABCE$ вписанный $\Rightarrow \angle CAE = \angle CBE \Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle DEB$

с коэф $\frac{DB}{AD} = \frac{3}{\sqrt{24}}$ тогда $DE = \frac{6}{\sqrt{24}}$
 $EB = \frac{3\sqrt{20}}{\sqrt{24}}$

CE посчитаем по т. косинусов. $AB^2 = AD^2 + DB^2 - 2 \cos \angle ADB \cdot AD \cdot DB \Rightarrow$

$$\Rightarrow 45 = 24 + 9 - 2 \cos \angle ADB \cdot 3\sqrt{24}$$

$$\Rightarrow 2 = -\cos \angle ADB \sqrt{24}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{24}} = \cos \angle APB$$

$$CE^2 = CD^2 + DE^2 - 2 \cos \angle ADB \cdot CD \cdot DE$$

$$CE = \sqrt{4 + \frac{36}{24} + 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{24}} \cdot 2} = \sqrt{4 + \frac{3}{2} + 2} = \sqrt{\frac{15}{2}}$$

$$S_{ACP} = \frac{AC \cdot CD}{2} = \frac{h \cdot AD}{2} \Rightarrow h = \frac{AC \cdot CD}{AD} = \frac{2\sqrt{20}}{\sqrt{24}}$$

у $\triangle AED$ и $\triangle CDE$ общая высота на AE .

$$S_{CDE} = \frac{h \cdot DE}{2} = \frac{5}{2\sqrt{24}} \cdot \frac{2\sqrt{20}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{20}}{4}$$

$$S_{BOE} = \frac{DE \cdot EB}{2} = \frac{h_1 \cdot DB}{2} \Rightarrow h_1 = \frac{DE \cdot EB}{DB} = \frac{3 \cdot 5}{\sqrt{24}} = \frac{5}{\sqrt{20}}$$

$$S_{ADB} = \frac{h_1 \cdot AD}{2} = \frac{\sqrt{24} \cdot 5}{2\sqrt{20}} = \frac{3\sqrt{24}}{\sqrt{20}}$$

у $\triangle APD$ и $\triangle PEB$ - общая высота на AE

$$S_{DEB} = \frac{DE \cdot EB}{2} = \frac{5 \cdot 3 \cdot \sqrt{20}}{2\sqrt{24} \cdot \sqrt{24}} = \frac{3\sqrt{20}}{8}$$

$$S_{AOC} = \frac{AC \cdot CD}{2} = \sqrt{20}$$

$$S_{ABEC} = S_{ADB} + S_{CDE} + S_{DEB} + S_{APC} = \frac{3\sqrt{24}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{20}}{4} + \frac{3\sqrt{20}}{8} + \sqrt{20} =$$

$$= \frac{24\sqrt{24} + 40 + 60 + 160}{8\sqrt{20}} = \frac{280 + 24\sqrt{24}}{8\sqrt{20}} = \frac{65 + 5\sqrt{24}}{2\sqrt{20}}$$

Ответ: $\frac{5}{\sqrt{5}}$; $\frac{3\sqrt{5}}{2}$; $\frac{65 + 5\sqrt{24}}{2\sqrt{20}}$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

