Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

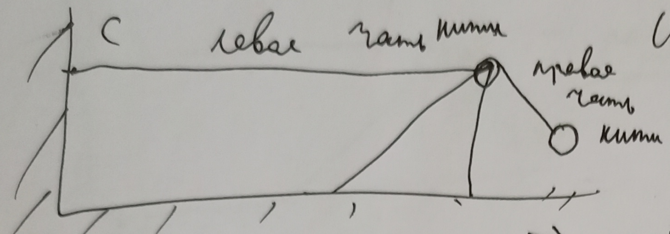
Шифр: **21202283**

ID профиля: **850243**

Вариант 1

Масса клина: M; масса шара: m

рассмотрим перемещение за малый отрезок времени Δt

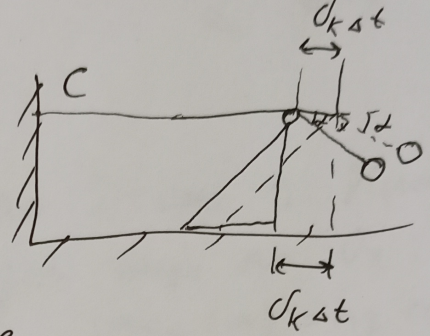


$v_к$ – скорость клина

$v_ш$ – скорость шара

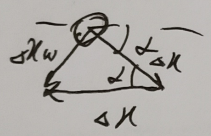
$\cos\alpha = \frac{3}{5}$

⇒



1) правая часть нити удлинилась на $\Delta x = v_к \Delta t$, поскольку шар двигался вместе с клином: его перемещение ((шар удалился от блока вдоль нити на Δx, по блоку же сдвинулся на Δx влево)

шар



⇒ по т. Косинусов

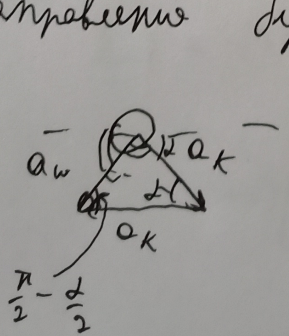
$$\Delta x_ш = \sqrt{2\Delta x^2 - 2\Delta x \cos\alpha} =$$

$$= \Delta x \sqrt{2 - 2\cos\alpha} = \Delta x \sqrt{2} \sqrt{1 - \frac{3}{5}} =$$

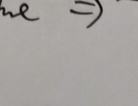
$$= \frac{2}{\sqrt{5}} \Delta x = \frac{2}{\sqrt{5}} v_к \Delta t = v_ш \Delta t \Rightarrow v_ш = \frac{2}{\sqrt{5}} v_к, \quad \boxed{v_ш = \frac{2}{\sqrt{5}} v_к}$$

• поскольку это было записано для произв. момента времени, то $v_ш(t) = \frac{2}{\sqrt{5}} v_к(t) \Rightarrow$ ~~продифференцируем~~ ~~продифференцируем~~ $a_ш(t) = \frac{2}{\sqrt{5}} a_к(t)$, и направления будут такие же ⇒

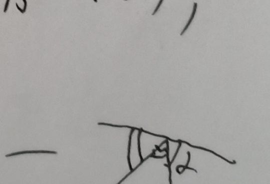
⇒



⇒ $\gamma = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$



искомый угол



$$\cos\gamma = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = \sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \boxed{\cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \left(\gamma = \arccos\frac{1}{\sqrt{5}}\right)} \quad \left(\gamma \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

