Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21200005**

ID профиля: **321723**

Вариант 1

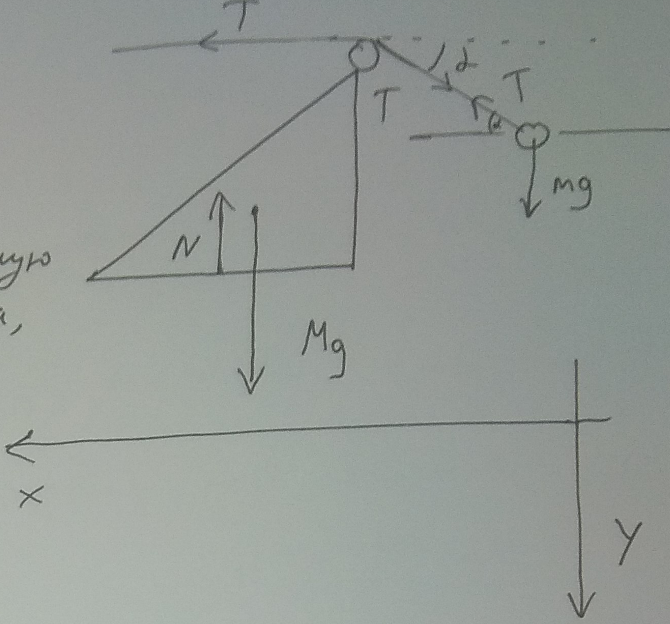
Чистовик

№1 (применив II закон Ньютона)

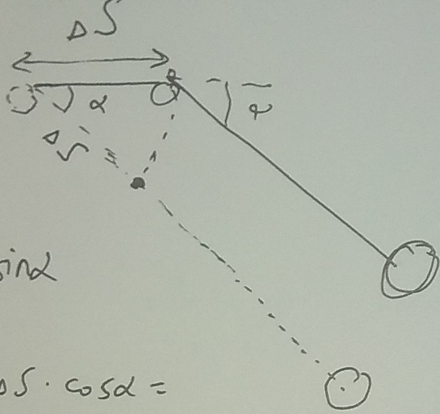
Рас-м проекции сила на оси:
для клина: (a – ускорение клина)

на Ox: $T - T\cdot\cos\alpha = M\cdot a$ (1)

на Oy: $T\cdot\sin\alpha + Mg = N$



Предварительно найдем кинематическую связь ускорений клина и шарика, воспользовавшись методом ~~виртуальных~~ нальных перемещений:



для O_y:

$\Delta S_{шy} = \Delta S\cdot\sin\alpha$

для Ox:

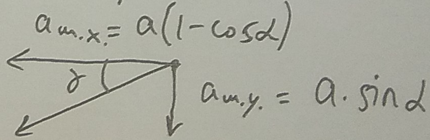
$\Delta S_{ш.x} = \Delta S - \Delta S\cdot\cos\alpha = \Delta S(1-\cos\alpha)$

Тогда (дважды диф. по t) имеем: $a_{шy} = a\cdot\sin\alpha$

$a_{шx} = a(1-\cos\alpha)$

Найдем угол γ наклона ускорения шарика к горизонту:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{a\cdot\sin\alpha}{a(1-\cos\alpha)} = \boxed{\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}}$$



Составим ур-я ~~з~~ II закона Ньютона для шарика:

для Ox: $T\cdot\cos\alpha = m\cdot a_{ш.x.} = m\cdot a(1-\cos\alpha)$ (2)

для O_y: $mg - T\cdot\sin\alpha = m\cdot a_{ш.y.} = m\cdot a\cdot\sin\alpha$ (3)

Из (2): $T = m\cdot a\cdot\dfrac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}$

Подставим T в ур-я (1) и (3):

(1): $\quad m\cdot \cancel{a}\cdot \dfrac{(1-\cos\alpha)^2}{\cos\alpha} = M\cancel{a}$ Чистовик

(2): $\quad \cancel{m}g - \cancel{m}\cdot a\cdot \dfrac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}\cdot \sin\alpha = \cancel{m}\cdot a\cdot \sin\alpha$

из (1): $\boxed{\dfrac{m}{M} = \dfrac{\cos\alpha}{(1-\cos\alpha)^2}}$

из (2): $g = a\cdot\sin\alpha\left(\dfrac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}+1\right) = a\cdot\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{a = g\cdot \cancel{\mathrm{ctg}\alpha}\ \mathrm{ctg}\alpha}$

Тогда $a_{ш.у.} = a\cdot\sin\alpha = g\cdot\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot\sin\alpha = g\cdot\cos\alpha$

