Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21202798**

ID профиля: **217335**

Вариант 1

(2)

$$C(T) = 2R\frac{T}{T_0}$$

ν

T_0

1) $T_0 \to \frac{5}{6}T_0$

$$\int_0^{Q_1'} \delta Q = \nu\int_{T_0}^{\frac{5}{6}T_0} C(T)\,dT$$ – тепло сообщённое газу

$$Q_1' = \frac{2\nu R}{T_0}\int_{T_0}^{\frac{5}{6}T_0} T\,dT \Rightarrow Q_1' = \frac{2\nu R}{T_0}\cdot\frac{T^2}{2}\Big|_{T_0}^{\frac{5}{6}T_0}$$

$$Q_1' = \frac{\nu R}{T_0}\left(\frac{25}{36}T_0^2 - T_0^2\right) = -\frac{11}{36}\nu R T_0$$

Знак „–" подразумевает отдачу тепла газом, т.к здесь Q_1' – сообщённое тепло

~~Но нужно~~ тепло Q_1, которое отдал газ ~~то~~:

$$Q_1 = \frac{11}{36}\nu R T_0$$

2) $T - ?$ (A - min)

$$\delta Q = \delta A + dU$$

Уравнения $i = 3$

$$\delta Q = \delta A + \frac{3}{2}\nu R\,dT$$

~~тепло~~ ~~полученное~~ газом

$$\nu C(T)\,dT = \delta A + \frac{3}{2}\nu R\,dT$$

$$\delta A = \nu\left(C(T) - \frac{3}{2}R\right)dT$$

$$\delta A = \nu\left(2R\frac{T}{T_0} - \frac{3}{2}R\right)dT$$

$$\int_0^A \delta A = \nu R\int_{T_0}^{T}\left(\frac{2T}{T_0} - \frac{3}{2}\right)dT$$

$$A = \nu R\left(\frac{T^2}{T_0} - \frac{T_0^2}{T_0} - \left(\frac{3}{2}T - \frac{3}{2}T_0\right)\right)$$

$$A = \nu R\left(\frac{T^2}{T_0} - T_0 - \frac{3}{2}T + \frac{3}{2}T_0\right)$$

$$A = \nu R\left(\frac{T^2}{T_0} - \frac{3}{2}T + \frac{1}{2}T_0\right)$$

$$\frac{\delta A}{\nu R\, dT} = \frac{2T}{T_0} - \frac{3}{2} = 0$$ ← хотим найти минимум

$$\boxed{T = \frac{3}{4}T_0}$$ — это точно минимум, т.к графиком такой функции является парабола ветками вверх.

3) $A_{min} = \nu R\left(\frac{1}{T_0}\cdot\frac{9T_0^2}{16} - \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{4}T_0 + \frac{1}{2}T_0\right) =$

$= \nu R\left(\frac{9}{16}T_0 - \frac{9}{8}T_0 + \frac{1}{2}T_0\right)$

$\frac{9}{16} - \frac{9}{8} = -\frac{9}{16}$

$\frac{1}{2} - \frac{9}{16} = \frac{8}{16} - \frac{9}{16}$

$$\boxed{A_{min} = -\frac{1}{16}\nu R T_0}$$

Понятно, что это минимальная работа по модулю, т.к. она отрицательная

$|A_{min}| = \frac{1}{16}\nu R T_0$

Ответ:

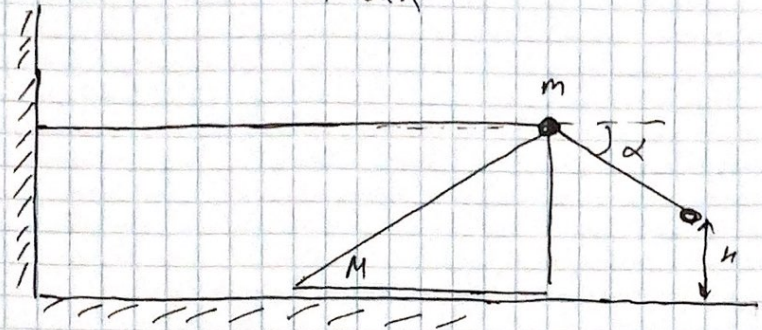
1) $Q_1 = \frac{11}{36}\nu R T_0$

2) $T = \frac{3}{4}T_0$

3) $A_{min} = -\frac{1}{16}\nu R T_0$

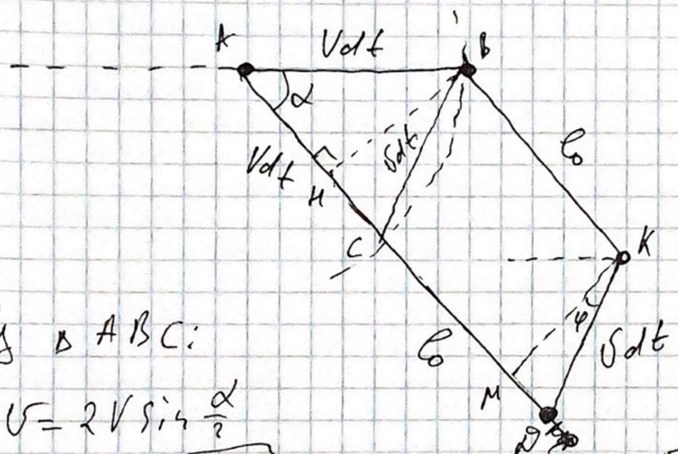
$|A_{min}| = \frac{1}{16}\nu R T_0$

(1)



$\cos\alpha = \frac{3}{5}$

1) Рассмотрим два последовательных положения шара, через время dt. Скорость шара – v, скорость клина – V.



Учитываем, что нить не растяжимая.

$BK = CD$

Из Δ ABC:

$v = 2V\sin\frac{\alpha}{2}$

$v = 2V\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = 2V\sqrt{\frac{1-\frac{3}{5}}{2}} = 2V\sqrt{\frac{2}{10}} = \frac{2V}{\sqrt{5}}$

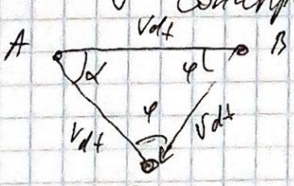
$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

$BH = KM$

$v\cos\varphi = V\sin\alpha$

$\cos\varphi = \frac{\sqrt{5}}{2}\sin\alpha = \frac{5}{2}\cdot$

$\vec{v}$ сонаправленно с ускорением шара, т.к. $v_0 = 0$.

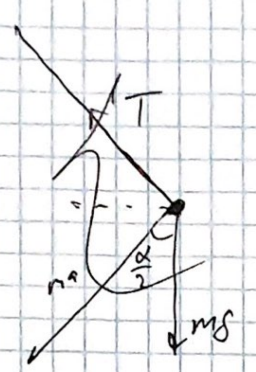


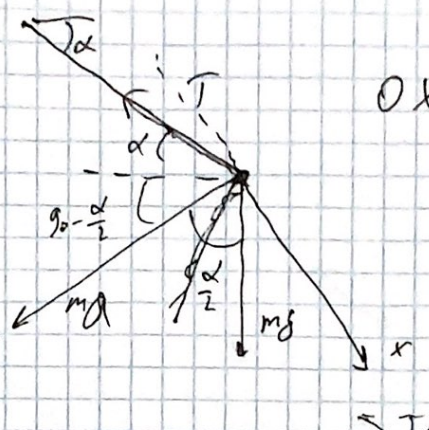
$\alpha + 2\varphi = \pi$ вектора ускорения

$\boxed{\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}}$ – угол к горизонту

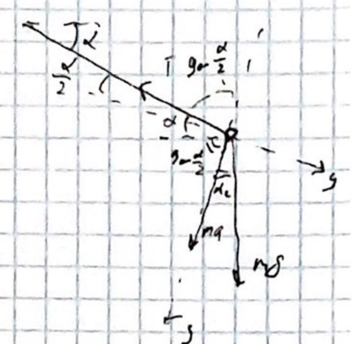
$\sin\varphi = \cos\frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