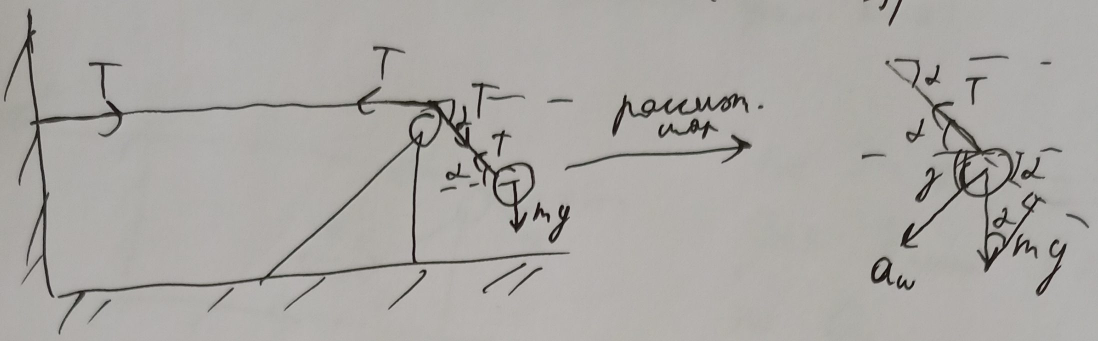
№ 1

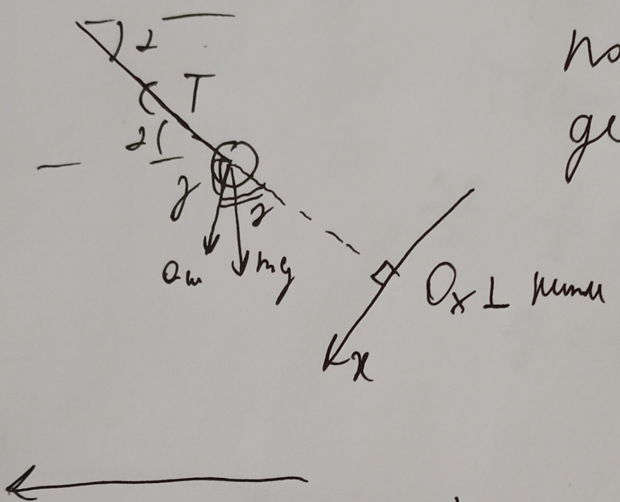
Чистовик

$\cos\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \frac{4}{5}$

$(\alpha \in (0; \frac{\pi}{2}))$

2)





y (Oy горизонтально)

по 2-ому з. Ньютона для шара по Ox:

$m a_ш \sin\gamma = mg\cos\alpha$

$a_ш \sqrt{1-\frac{1}{5}} = \frac{3}{5} g$

$a_ш \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{3}{5} g$

$a_ш = \frac{2}{\sqrt{5}} a_к \Rightarrow \frac{3}{5} g = \frac{4}{5} a_к \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{a_к = \frac{3}{4} g}$

3) по 2-ому з. Ньютона в проекции на Oy:

$T\cos\alpha = m a_ш \cos\gamma$

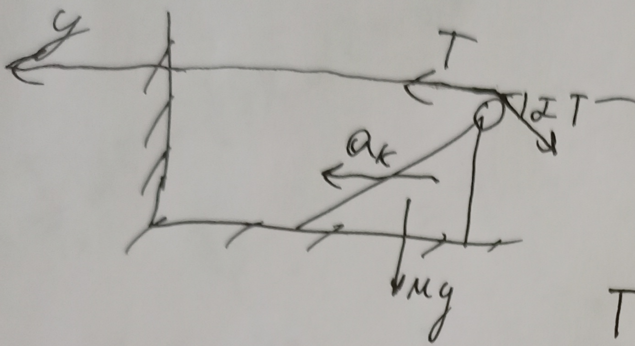
$\frac{3}{5} T = m \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} a_к \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5} m a_к = \frac{2}{5} m \cdot \frac{3}{4} g = \frac{3}{10} mg$

$\Rightarrow \boxed{T = \frac{mg}{2}}$

№ 1

Чистовик

продолж. п. 3) теперь рассмотрим клин:



по 2-ому з. Ньютона для клина в проекции на Oy:

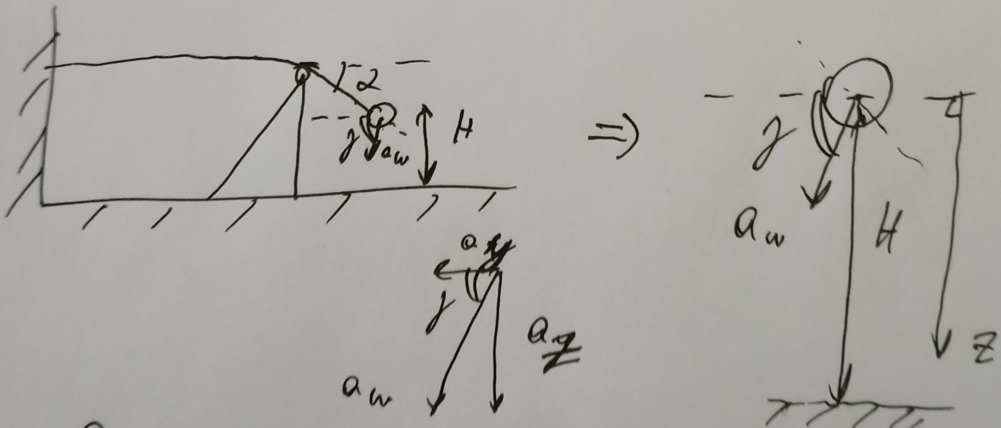
$$T - T\cos\alpha = Ma_к$$

$$T(1-\cos\alpha) = \frac{3}{4}Mg$$

$$\frac{mg}{2}\cdot\frac{2}{5} = \frac{3}{4}Mg$$

$$\frac{m}{5} = \frac{3}{4}M \Rightarrow \boxed{\frac{m}{M} = \frac{15}{4}}$$

4)



$$a_z = a_ш \sin\gamma = a_ш\sqrt{1-\frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt5}a_ш = \frac{2}{\sqrt5}\cdot\frac{2}{\sqrt5}a_к = \frac{4}{5}a_к = \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}g = \frac{3}{5}g$$

Нас интересует только движение по Oz:

$$H = \frac{a_z\tau^2}{2} \Rightarrow \tau^2 = 2\frac{H}{a_z} = 2\frac{H}{\frac{3}{5}g} = \frac{10}{3}\frac{H}{g} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{10}{3}\frac{H}{g}}$$

(нач. скорость = 0)