Шар движется вниз равноускоренно из состояния покоя, значит

$$\frac{a_{ш.у}\cdot t^2}{2} = H$$

$$\frac{g\cdot\cos\alpha\cdot t^2}{2} = H$$

$t = \sqrt{\dfrac{2H}{g\cdot\cos\alpha}}$. Также заменим, что $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \dfrac{4}{5}$

Ответ: 1) $\mathrm{tg}\,\gamma = \dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = 2$ (γ направлен влево вниз)

2) $a = g\cdot\mathrm{ctg}\alpha = \dfrac{3}{4}g$ (влево) $\approx 7{,}35$ м/с^2

3) $\dfrac{M_ш}{M_к} = \dfrac{\cos\alpha}{(1-\cos\alpha)^2} = \dfrac{15}{4} = 3{,}75$

4) $t = \sqrt{\dfrac{2H}{g\cdot\cos\alpha}} = \sqrt{\dfrac{10}{3}\cdot\dfrac{H}{g}} \approx 0{,}583\sqrt{H}$ с

P.S. также $\mathrm{tg}\,\gamma = \sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}} = 2$; $a = g\dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} = 3/4\, g$

(выражено только через $\cos\alpha$, данный в условии)

Чистовик

№2

По определению C: $c = \dfrac{\Delta Q}{\nu \Delta T}$, отсюда $dQ = \nu \cdot c(T) \cdot dT$,

а тогда $\Delta Q = \displaystyle\int_{T_0}^{\frac{5}{6}T_0} \nu \cdot 2R\frac{T}{T_0} \cdot dT = \frac{2\nu R}{T_0} \cdot \frac{T^2}{2}\Bigg|_{T_0}^{\frac{5}{6}T_0} = \frac{\nu R}{T_0} \cdot T_0^2\left(\left(\frac{5}{6}\right)^2 - 1\right) =$

$= \nu R T_0 \cdot \left(-\dfrac{11}{36}\right)$, тогда отданное тепло $Q_1 = -\Delta Q = \boxed{\dfrac{11}{36}\nu R T_0}$

(по I началу термодинамики)

Найдём min A: $Q = A + \Delta U$; пускай газ охладится до $T_{кон} = k \cdot T_0$,

Q где k - число, $k \in (0; 1)$

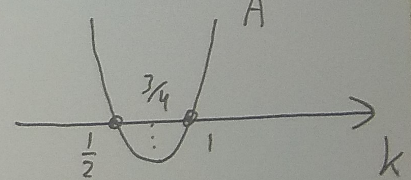
$$Q = \frac{\cancel{2}\nu R}{T_0} \cdot \frac{T^2}{\cancel{2}}\Bigg|_{T_0}^{kT_0} = \frac{\nu R T_0^2}{T_0}(k^2 - 1) = \nu R T_0 (k^2 - 1)$$

$$\Delta U = C_V \cdot \nu T_0 (k-1) \underset{\substack{\text{He - одноат. газ,} \\ C_V = \frac{3}{2}R}}{=\!=\!=\!=} \frac{3}{2}\nu R T_0 (k-1)$$

$$A = Q - \Delta U = \nu R T_0 (k-1)(k+1) - \frac{3}{2}\nu R T_0 (k-1) = \nu R T_0 (k-1)\left(k + 1 - \frac{3}{2}\right) =$$

$$= \nu R T_0 (k-1)\left(k - \frac{1}{2}\right).$$

График $A(k)$ - парабола с вершиной $k_В = 3/4$,



тогда $\boxed{T_{кон} = \dfrac{3}{4}T_0}$,

$$\min A = \nu R T_0 \left(\frac{3}{4} - 1\right)\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) = \nu R T_0 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{4} = \boxed{-\frac{\nu R T_0}{16}}$$

Ответ: 1) $Q_1 = \dfrac{11}{36}\nu R T_0$

2) $T = \dfrac{3}{4}T_0$

3) $\min A = -\dfrac{\nu R T_0}{16}$

③

Черновик

$$dQ = \nu C(T)\cdot dT = \frac{\nu\cdot 2R}{T_0}\cdot\frac{T}{\cancel{2}}\cdot dT$$

$$Q = \frac{\nu\cdot \cancel{2}R}{T_0}\cdot\frac{T^2}{\cancel{2}}\Big|_{\frac{5}{6}T_0}^{T_0} = \frac{\nu\cdot \cancel{2}R}{\cancel{T_0}}\cdot T_0^{\cancel{2}}\left(1^2-\left(\frac{5}{6}\right)^2\right) =$$

$$= \nu R T_0\cdot\frac{11}{36}$$

[illegible]