г) Рассмотрим шар:





$OX \perp OY$



II з-н Ньютона:

Oy: $ma = T\cos\left(90+\frac{\alpha}{2}\right) + mg\cos\frac{\alpha}{2}$

Ox: $mg\sin\frac{\alpha}{2} = T\sin\left(90+\frac{\alpha}{2}\right)$

$$mg\sin\frac{\alpha}{2} = T\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{3}{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{mg\cdot}{\sqrt{5}} = T\cdot\frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow T = \frac{mg}{2}$$

$$ma = mg\cos\frac{\alpha}{2} - \frac{mg}{2}\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$ma = \frac{mg\cdot 2}{\sqrt{5}} - \frac{mg}{2\sqrt{5}} = mg\left(\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{2\sqrt{5}}\right) = mg\cdot\frac{3}{2\sqrt{5}}$$

$$\boxed{a = g\cdot\frac{3}{2\sqrt{5}}}$$

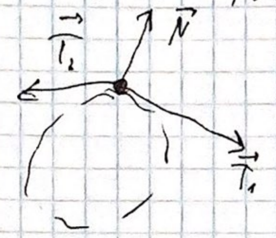
Вернёмся к первому пункту: там было показано, что

$v = \frac{2V}{\sqrt{5}} \Rightarrow \underline{a_{шара} = \frac{2}{\sqrt{5}}\, a_{клина}}$, т.к. $v_0 = 0$, $V_0 = 0$

$$a_{клина} = \frac{\sqrt5}{2} a_{шара} = \frac{\sqrt5}{2}\cdot\frac{3g}{2\sqrt5}$$

$$\boxed{a_{клина} = \frac{3}{4} g}$$

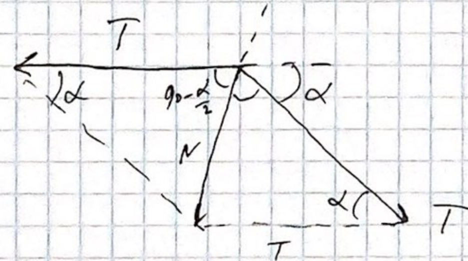
3) Пусть сила натяжения нити T. Рассмотрим кусок нити, который прилегает к блоку:



Т.к. он лежит:

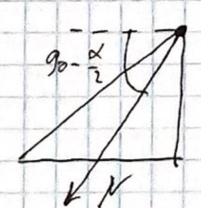
$$\vec N + \vec T_2 + \vec T_1 = 0$$

$$|T_1| = |T_2| = T$$



$$N = 2T\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt5}T = \frac{mg}{\sqrt5}$$ (см. пункт 2)

△ клин:



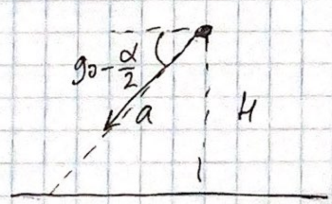
M – масса клина

$$M a_{клина} = N\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$M\cdot\frac{3}{4}g = \frac{mg}{\sqrt5}\cdot\frac{1}{\sqrt5}$$

$$\frac{3}{4}M = \frac{m}{5} \Rightarrow \boxed{\frac{m}{M} = \frac{15}{4}}$$

4)



$$\frac{H}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{at^2}{2}$$

$$H\cdot\frac{\sqrt5}{\cancel{2}} = g\cdot\frac{3}{2\sqrt5}\cdot\frac{t^2}{\cancel{2}}$$