Ответ: 1) $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt5}$; 2) $a_к = \frac{3}{4}g$; 3) $\frac{m}{M} = \frac{15}{4}$; 4) $\tau = \sqrt{\frac{10}{3}\frac{H}{g}}$

ν моль, $i=3$ – кол-во степеней свободы (He – одноат. газ)

$C(T) = 2R\frac{T}{T_0}$

1) Из 1-ого начала термодинамики

Кол-во теплоты, отданное газу:

$$dQ_{отд.} = \nu C(T)\,dT$$

$\Rightarrow$ газ отдал $dQ_1 = -dQ_{отд.} = -\nu C(T)\,dT$

$$dQ_1 = -\frac{2\nu R}{T_0}T\,dT$$

$$\int_{T_0}^{\frac{5}{6}T_0} dQ_1 = -\frac{2\nu R}{T_0}\int_{T_0}^{\frac{5}{6}T_0} T\,dT$$

$$Q_1 = -\frac{2\nu R}{T_0}\cdot\frac{1}{2}T^2\Big|_{T_0}^{\frac{5}{6}T_0} = -\frac{\nu R}{T_0}\left(\frac{25}{36}T_0^2 - T_0^2\right) =$$

$$= \nu R T_0\left(1-\frac{25}{36}\right) = \frac{11}{36}\nu R T_0$$

$$\boxed{Q_1 = \frac{11}{36}\nu R T_0}$$

2) работа газа $dA = p\,dV$; возвращаясь к первому началу термодинамики: $dQ_{отд.} = \nu C(T)\,dT = \underbrace{\frac{i}{2}\nu R\,dT}_{dU\text{ – изм. вн. энергии}} + dA \Rightarrow$

$$\Rightarrow dA = \nu C(T)\,dT - \frac{i}{2}\nu R\,dT =$$

$$= \nu R\,dT\left(2\frac{T}{T_0} - \frac{i}{2}\right) \Rightarrow \frac{dA}{dT} = \nu R\left(2\frac{T}{T_0} - \frac{i}{2}\right)$$

$\frac{dA}{dT} = 0$ при $T = \frac{3}{4}T_0$

− + $\frac{dA}{dT}$ ← произв. ф.

$\frac{3}{4}T_0$ A ← функция

$\Rightarrow$ min A будет, если охладить до $\boxed{\frac{3}{4}T_0 = T_x}$

продолж. п.2) $\boxed{T_x = \frac{3}{4}T_0}$

$\frac{dA}{dT}$	$-$		$+$
T		T_x	
A	$\searrow$		$\nearrow$

min A при $T = T_x$

3) $$\int_{T_0}^{T_x} dA = \nu R \int_{T_0}^{T_x} \left(2\frac{T}{T_0} - \frac{i}{2}\right) dT$$

$$A = \nu R \left(\frac{2}{T_0} \int_{T_0}^{T_x} T\,dT - \frac{i}{2} \int_{T_0}^{T_x} dT \right) =$$

$$= \nu R \left(\frac{T_x^2 - T_0^2}{T_0} - \frac{i}{2}(T_x - T_0) \right) =$$

$$= \nu R \left(\frac{i}{2}(T_0 - T_x) - \frac{(T_0 - T_x)(T_0 + T_x)}{T_0} \right) =$$

$$= \nu R (T_0 - T_x) \left(\frac{i}{2} - \frac{T_0 + T_x}{T_0} \right) =$$

$$= \nu R \cdot \frac{T_0}{4} \left(\frac{3}{2} - 1 - \frac{3}{4} \right) = -\frac{\nu R T_0}{16}$$

$$\boxed{A_{min} = -\frac{\nu R T_0}{16}}$$

Ответ: 1) $Q_1 = \frac{11}{36}\nu R T_0$; 2) $T_x = \frac{3}{4}T_0$; 3) $A_{min} = -\frac{\nu R T_0}{16}$. ⇒

Черновик

ν моль, $i = 3$

$C(T) = 2R\frac{T}{T_0}$

$dQ = -C\nu dT = -2\nu R$

$H = \frac{\frac{3}{5}g\tau^2}{2} = \frac{3}{10}g\tau^2$

$dA = p\,dV$

$\frac{m}{5M} = \frac{3}{4}$ $\quad \frac{m}{M} = \frac{15}{4}$ $\quad \sqrt{\frac{10}{3}\frac{H}{g}} = \tau$

$A(T_x) = \nu R\left(\frac{T_x^2}{T_0} - T_0 - \frac{3}{2}T_x + \frac{3}{2}T_0\right) =$