пусть $T_{кон} = k\cdot T_0$

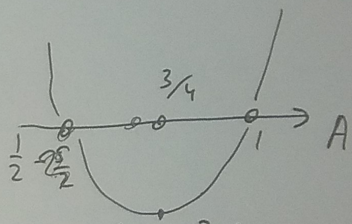
$$Q = \frac{\nu\cdot 2R}{T_0}\cdot\frac{(T_0^2 - k\cdot T_0^2)}{2} = \nu R T_0(1-k^2)$$ — отдаёт Q

$$Q_{получ.} = \nu R T_0(k^2-1)$$

1 ат. газ: $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R T_0(k-1)$

$$\nu R T_0(k^2-1) = A + \frac{3}{2}\nu R T_0(k-1)$$

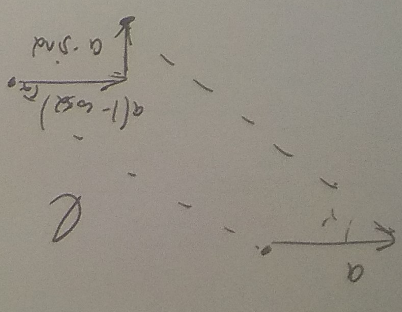
$$A = \nu R T_0(k-1)\left(k+1-\frac{3}{2}\right) = \nu R T_0(k-1)\left(k-\frac{1}{2}\right)$$



$k = 3/4$

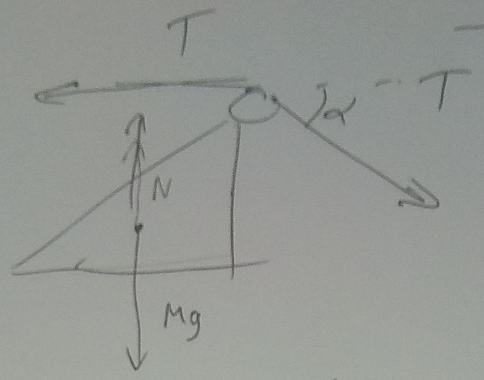
$T_{кон} = \frac{3}{4}T_0$; $A = \nu R T_0\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = -\frac{\nu R T_0}{16}$

= [illegible] = [illegible]



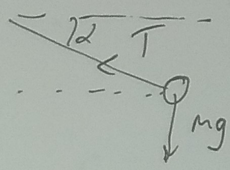
$h = 5/2$: 5/8

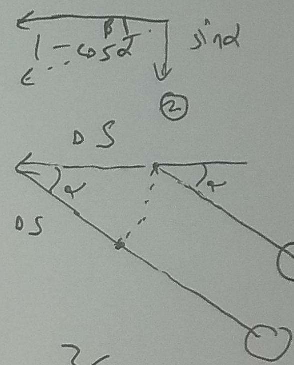
Черновик



$$\begin{cases} F_{рез} = T - T\cdot\cos\alpha = T(1-\cos\alpha) = Ma \\ T\cdot\cos\alpha = m\cdot a\cdot \cancel{\sin\alpha}(\cancel{\cos\alpha}\ 1-\cos\alpha);\ T = ma\,\dfrac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha} \\ mg - T\cdot\sin\alpha = m\cdot a\cdot \sin\alpha \end{cases}$$

$$\boxed{tg\,\beta = \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}}$$





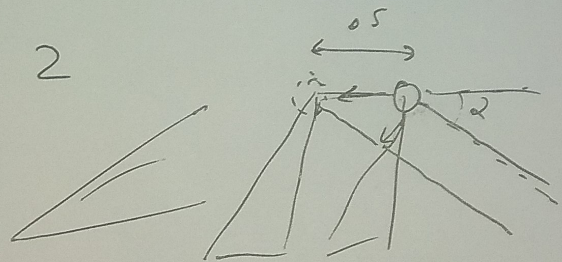
$\cos\alpha = 3/5$

$\sin\alpha = 4/5$

$tg\,\alpha = 4/3$

кин. связь: $ctg\,\alpha = 3/4$

$$\frac{4/5}{2/5} = 2$$



$$\frac{3/5}{4/25} = \frac{3}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{25}^{5}}{4} = \frac{15}{4}$$

шар ↓ на $\Delta S\cdot\sin\alpha$, шар ← на $\Delta S\cdot\cos\alpha$

пусть a; $a_{ш\downarrow} = a\cdot\sin\alpha$, $a_{ш\leftarrow} = a\cdot\cancel{\cos\alpha}\,(1-\cos\alpha)$

$$\cancel{m}g - \cancel{m}\cdot a\cdot\frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}\cdot\sin\alpha = \cancel{m}\cdot a\cdot\sin\alpha$$

$$g = a\cdot\sin\alpha\left(1 + \frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}\right) = a\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow a = g\cdot ctg\,\alpha$$

$$\cancel{m\cdot g\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot\frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha} = Ma}\qquad m\cdot \cancel{g}\cdot\frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}\cdot(1-\cos\alpha) = M\cdot\cancel{g}$$

$$\boxed{\frac{m}{M} = \frac{\cos\alpha}{(1-\cos\alpha)^2}}$$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21200005**