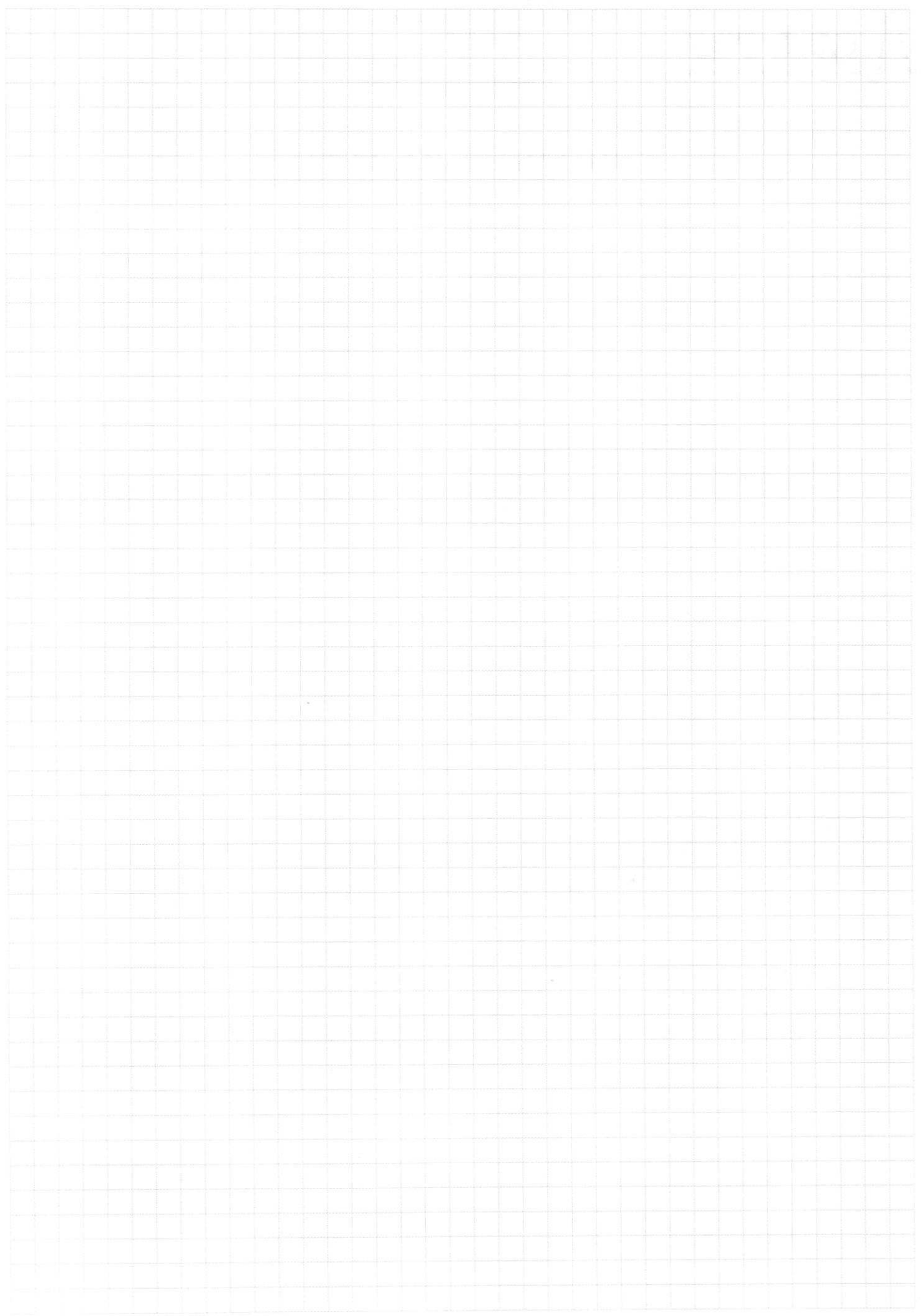
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-2 = 3 + 7$
 $(8x - 6)$
 $\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{36 + 32 \cdot 7}}{18}$
 $\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{36 + 32 \cdot 7}}{18}$
 $8x - 6 \leq 2x - 1$
 $8x - 12x + 6 \leq 2x - 1$
 $8x - 12x + 6 \leq ax + b$
 $20x - 6 \leq ax + b$
 $8x - 12x + 6 \leq ax + b$
 $5 - 4x \leq ax + b$

$x^2 + 2 \cdot 12x - 4 + 20 = 0$
 $x^2 - 12x + 18 = 0$
 $32 \cdot 8 + 4$
 $256 + 4$
 $x < \frac{1}{2}$
 $\frac{-6 \pm \sqrt{260}}{-18} x(x - 12) = -2y^2 + 4y - 20$
 $x^2 + 36y^2 - 12xy = xy - 6y - x - 6$
 $x^2(x - 12y + 1) = -36y^2 - 6y - 6$
 $x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$
 $2(y^2 - 2y + 1) = 2(y - 1)^2$
 $x^2 - 12xy + 36y^2$

$ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$
 $\frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{4}$
 $\frac{x^2 - 12xy + 36y^2 - xy + 6y + x - 6 = 0}{34y^2 - 13xy + 10y + 13x - 26 = 0}$
 $x = \frac{34y^2 + 10y - 26}{13(y - 1)}$
 $x(13y - 13) = 34y^2 + 10y - 26$
 $x = \frac{34y^2 + 10y - 26}{13(y - 1)}$
 $f(x/y) = f(x) + f(\frac{x}{y})$
 $20x - 6 \leq ax + b$
 $5 - 4x \leq ax + b$
 $ax + b \leq -8x^2 + 6x + 7$