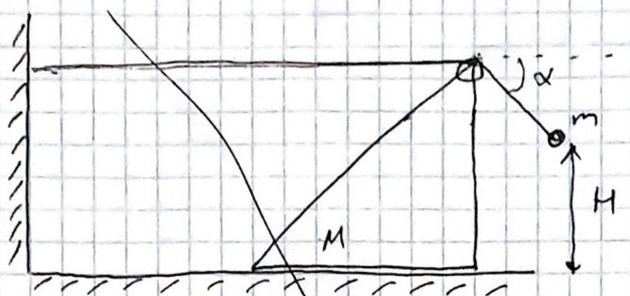
$$t = \sqrt{\frac{10}{3}\frac{H}{g}}$$

Ответ:

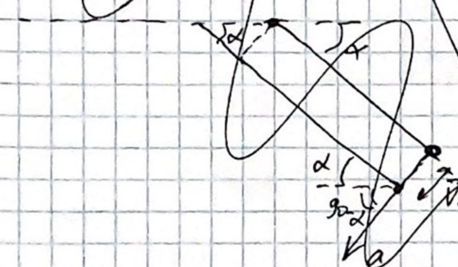
1) $\sin\varphi = \frac{2}{\sqrt5}$ $(\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2})$
2) $a_к = \frac{3}{4}g$
3) $\frac{m}{M} = \frac{15}{4}$
4) $t = \sqrt{\frac{10}{3}\frac{H}{g}}$

$\cos\alpha = \frac{3}{5}$

(1)



1) Т.к нить всегда образует угол α с горизонтом, шар движется перпендикулярно нити:

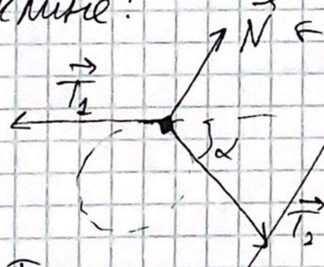


$\vec{V}$ сонаправленно с $\vec{a}$, т.к. $\vec{V}_{в\ начале} = 0$

Т.Е. ускорение шарика направленно под углом $\varphi = 90 - \alpha$ к горизонту

2) $a_к$ Пусть сила натяжения нити T. рассмотрим участок нити, который касается блока на клине:

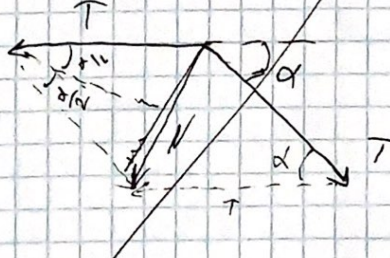
$\vec{N}$ ← сила реакции блока



Т.к нить лёгкая:

$\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{N} = 0$

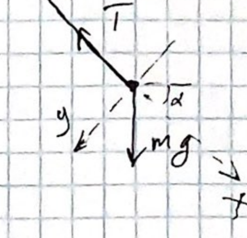
$|T_1| = |T_2| = T$



← отсюда

$N = 2T \sin\frac{\alpha}{2}$

Теперь рассмотрим шарик:



$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$

Проекция ускорение на ось, сонаправленную с нитью равна 0.