$\frac{2}{5}$ $\quad \frac{mg}{5} = \frac{3}{4}Mg$

$= \nu R\left(\frac{T_x^2}{T_0} - \frac{3}{2}T_x + \frac{T_0}{2}\right) =$

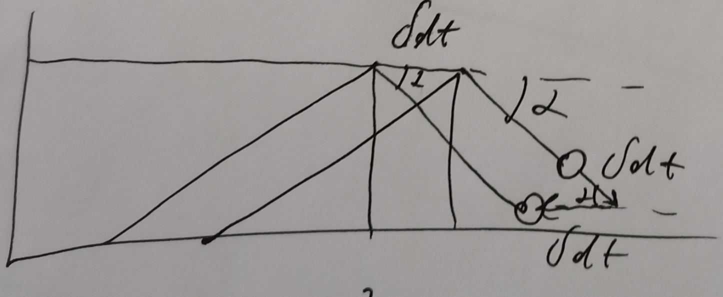
$\frac{m}{M} = \frac{15}{4}$

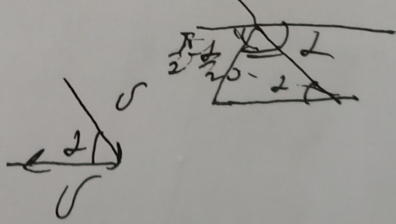
$\nu R\left(2\frac{T_x}{T_0} - \frac{3}{2}\right)$ $\quad \frac{3}{5}g\downarrow$

$\frac{4}{5}a = \frac{3}{5}g$

$a = \frac{3}{4}g$

$= \nu R T_0\left(\left(\frac{T_x}{T_0} - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{16}\right)$





$m\frac{3}{10}g = \frac{3}{5}T$

$T = \frac{mg}{2}$

$2\upsilon\sin\frac{\alpha}{2} = \upsilon\sqrt{2(1-\cos\alpha)} =$

$= \frac{2}{\sqrt{5}}\upsilon$

$\cos\gamma = \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$2\frac{\nu R}{T_0}\int\limits_{T_0}^{\frac{5}{6}T_0} T\,dT = \frac{\nu R}{T_0}T_0^2\left(1-\frac{25}{36}\right) = \frac{11}{36}\nu R T_0$$

$$2\nu R\frac{T}{T_0}dT - \frac{3}{2}\nu R\,dT = dA$$

$$A = \int\limits_{T_0}^{T_x} \cdots = \nu R\left(\frac{T_x^2-T_0^2}{T_0} - \frac{3}{2}(T_x - T_0)\right) =$$

$$= \nu R T_0\left(\frac{T_x^2}{T_0^2} - \frac{3}{2}\frac{T_x}{T_0} + \frac{1}{2}\right) =$$

$$= \nu R T_0\left(\left(\frac{T_x}{T_0} - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{16}\right)$$

$$A = -\frac{\nu R T_0}{16}$$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21202283**

ID профиля: **850243**

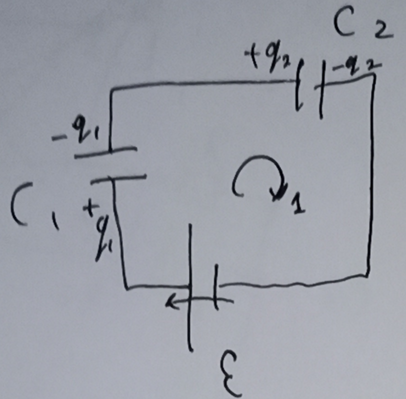
Вариант 1

до замыкания ключа:

0) пост. режим установился, то заряды на конденсаторах не меняются $\Rightarrow I = \frac{dq}{dt} = 0$ (ток через конд.)

$C_2 = C$

$C_1 = 2C$



из з. с. заряда на изолированном участке проводника

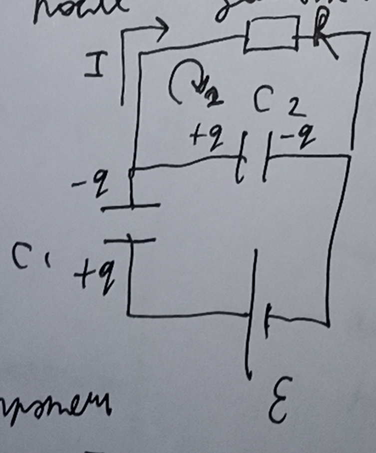
$-q_1 + q_2 = 0 \Rightarrow q_1 = q_2 = q$

$\Rightarrow$ по 2-ому з. Кирхгофа для контура 1:

$$\mathcal{E} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = \frac{q}{2C} + \frac{2q}{2C} = \frac{3q}{2C} \Rightarrow 3q = 2C\mathcal{E} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = \frac{2}{3} C\mathcal{E}$$

1) сразу после замык. ключа:



заряды ещё не перераспред. (иначе должен был бы протечь беск. большой ток, на резисторе бы выд. беск. много тепла)