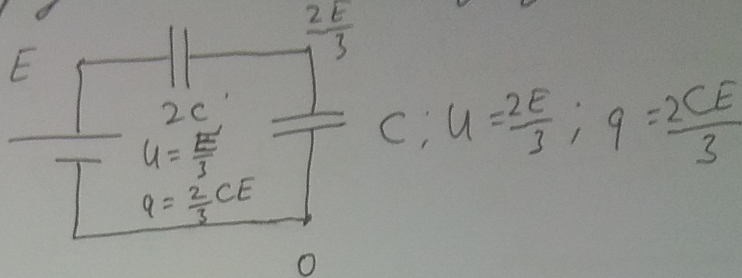
ID профиля: **321723**

Вариант 1

Чистовик

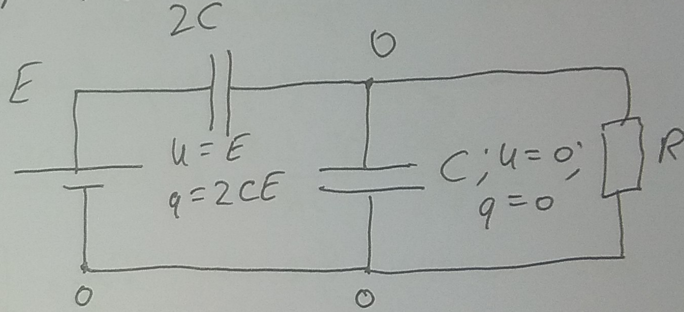
№3

Рас-м распределение зарядов и потенциалов до замыкания ключа:



Сразу после замыкания ключа на резисторе R напряжение составляет $\frac{2}{3}E$, тогда $\boxed{I=\frac{2E}{3R}}$

Через продолжительное время распределение зарядов и потенциалов примет вид:



Найдем потенциальные энергии конденсаторов в начале (W_1) и в конце (W_2) процесса:

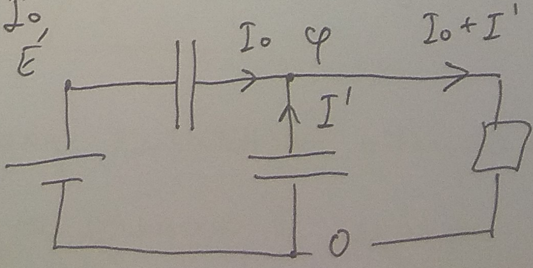
$$W_1 = \frac{2}{3}\frac{C\cdot E^2}{2} = \frac{CE^2}{3}$$

$$W_2 = 2C\cdot\frac{E^2}{2} = CE^2,$$ тогда $\Delta W = \frac{2}{3}CE^2$

Изменение заряда на конденсаторе 1 составило $2CE - \frac{2}{3}CE = \frac{4}{3}CE$, значит работа источника ЭДС составила $A = q\cdot E = \frac{4}{3}CE^2$

По закону сохранения энергии, имеем: $A = \Delta W + Q \Rightarrow Q = A - \Delta W = \boxed{\frac{2}{3}CE^2}$

Пусть через конд. 1 течёт ток I_0, тогда $\Delta U = \frac{I_0\cdot\Delta t}{2C} = \frac{I'\cdot\Delta t}{C}$, где I' - ток через конд. 2.

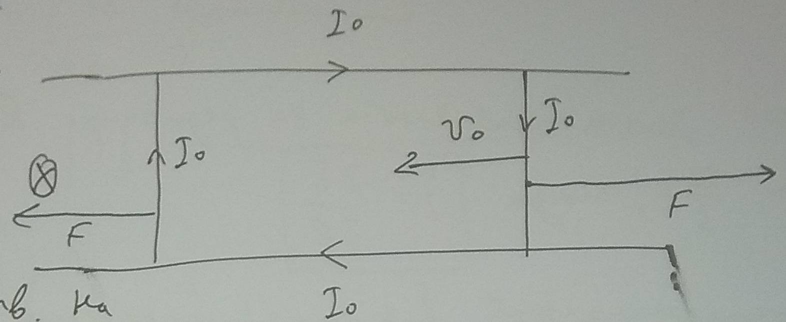


Значит, $I' = \frac{I_0}{2}$. Через резистор R течёт ток $I_0 + I' = \boxed{\frac{3}{2}I_0}$