90
$\cancel{180}-\alpha/2-(90-\alpha)/2$

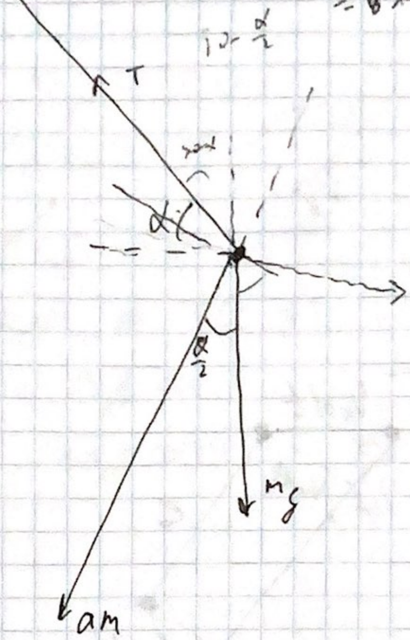
$=90+\frac{\alpha}{2}$

$90-\frac{\alpha}{2}$

$\cos(90+\frac{\alpha}{2})=$

$\cos 90\cos\frac{\alpha}{2}-\sin 90\sin\frac{\alpha}{2}$

$=-\sin\frac{\alpha}{2}$



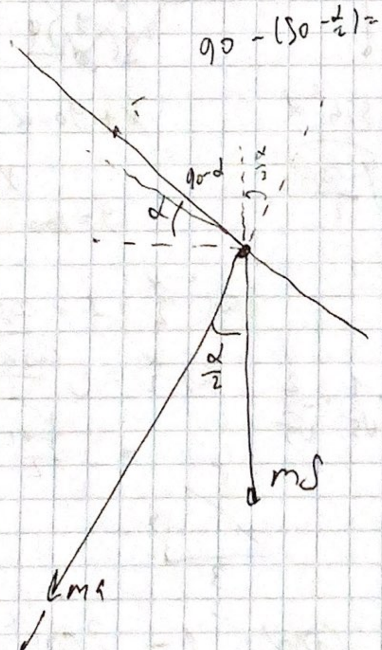
$ma=mg\cos\frac{\alpha}{2}-T\sin\frac{\alpha}{2}$

$mg\sin\frac{\alpha}{2}=T\cos\frac{\alpha}{2}$

$\cos\alpha=1-2\sin^2\frac{\alpha}{2}$

$2\sin\frac{\alpha}{2}=2\sqrt{\frac{1-\cancel{2}\cos\alpha}{2}}$

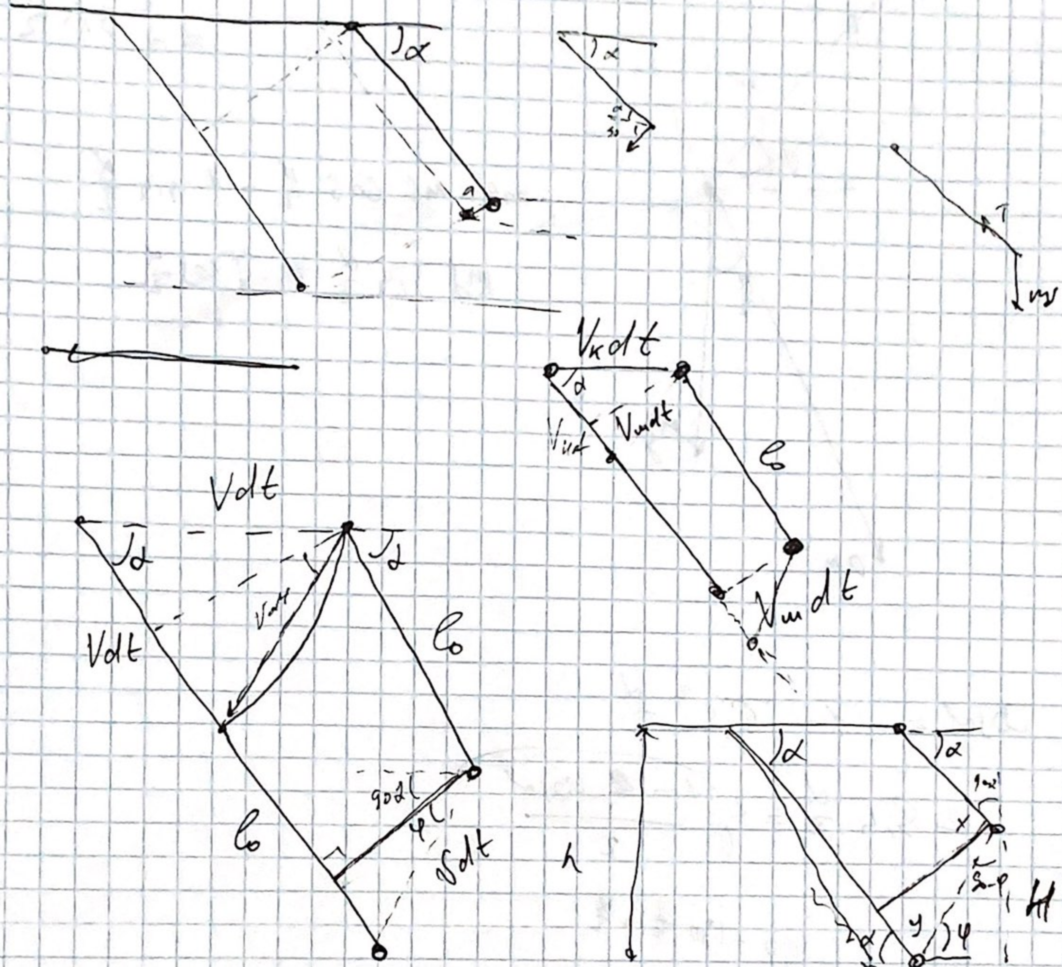
$90-(90-\frac{\alpha}{2})=\frac{\alpha}{2}$