по 2-ому з. Кирхгофа для контура 2

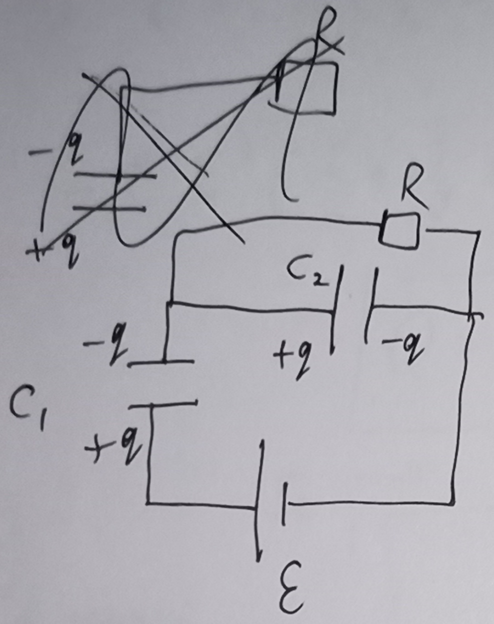
$$IR - \frac{q}{C_2} = 0$$

$$IR = \frac{q}{C_2} = \frac{2}{3}\mathcal{E}$$

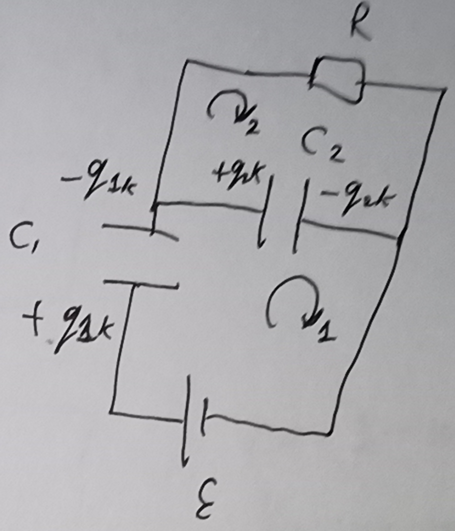
$$\boxed{I = \frac{2}{3}\frac{\mathcal{E}}{R}}$$

2)

Нач. момент: Конеч. момент:



$\Rightarrow$



2.1) в конеч. момент, поск. $\frac{dq}{dt} = I = 0$, токи нигде не текут (если течёт через резистор, то обязательно и через один из конд. $\Rightarrow$ через резистор тоже не течёт)

$\Rightarrow$ по 2-ому з. Кирхгофа для контура 2

$$0 \cdot R - \frac{q_{2k}}{C_2} = 0 \Rightarrow q_{2k} = 0$$

$\Rightarrow$ по 2-ому з. Кирхгофа для контура 1: $\varepsilon = \frac{q_{1k}}{C_1}$

$$\Rightarrow q_{1k} = C_1 \varepsilon = 2C\varepsilon$$

2.2) через источник ε протёк заряд $\Delta q = q_{1k} - q =$

$$= 2C\varepsilon - \frac{2}{3}C\varepsilon = 2C\varepsilon\left(1 - \frac{1}{3}\right) =$$

$$= \frac{4}{3}C\varepsilon$$

2.3) по З. С. Энергии м/у нач. и конеч. моментами:

$$A_{ист.} + \frac{q^2}{2C_1} + \frac{q^2}{2C_2} =$$

$$= \frac{q_{1k}^2}{2C_1} + \frac{q_{2k}^2}{2C_2} + Q$$

№3 | Чистовик | стр. 3/9

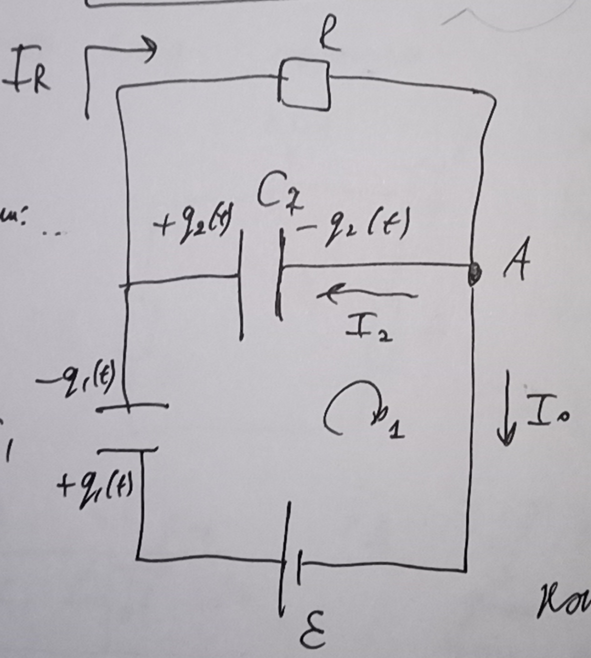
продолж. п.2) $A_{ист.} = \mathcal{E}\Delta q = \frac{4}{3}C\mathcal{E}^2$

$$\Rightarrow Q = \frac{4}{3}C\mathcal{E}^2 + \frac{1}{4C}\cdot\frac{4}{9}C^2\mathcal{E}^2 + \frac{1}{2C}\cdot\frac{4}{9}C^2\mathcal{E}^2 - \frac{1}{4C}\cdot 4C^2\mathcal{E}^2 =$$

$$= C\mathcal{E}^2\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{9}+\frac{2}{9}-1\right) = C\mathcal{E}^2\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}C\mathcal{E}^2$$

$$\boxed{Q = \frac{2}{3}C\mathcal{E}^2}$$

3)



в данный момент времени:

$I_2 = -\dot{q}_2(t)$

$I_0 = \dot{q}_1(t)$

(ток через конд. $I = \pm\frac{dq}{dt}$)