$f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$
 $f(2) = 1$
 $f(4) = 2f(2)$
 $f(8) = f(4) + f(2) = 3f(2)$

$f(p) = \lfloor p/2 \rfloor$
 $f(1) = 0$
 $f(2) = 1$
 $f(3) = 1$
 $f(5) = 2$

$$x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}$$

$$x = \frac{34y^2 + 10y - 26}{13(y-1)}$$

$$x^2 + 36y^2 - 13xy + 6y + x - 6 = 0$$

$$x^2 = \frac{(34y^2 + 10y - 26)(34y^2 + 10y - 26)}{169(y-1)^2}$$

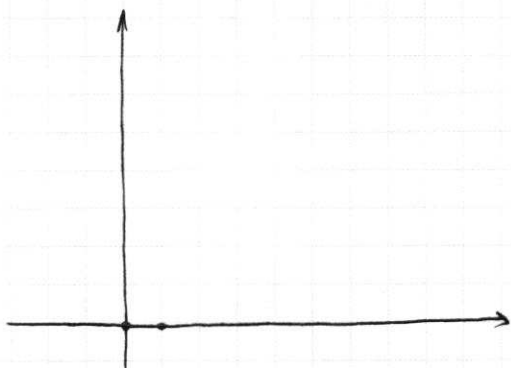
$$1156y^4 + 580y^3 - 1854y^2 - 520y + 576 +$$

$$\frac{34^2 y^4 + 340y^3 - 34 \cdot 26y^2 + 340y^3 + 100y^2 - 260y - 26^2}{169(y-1)^2}$$

$$2y^2 - 4y + 20 = 0$$

$$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$$

$$x^2 - 12x$$



$$x^2 - 12x \leq 18$$

$$x^2 - 12x + 18 \leq 0$$

$$\frac{12 \pm \sqrt{144 - 72}}{2}$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{32}}{2}$$

$$3 \pm \sqrt{8}$$

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{15 - 8(20 + x^2 - 12x)}}{4}$$

$$y^2 + 2y$$

$$20 + x^2 - 12x \leq 2$$

$$x^2 - 12x + 18 \leq 0$$

$$\sqrt{\quad}^2 + 12y\sqrt{\quad} + 36y^2$$

$$1 \pm \sqrt{1 - 10 \pm \frac{x^2}{2} + 6x}$$

$$y = 1 \pm \sqrt{\frac{x^2}{2} + 6x - 9}$$

$$x^2 - 13xy + 36y^2 + 6y + x - 6 = 0$$

$$x^2 + x(1 - 13y) + 36y^2 + 6y - 6 = 0$$

$$x^2 + x(-12) + 2y^2 - 4y + 20 = 0$$

$$y = 1 + \sqrt{6x - \frac{x^2}{2} - 9}$$

$$169y^2 - 26y + 1 - 144y^2 + 24y + 24$$

$$17y - 1 \pm \sqrt{25y^2 - 50y + 25}$$

$$\frac{13y - 1 \pm \sqrt{(13y-1)^2 - 4(36y^2 + 6y - 6)}}{2}$$

$$12 \pm \sqrt{144 - 8y^2 + 16y - 80}$$

$$12 \pm \sqrt{-8y^2 + 16y + 64}$$

$$12 \pm \frac{13y - 1 \pm 5(y-1)}{2}$$

$$x = (9y - 3) \quad x = (4y + 2)$$

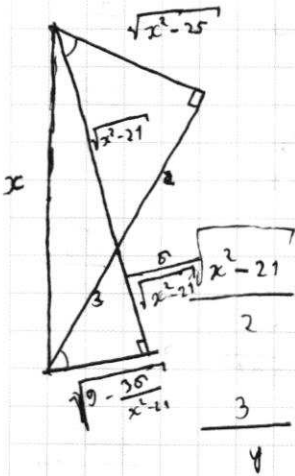
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a-b, \quad x, \quad x+b$$

$$\begin{array}{ccc} n-m, & n & m+n \\ \parallel & \parallel & \parallel \\ a & b & c \end{array}$$

$$\frac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2} = n+2m$$

$$\frac{\pm \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2} = 2m$$



$$ax^2 - 2bx + c = 0$$

$$(n-m)(n+2m)^2 - 2n(n+2m) + m+n = 0$$

$$(n-m)(n^2 + 4nm + 4m^2) - 2n^2 - 4nm + m+n = 0$$

$$n^3 + 4n^2m + 4nm^2 - n^2m - 4nm^2 - 4m^3 - 2n^2 - 4nm + m+n = 0$$

$$b = \frac{3 \cdot 2}{\sqrt{x^2 - 21}} \pm \sqrt{4b^2 - 4(n-m)(n+m)} = 4m$$

$$kx^2 - 2kx + k = 0 \quad g = \frac{36}{x^2 - 21}$$

$$k^2 - 2k + k = 0$$

$$k = 0;$$

геометрическая, тогда...