$ma=mg\cos\frac{\alpha}{2}-T\sin\frac{\alpha}{2}$

$mg\sin\frac{\alpha}{2}=T\cos\frac{\alpha}{2}$

~~Чистовик~~
Черновик



$\upsilon = 2V \sin\frac{\alpha}{2}$ $\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$ $x + 90 - \alpha + 90 - \varphi = 180$

$\sin^2\alpha = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$ $x = \alpha + \varphi$

$\cos\alpha = 1 - 2\sin\alpha/2$ $y = 180 - (\alpha+\varphi)$

$\upsilon = V(1-\cos\alpha) = \frac{2}{5}V$ $2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1 = \cos\alpha$

$\upsilon\cos\varphi = V\sin\alpha$ $\frac{4}{5} = \frac{1}{\sqrt5}\cdot\frac{2}{\sqrt5}$ $\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\cos\alpha+1}{2}} = \frac{\frac{3}{5}+1}{2} = \sqrt{\frac{8}{10}}$

$V\sin\alpha = \upsilon\cos\frac{\alpha}{2}$

$\frac{4}{5} = \frac{10}{\sqrt2}\cdot\frac{\sqrt8}{\sqrt{10}} =$

$= \sqrt{10}\sqrt{4}$ $\cos\alpha = 1 - 2\cos^2\frac{\alpha}{2}$

$\upsilon^2 = V^2$ $\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{3}{5}}{2}} = \sqrt{\frac{8}{10}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

II з-н Ньютона на ось X:

$$T - mg\sin\alpha = 0$$

$$T = mg\sin\alpha$$

$$N = 2mg\sin\alpha\sin\frac{\alpha}{2}$$

II з-н Ньютона на ось y:

$$ma = mg\cos\alpha$$

$a = g\cos\alpha$, a – ускорение шара

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21202798**

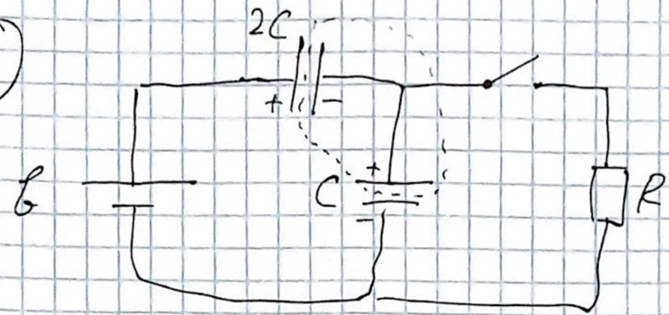
ID профиля: **217335**

Вариант 1

Чистовик

$E = \mathcal{E}$ ← пишу так

3



1) В уст. режиме

$U_1 + U_2 = \mathcal{E}$, где U_1 – напряжение на конденсаторе 2C, U_2 – на C

На выделенной пунктиром части схемы заряд не меняется и равен 0 => заряды на конденсаторах одинаковые

$$2U_1C = U_2C$$

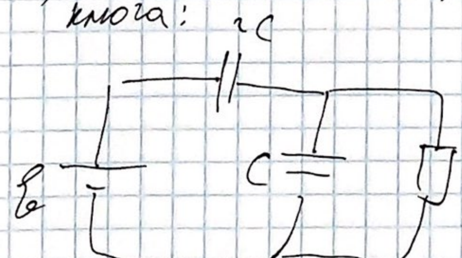
$U_2 = 2U_1$ отсюда $U_1 = \frac{\mathcal{E}}{3}$, $U_2 = \frac{2\mathcal{E}}{3}$