1

Ответ: 1) $I = \frac{2E}{3R}$; 2) $Q = \frac{2}{3}CE^2$; 3) $I = \frac{3}{2}I_0$

$\Phi = S \cdot L \cdot B$, где Φ - магнитный поток через контур, S - расст. между перемычками. Тогда $\dot{\Phi} = v_0 \cdot L \cdot B$ (в нач. момент времени) $= \mathcal{E}_i$, где $\mathcal{E}_i$ - ЭДС индукции. Но $\mathcal{E}_i = I \cdot 3R$, тогда $I_0 = \frac{v_0 \cdot L \cdot B}{3R}$, где I_0 - ток через контур в нач. момент



~~Сила тока такова, что~~

Ток имеет такое направление, что сила ампера, действ. на перемычку 1, препятствует её движению. По правилу левой руки находим такое направление (см. рис.)

$$F_0 = IBl = \frac{v_0 L \cdot B}{3R} \cdot B \cdot L = \frac{v_0 \cdot L^2 \cdot B^2}{3R},$$ где F_0 - сила Ампера в нач. момент времени. Тогда $\boxed{a_2 = \frac{v_0 \cdot L^2 \cdot B^2}{6Rm}}$ (и по правилу левой руки направлена влево)

На систему тел из двух перемычек действ. две силы — две силы Ампера, равные по модулю $\left(F = \frac{v^2 L^2 B^2}{3R}\right)$ и разные по направлению. Тогда $\sum F_{вн} = 0$ и импульс системы не меняется.

По закону сохр. импульса:

$$v_0 \cdot m = v \cdot 3m \Rightarrow \boxed{v = \frac{v_0}{3}}$$ (т.к. в конце перемычки движутся с равной скоростью и $F = 0$)

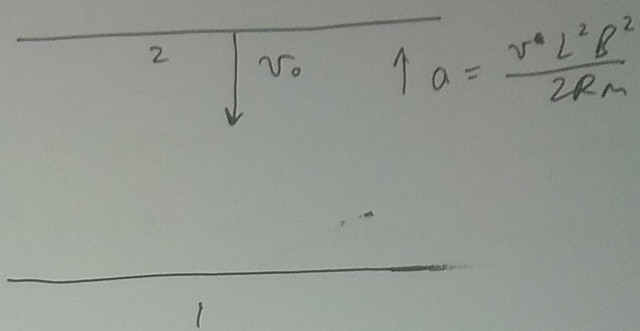
Найдем, насколько меняется расст. между перемычками. Для этого перейдем в систему отсчёта, связанную с пер. 1 (она неинерциальна)

Чистовик

Пусть $v_{1\,отн.\,2} = v$, тогда $F_{амп} = \frac{v \cdot L^2 \cdot B^2}{3R}$, $a_1 = \frac{F_{амп}}{m_1}$ (вправо)

$a_2 = \frac{F_{амп}}{2m}$ (влево), тогда $a_{отн} = \frac{3}{2}\frac{F_{амп}}{m} = \frac{v \cdot L^2 \cdot B^2}{2Rm}$

Вначале $v = v_0$.



Имеем:

$$dv = a \cdot dt = -\frac{v \cdot L^2 \cdot B^2}{2Rm} \cdot dt$$

$$\frac{dv}{v} = -\frac{L^2 B^2}{2Rm} \cdot dt \quad \Big| \int$$

$$\ln \frac{v_{кон}}{v_0} = -\frac{L^2 B^2}{2Rm} \cdot t$$

$$v_{кон} = v_0 \cdot e^{-\frac{L^2 B^2}{2Rm} \cdot t}$$

$$\Delta S = \int_0^{+\infty} v_{кон}\, dt = \int_0^{+\infty} v_0 \cdot e^{-\frac{L^2 B^2}{2Rm} t} \cdot dt = v_0 \cdot e^{-\frac{L^2 B^2}{2Rm} \cdot t} \cdot \left(-\frac{2Rm}{L^2 B^2}\right) \Bigg|_0^{+\infty} =$$

$$= 0 + v_0 \cdot 1 \cdot \frac{2Rm}{L^2 B^2} = \frac{2 v_0 R m}{L^2 B^2}$$

Имеем: перемычки сблизились на $\frac{2 v_0 R m}{L^2 B^2}$, значит

конечное $\rho = S_0 - \Delta S = \boxed{S_0 - \frac{2 v_0 R m}{L^2 B^2}}$

Ответ: 1) $a = \frac{v_0 \cdot L^2 B^2}{6Rm}$ (влево)