по 1-ому з. Кирхгофа для узла A:

$$\boxed{I_R = I_2 + I_0}$$

по 2-ому з. Кирхгофа для контура 1:

$$\mathcal{E} = \frac{q_1(t)}{C_1} + \frac{q_2(t)}{C_2} \Rightarrow$$

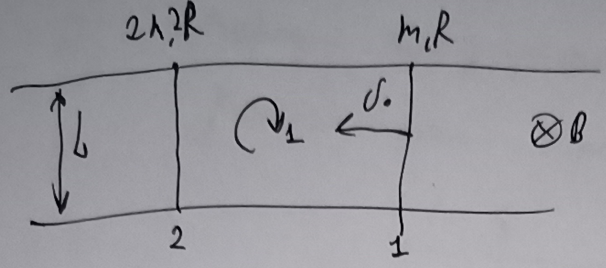
$\Rightarrow$ продифференцируем: $0 = \frac{\dot{q}_1(t)}{C_1} + \frac{\dot{q}_2(t)}{C_2} = \frac{I_0}{C_1} - \frac{I_2}{C_2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{I_0}{2C} = \frac{I_2}{C} \Rightarrow I_2 = \frac{I_0}{2} \Rightarrow I_R = I_2 + I_0 = \frac{3}{2}I_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{I_R = \frac{3}{2}I_0}$$

Ответ: 1) $I = \frac{2}{3}\frac{\mathcal{E}}{R}$; 2) $Q = \frac{2}{3}C\mathcal{E}^2$; 3) $I_R = \frac{3}{2}I_0$.

1)



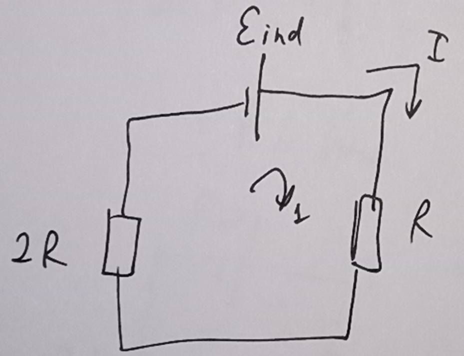
S – площадь контура

для контура 1: по з. Фарадея

$$\mathcal{E}_{ind} = |\dot{\Phi}_B| = \left|B \cdot \frac{dS}{dt}\right| = BLv_0 \text{ (в нач. момент времени)}$$

(по модулю)

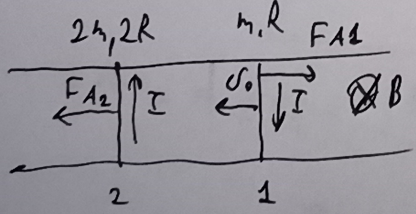
по правилу левого винта $\mathcal{E}_{ind}$ будет включ. в контур след. образом:



по 2-ому з. Кирхгофа для контура 1:

$\mathcal{E}_{ind} = 3RI \Rightarrow$

$$\Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{3R} = \frac{BLv_0}{3R}$$



$F_A = I[\vec{l}, \vec{B}]$

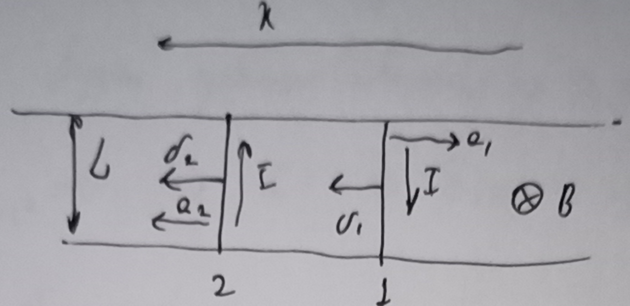
длина провод., сонапр. с I

$\Rightarrow$ по 2-ому з. Ньютона для перемычки 2:

$$ILB = 2ma \Rightarrow a = \frac{IBL}{2m} = \frac{v_0(BL)^2}{6mR}$$

$$\boxed{a = \frac{v_0(BL)^2}{6mR}}$$

2) ~~через продолжительный промежуток~~ рассмотрим произв. момент времени:



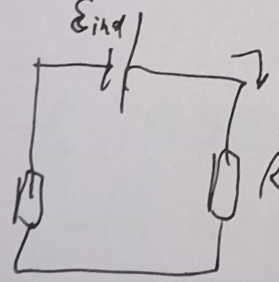
всё то же самое, но: ~~$(v_1 > v_2)\ \forall t$~~

$$\left|\frac{dS}{dt}\right| = L(v_1 - v_2) \Rightarrow \mathcal{E}_{ind} = BL(v_1 - v_2) =$$

~~(по модулю)~~ ~~(относительная~~

$$= BL v_{отн.}$$

$\Rightarrow$



$$I = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{3R} = \frac{BL v_{отн.}}{3R}$$