Сразу после замыкания ключа заряд на C не успел измениться => напряжение на резисторе $U_R = U_C = \frac{2\mathcal{E}}{3}$

Тогда ток I_1 через резистор:

$$\underline{I_1 = \frac{2\mathcal{E}}{3R}}$$

2) Определим, какой режим установится после замыкания ключа:



В уст. режиме ток нигде не течет, т.е. напряжение на 2C равно $\mathcal{E}$, а заряд на нём это $2C\mathcal{E}$

З.С.Э.:

$$\underbrace{W_1}_{\text{начальная энергия конденсаторов}} + \underbrace{A_{\mathcal{E}}}_{\text{работа источника}} = \underbrace{W_2}_{\text{конечная эн. конденс.}} + \underbrace{Q}_{\text{тепло}}$$

Чистовик

$$W_1 = \frac{2C\cdot\left(\frac{\mathcal{E}}{3}\right)^2}{2} + \frac{C\left(\frac{2\mathcal{E}}{3}\right)^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{9} + \frac{2C\mathcal{E}^2}{9} = \frac{C\mathcal{E}^2}{3}$$

$$W_2 = \frac{2C\mathcal{E}^2}{2} = C\mathcal{E}^2$$

$A_\mathcal{E} = \int \mathcal{E}\, dq = \mathcal{E}\Delta q$, Δq – заряд, протекший через источник

Т.к. $2C$ и $\mathcal{E}$ соединены последовательно, через них прошёл одинаковый заряд.

$$\Delta q = \Delta q_{\text{на конденсаторе } 2C} = 2C\mathcal{E} - \frac{2C\mathcal{E}}{3} = \frac{4}{3}C\mathcal{E}$$

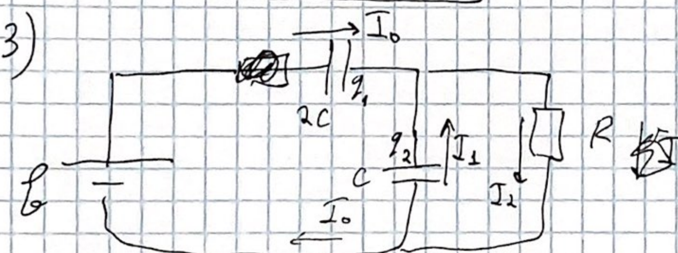
$$A_\mathcal{E} = \frac{4}{3}C\mathcal{E}^2$$

Итого,

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{3} + \frac{4}{3}C\mathcal{E}^2 = C\mathcal{E}^2 + Q$$

$$\boxed{Q = \frac{2}{3}C\mathcal{E}^2}$$

3)



I_1 имеет такое направление, т.к. конденсатор разряжается.

1) $\mathcal{E} = \frac{q_1}{2C} + I_2 R$

$I_0 = \frac{dq_1}{dt}$

$\frac{dq_1}{dt} - \frac{dq_2}{dt} = \frac{q_2}{RC}$

2) $I_0 + I_1 = I_2$

3) $\frac{q_2}{C} = I_2 R \Rightarrow \frac{dq_2}{C\,dt} = \frac{dI_2}{dt}R$

$I_1 = -\frac{dq_2}{dt} \to -\frac{I_1}{C} = \frac{dI_2}{dt}R$

$\cancel{\frac{dq_1}{dt} - \frac{dq_2}{dt} = \frac{q_2}{RC}}$

$\mathcal{E}$ $\cancel{\mathcal{E} = \frac{q_1}{2C} + I_2 R \Rightarrow \int_{\frac{2}{3}C\mathcal{E}}^{q_1} \frac{dq_1}{2C} + R\int_{\frac{2\mathcal{E}}{R}}^{I_2} dI_2 = 0}$