2) $v = \frac{v_0}{3}$

3) $\rho = S_0 - \frac{2 v_0 R m}{L^2 B^2}$

3

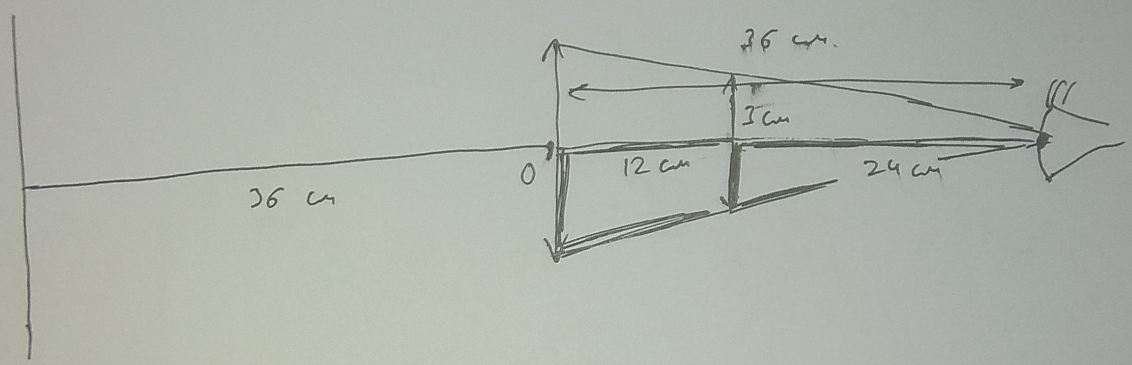
21200005 (U321723 M1265020)

№5 Чистовик

По формуле тонкой соб. линзы: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$

$$\frac{1}{36} + \frac{1}{b} = \frac{1}{9}$$

$\frac{1}{b} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \Rightarrow b = 12$ см. Изображение картины находится на рассм. 12 см от линзы. Т.к. глаз аккомодирован на изображение, имеем, что $x = 12 + 24 = \boxed{36 \text{ см}}$ (см. рис.)



Диаметр изображения равен $H \cdot Г = H \cdot \frac{b}{a} = 3$ см

min $D_л$ найдем из подобных тр-в, выделенных на рисунке.

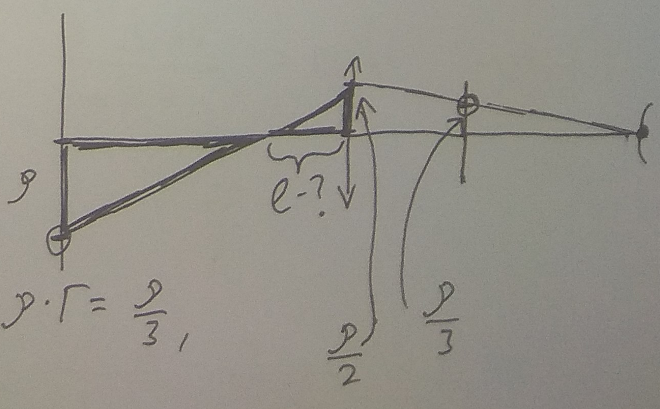
$$\frac{D_л}{36} = \frac{3}{24} \Rightarrow \boxed{D_л = 4{,}5 \text{ см}}$$

Рас-м луч, идущий от картины и попадающий в глаз за наблюдаемо!

Луч исходит из центра картины на рассм. D

Рассм. этого луча от центра изобр. $= D \cdot Г = \frac{D}{3}$,

а от центра линзы — $\frac{D}{3} \cdot \frac{36}{24} = \frac{D}{2}$



Чистовик

Из подобия выделенных на рисунке тр-в видим, что $l = \frac{36}{3} = 12$ см.

Вывод: все лучи, идущие от картины и попадающие человеку в глаз, пересекаются с оптической осью линзы на расст. $l = 12$ см от линзы. Если там поставить экран, то ни один луч, идущий от картины, не попадет в глаз наблюдателю.

Ответ: 1) $x = 36$ см

2) $D_{м} = 4,5$ см

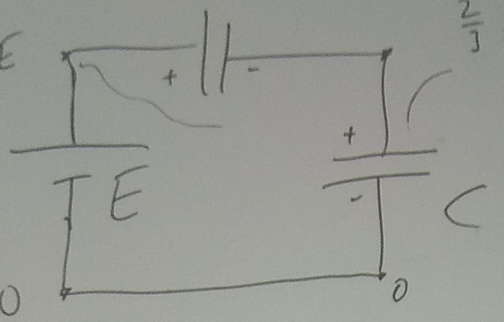
3) экран следует расположить на оптической оси линзы на расстоянии 12 см от неё (слева)

(5)