$$4n - 4n^2 + 4m^2 = 4m$$

$$2m = 4m$$

$$\frac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2} = n+2m$$

$$\frac{\pm \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2} = 2m$$

$$nm^2 = 1 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{cccc} n & nm & nm^2 & nm^3 \\ \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ a & b & c & d \end{array}$$

$$\frac{2m}{2} = 2m \quad m=0$$

$$nx^2 - 2nm x + nm^2 = 0$$

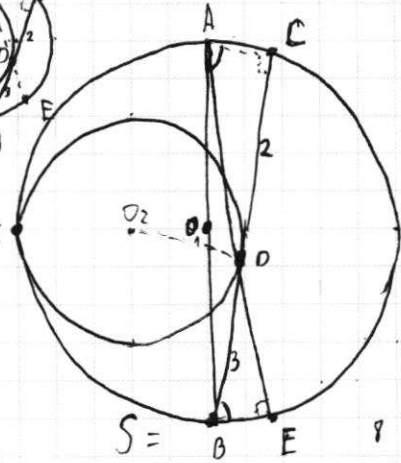
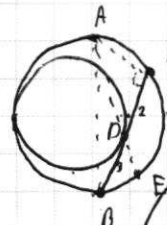
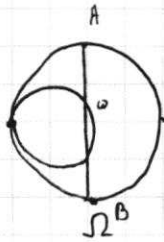
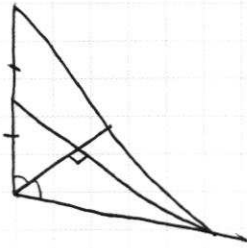
$$x = g - \frac{36}{x^2 - 21} \pm \frac{2nm \pm \sqrt{4n^2m^2 - 4n^2m^2}}{2} = \textcircled{x=m}$$

$$\left(\frac{36}{\sqrt{x^2 - 21}} + \sqrt{x^2 - 21} \right) = \frac{36}{\sqrt{x^2 - 21}} + \frac{2n}{x^2 - 21} = \frac{36}{\sqrt{x^2 - 21}} + \frac{2n}{x^2 - 21} = n(x-m)^2$$

$$nm^3 = m$$

$$nm^2 = 1$$

$$-6y = \sqrt{-6y+6}$$



$$2x < y + x$$

$$3x > y > x$$

$$3x + y = 900$$

$$S = \frac{y}{8}$$

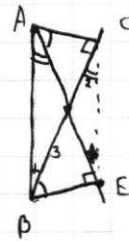
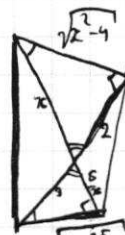
$$86 \cdot 192 \cdot 2 = 384$$

$$\frac{x}{2} = \frac{2}{y}$$

$$y = \frac{3 \cdot 2}{x} = \frac{6}{x}$$

$$225 \geq x \geq 150$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ + 150 \\ \hline 375 \end{array}$$



$$\frac{18 \cdot 4 \sqrt{3}}{15 \cdot 43}$$

$$\frac{9 \cdot 9}{8}$$

$$\frac{301}{189}$$

$$57 \sqrt{3}$$

$$x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}$$

$$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$$

$$x^2 + 36y^2 - 12xy = xy = 6x - x + 6$$

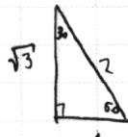
$$\frac{2}{y} = \frac{x}{3} = y$$

$$\frac{x \cdot 7}{16} = \frac{6}{x} = y$$

$$\frac{172}{301}$$

$$x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$$

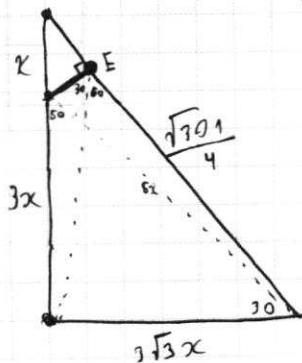
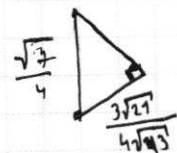
$$4x = \sqrt{4}$$