$\Rightarrow$ ~~ЗС~~ 2-ой з. Ньютона для обеих перемычек

$$2ma_2 = IBL = \frac{(BL)^2 v_{отн.}}{3R} \Rightarrow a_2 = \frac{(BL)^2 v_{отн.}}{6mR}$$

$$ma_1 = IBL = \frac{(BL)^2 v_{отн.}}{3R} \Rightarrow a_1 = \frac{(BL)^2 v_{отн.}}{3mR} = 2a_2$$

$\forall t \Rightarrow$ принимая за полож. напр. оси Ox:

$$dv_2 = a_2\, dt, \quad dv_1 = -a_1\, dt = -2a_2\, dt = -2\, dv_2$$

$\Rightarrow$ изменение скорости за всё время: $\Delta v_1 = -2\Delta v_2$

Продл. п.2) ⇒ скорость в конеч. момент

$$v_{20} = \Delta v_2 \qquad v_{10} = v_0 - 2\Delta v_2$$

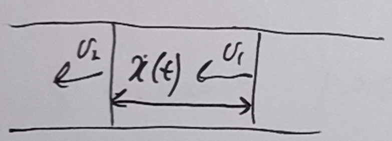
При этом, через продл. период времени движение будет установившимся ⇒ $a_{1,2} = \frac{dv_{1,2}}{dt} = 0$

$$\Rightarrow F_{A1,2} = 0 \Rightarrow I = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_{ind} = 0 \Rightarrow v_{отн.} = 0$$

$$\Rightarrow v_{20} = v_{10}$$

$$\Delta v_2 = v_0 - 2\Delta v_2 \Rightarrow \Delta v_2 = \frac{v_0}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{20} = v_{10} = \frac{v_0}{3}}$$

3) 

$$a_2 = \frac{(BL)^2 v_{отн.}}{6mR} \Rightarrow \boxed{v_{отн.} = \frac{6mR}{(BL)^2} a_2}$$

$v_{отн.} = v_1 - v_2$ ⇒ для произв. момента времени:

$$dx(t) = -(v_1 - v_2)\,dt = -v_{отн.}\,dt =$$

$$= -\frac{6mR}{(BL)^2} a_2\,dt = -\frac{6mR}{(BL)^2}\,dv_2$$

искомое расст.

за всё время: $$\Delta x = -\frac{6mR}{(BL)^2}\Delta v_2 = -\frac{2mRv_0}{(BL)^2} = S_x - S_0$$

$$\Rightarrow \boxed{S_x = S_0 - 2\frac{mRv_0}{(BL)^2}} > 0,$$

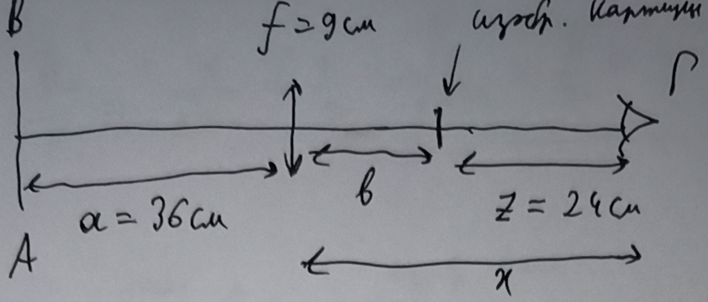
т.к. по усл. перемычки не столкнулись.

Ответ: 1) $a = \frac{v_0 (BL)^2}{6mR}$; 2) $v_{10} = v_{20} = \frac{v_0}{3}$; 3) $S_x = S_0 - 2\frac{mRv_0}{(BL)^2}$.

№ 5

Чистовик

1)



по ф-ле тонкой линзы:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \Rightarrow b=\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{a}\right)^{-1}=\frac{af}{a-f}$$

(тк. все т. картины расп. на расст. a от линзы, то и все т. изобр. будут расп. на одном и том же расст. b от линзы)

$$b=\frac{af}{a-f}=\frac{36см\cdot 9см}{36см-9см}=\frac{4\cdot 9^2}{3^3}см=\frac{4\cdot 3^4}{3^3}см=12см$$

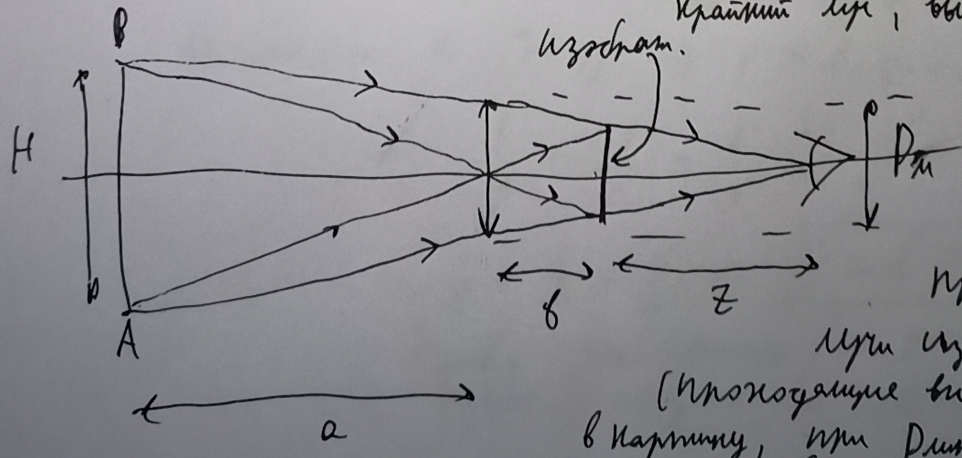
⇒ искомое расст. $x=b+z=36$ см

$$\boxed{x=b+z=\frac{af}{a-f}+z=36см}$$

2)