Черновик

1

$2C;\ q=\frac{2}{3}CE$



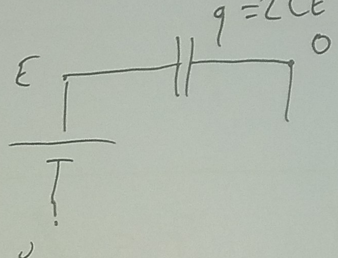
$;\ q=\frac{2}{3}CE$

$U=\frac{2}{3}E$

1) $\boxed{I=\frac{2}{3}\frac{E}{R}}$

2) $W_1=\frac{\cancel{2}C}{\cancel{2}}\cdot\frac{E^2}{9}+\frac{C}{2}\cdot\frac{4}{9}E^2=\frac{CE^2}{3}$

в конце: $q=2CE$

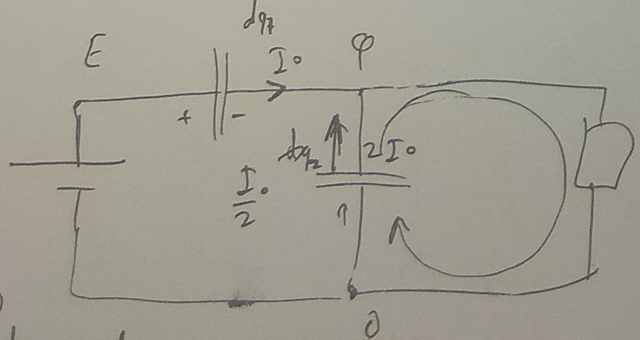


$W_2=\frac{2C\cdot E^2}{2}=CE^2;\quad \Delta W=\frac{2}{3}CE^2$

$\Delta q=\frac{4CE}{3};\quad A=\frac{4CE^2}{3}$

$\frac{4CE^2}{3}=\frac{2}{3}CE^2+Q;\quad \boxed{Q=\frac{2}{3}CE^2}$

3)



$I=\frac{\varphi}{R}$

dq:

$dU_2=\frac{dq_1}{C}$

$\frac{dq_1}{\cancel{C}}=\frac{dq_2}{2\cancel{C}} \Rightarrow 2\cdot dq_1=dq_2$

$2\cdot I_1=I_2 \Rightarrow$ $\boxed{\cancel{I_R=3I_0}}$

$2\frac{dq_1}{\cancel{2C}}=\frac{dq_2}{\cancel{C}}$

$\boxed{I_R=\frac{3}{2}I_0}$

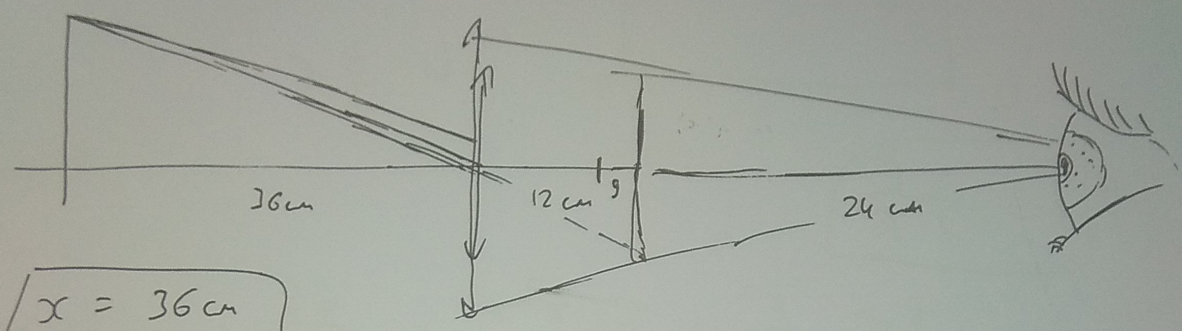
$\frac{I_1}{2}=I_2$

21200005 (U321723 M1265020)

③ Пусть $a = 36$ см ; $f = 9$ см   Черновик

$$\frac{1}{36} + \frac{1}{b} = \frac{1}{9} = \frac{4}{36}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \Rightarrow b = 12 \text{ см}$$



$$\boxed{x = 36 \text{ см}}$$

$F = IBl$ $(=В)$ $\Phi = \cancel{B}\, S \cdot L \cdot B \Leftrightarrow м^2 \cdot В$

$\dot{\Phi} = \frac{м^2}{с} \cdot Тл = \frac{м^2}{с^2} \cdot \frac{кг}{Кл} =$

$=$

$F = qvB$

$Н = Кл \cdot м/с \cdot Тл$

$Н = кг \cdot м/с^2$

$кг \cdot \frac{м}{с^{\cancel{2}}} = Кл \cdot \frac{\cancel{м}}{\cancel{с}} \cdot Тл$

$$\boxed{Тл = \frac{кг}{Кл \cdot с}}$$

$\frac{м}{с} \cdot \frac{\cancel{кг} \cdot \cancel{м^2}}{\cancel{с} \cdot \cancel{Кл^2}} \cdot \frac{Кл \cdot \cancel{Кл^2}}{\cancel{м^2} \cdot \cancel{кг}} \cdot с^2 = м$