$$4 \cdot 3\sqrt{3}$$

$$16 + 27 = \frac{143 \cdot \sqrt{7}}{4}$$

$$\frac{3\sqrt{3} \cdot x}{4x} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \checkmark$$



$$\frac{4x}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{43}}$$

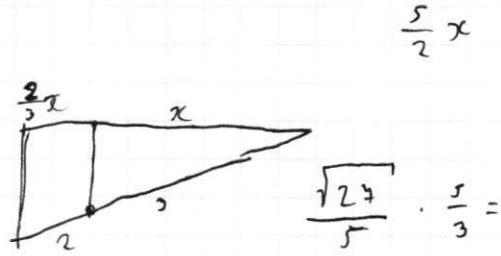
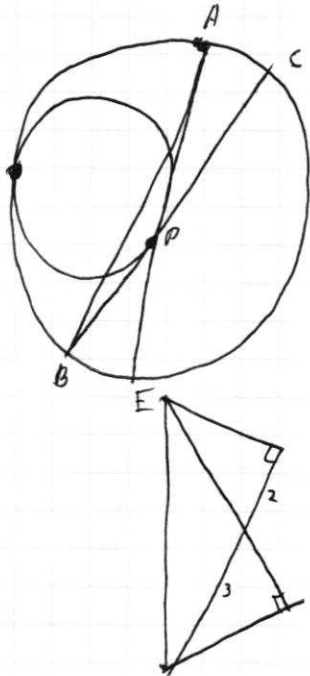
$$\frac{4}{16} = \frac{189}{16 \cdot 43} + x^2$$

$$x = \frac{3\sqrt{3}\sqrt{7}}{4\sqrt{43}}$$

$$\frac{301 - 189}{16 \cdot 43} = \frac{112}{4\sqrt{43}}$$

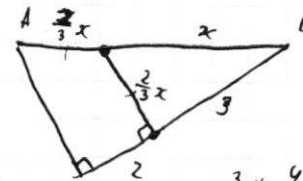
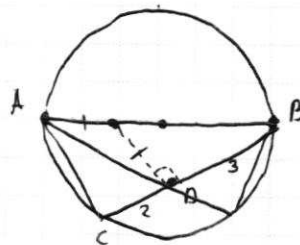
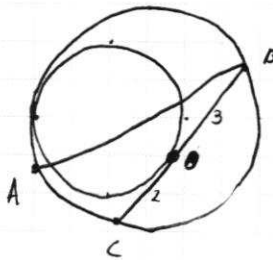
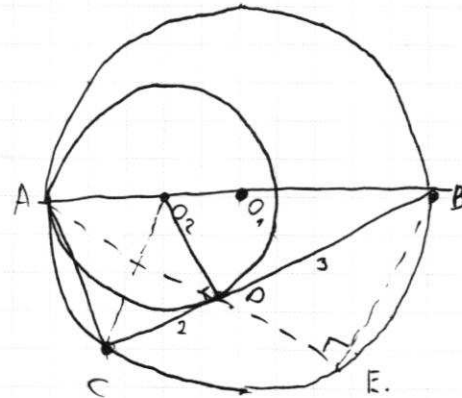
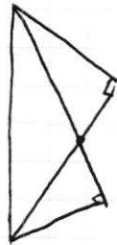
$$\frac{9 \cdot 21 + 4}{16} = \frac{189}{16} + 7$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{5}{2} x$$

$$\frac{\sqrt{27}}{5} \cdot \frac{5}{3} =$$



$$25 \quad 36.5$$

$$180$$

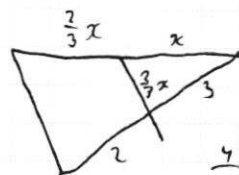
$$9 \quad 45$$

$$\frac{2}{3} x_1 = \sqrt{2}$$

$$3 + \frac{4}{9} x^2 = x^2$$

$$\frac{5}{9} x^2 = 3$$

$$x^2 = \frac{\sqrt{27}}{5}$$



$$\frac{4}{9} x^2 + 9$$

$$\frac{5}{9} x^2 = 9$$

$$x^2 = \frac{81}{5}$$

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \sqrt{3 \cdot 5}$$

$$x = \frac{9}{\sqrt{5}} \cdot \frac{5}{3} = 3 \cdot \sqrt{5}$$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)