$H = 9см$

в крайнем случае при min $D_{линзы}$ крайний луч, вых. из т. B, попадёт в изображение т. A (и наоборот)



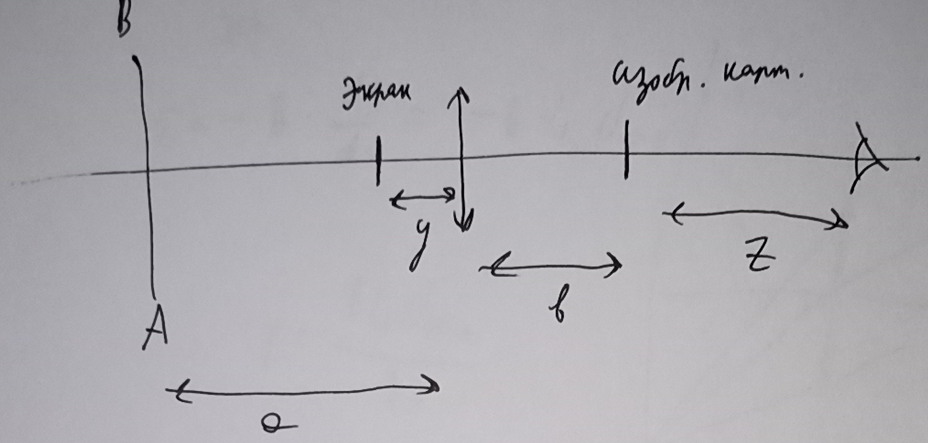
При $D_{линзы} > D_м$ лучи из т. B не попадут (проходящие вне линзы) в картину, при $D_{линзы} < D_м$ таких лучей будет больше.

из подобия Δ-ков: $\frac{D_м}{H}=\frac{b+z}{b+z+a}=\frac{x}{a+x}=\frac{36см}{36\cdot 2см}=\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{D_м=\frac{H}{2}=4{,}5\ см}$

№ 5

продол. п.2) $\frac{D_м}{H} = \frac{x}{x+a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{D_м = \frac{H}{2} = 4{,}5 \text{ см}}$

3)



положим, что экран излучает свет, найдём местоположение его изобр. p:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f} \Rightarrow p = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{y}\right)^{-1} = \frac{yf}{y-f}$$

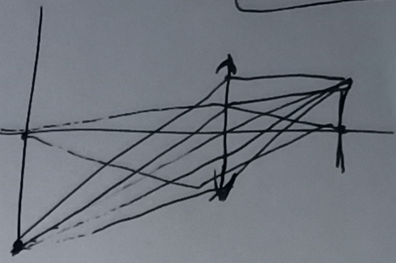
однако экран не излуч., а погл. свет $\Rightarrow$ там, где его изобр., будет тёмное пятно, но поск. оно маленькое, то оно закроет всю картину, если будет прямо почти вплотную к глазу $\Rightarrow p = b + z = x = 36 \text{ см} = a$

$$\Rightarrow \frac{1}{y} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \boxed{y = b = 12 \text{ см}}$$

— слева от линзы на раст. y от неё необх. разместить экран

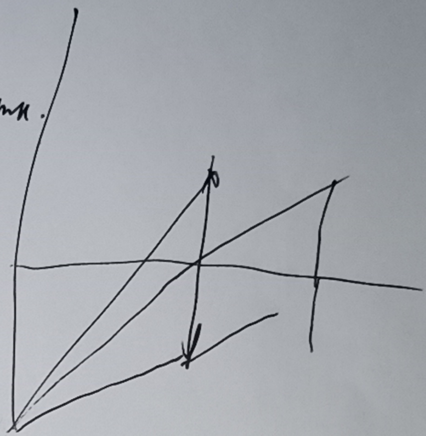
Ответ: 1) $x = \frac{af}{a-f} + z = 36$ см ; 2) $D_м = H\frac{x}{x+a} = \frac{H}{2} = 4{,}5$ см ; 3) $y = b = 12$ см.



$\vec{F}_л = q[\vec{v}, \vec{B}]$ $\quad F_A = I[\vec{l}, \vec{B}]$

$I\sim$

$\mathcal{E} = -B \cdot \frac{dS}{dt} = -B \cdot L\, v_{отн.}$



$I = \frac{BLv_{отн.}}{3R}$

$a_2 = \frac{v_{отн.}(BL)^2}{6mR}$

$a_1 = \frac{ILB}{m} = \frac{v_{отн.}(BL)^2}{3mR}$

dL

$dl = (v_1 - v_2)dt =$