$\dot{\Phi} = v_0 \cdot L \cdot B = \mathcal{E}_i = I \cdot 3R$

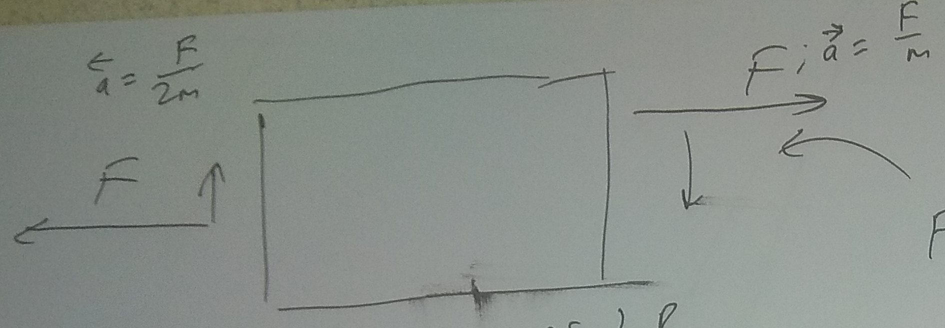
$$\boxed{I = \frac{v_0 \cdot L \cdot B}{3R}}$$

$\frac{м}{с} \cdot \frac{м \cdot кг}{Кл \cdot с \cdot Ом} = \frac{м^2 \cdot кг}{с^3 \cdot В} = \frac{\cancel{м^2} \cdot \cancel{кг} \cdot \cancel{с^2} \cdot Кл}{с^2 \cdot \cancel{кг} \cdot \cancel{м^2}} =$

$Ом = \frac{В}{Кл/с} = \frac{В \cdot с}{Кл}$ $= \frac{Кл \cdot А}{с}$

$В = \frac{Дж}{Кл} = \frac{кг \cdot м^2}{с^2 \cdot Кл}$

Черновик

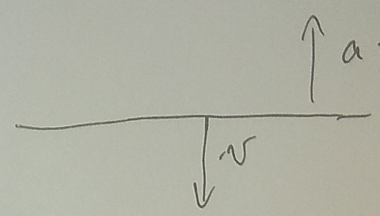


$F = IBl$ - равные силы

$I = \frac{v_0 L B}{3R}$ $\quad$ $F = \frac{v_0 L^2 B^2 \cancel{\Delta t}}{3R} \Rightarrow \boxed{a = \frac{v_0 L^2 B^2}{6Rm}}$

силы действ., пока $\dot{\Phi} \neq 0$, когда $\dot{\Phi} = 0$, $v_1 = v_2$

$a = \frac{3}{2}\frac{F}{m} = \frac{\cancel{3}}{2} \cdot \frac{v_0 \cdot L^2 \cdot B^2}{\cancel{3}R \cdot m} = \frac{v_0 L^2 B^2}{2Rm}$



З. с. и. $\quad m \cdot v_0 = v \cdot 3m$

$\boxed{v = \frac{v_0}{3}}$

отн. задней:

$v_1 = v_0 - a \cdot dt = v - \frac{v \cdot L^2 \cdot B^2}{2Rm} \cdot dt$

$$dv = -\frac{v \cdot L^2 B^2}{2Rm} \cdot dt$$

$ds = v \cdot dt$

$\cancel{\int_0^{+\infty} v \left(1 - \frac{L^2 B^2}{2Rm} dt\right) \cdot dt}$

$$\frac{dv}{v} = -\frac{L^2 B^2}{2Rm} \cdot dt \qquad \frac{v_2}{v_1} = e^{-\frac{L^2 B^2}{2Rm} \cdot t}$$

$$\ln \frac{v_2}{v_1} = -\frac{L^2 B^2}{2Rm} \cdot t \qquad v = v_0 \cdot e^{-\frac{L^2 B^2}{2Rm} \cdot t}$$

$$\boxed{s = s_0 - \frac{2Rmv_0}{L^2 B^2}}$$

$$s = \int_0^{+\infty} v \cdot dt = v_0 \int_0^{+\infty} e^{-\frac{L^2 B^2}{2Rm} \cdot t} \cdot dt = v_0 \cdot e^{-\frac{L^2 B^2}{2Rm} \cdot t} \left(-\frac{2Rm}{L^2 B^2}\right) \Bigg|_0^{+\infty} = \boxed{\frac{2Rmv_0}{L^2 B^2}}$$

21200005 (U321723 M1265020)

$\frac{2}{3}\frac{C\cdot E^2}{2} = \frac{CE^2}{3}$

Черновик