$\cancel{\frac{q_1 - \frac{2}{3}C\mathcal{E}}{2C} = R\left(\frac{2\mathcal{E}}{R} - I_2\right)}$

Чистовик

$$I_0 - \frac{dI_2}{dt} RC = I_2 \qquad (1)$$

$$I_0 = \frac{dq_1}{dt}$$

из 1)

$$\frac{dq_1}{2C\,dt} = -\frac{dI_2}{dt} R \Rightarrow I_0 = -2RC \frac{dI_2}{dt}$$

$$-3RC \frac{dI_2}{dt} = I_2$$

$$\int_{\frac{2\mathcal{E}}{3R}}^{I_2} \frac{dI_2}{I_2} = -\int_0^t \frac{dt}{3RC}$$

t - время, когда ток через C_1 равен I_0

$$\ln \frac{I_2}{\frac{2\mathcal{E}}{3R}} = -\frac{t}{3RC}$$

$$I_2 = \frac{2\mathcal{E}}{3R} e^{-\frac{t}{3RC}}$$

$$\frac{dI_2}{dt} = -\frac{2\mathcal{E}}{9R^2C} e^{-\frac{t}{3RC}} \qquad \text{Подставим в 1}$$

$$I_0 + \frac{2\mathcal{E}}{9R} e^{-\frac{t}{3RC}} = \frac{2\mathcal{E}}{3R} e^{-\frac{t}{3RC}}$$

$\frac{2}{3} - \frac{2}{9} =$
$= \frac{6}{9} - \frac{2}{9} =$

$$I_0 = \frac{4}{9}\frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{3RC}} = \frac{2}{3} \cdot \underbrace{\frac{2}{3}\frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{3RC}}}_{I_2}$$

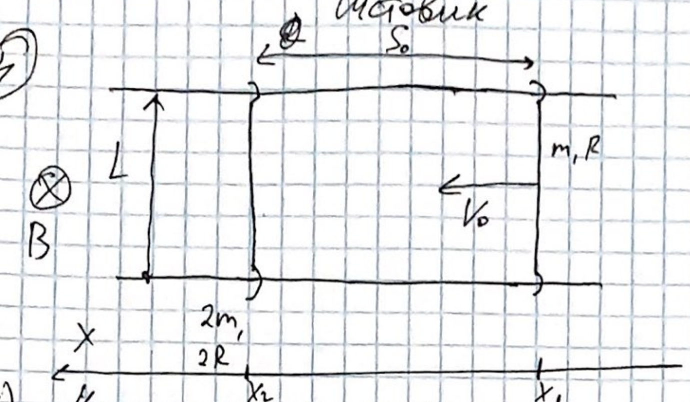
$$\boxed{I_2 = \frac{3}{2} I_0}$$

Чистовик

стр. 4

4

~~длина~~ перемычки ℓ



1) Когда поехала перемычка один, ~~на~~ магнитный поток через контур стал меняться $\Rightarrow$ появилась $\mathcal{E}_i$ $\Rightarrow$ появился ток.

$$\mathcal{E}_i = -\dot{\Phi} = -\frac{d}{dt}\left(B\ell(x_2 - x_1)\right) =$$

$$= \cancel{B\ell}\ B\ell(\underbrace{\dot{x}_1}_{V_0} - \underbrace{\dot{x}_2}_{0}) =$$

$$\mathcal{E}_i(0) = B\ell V_0$$

Правило Кирхгофа:

$$\mathcal{E}_i = I \cdot 3R \qquad , I_0 - \text{~~тока~~ ток вначале в нач. мом. времени}$$

$$B\ell V_0 = 3I_0 R$$

II З-н Ньютона для второй перемычки:

$$2m a_2 = B\ell I_0$$

a_2 направлено влево, т.к. ~~площадь~~ ~~не~~ хо поток „не хочет" уменьшаться

$$I_0 = \frac{BLV_0}{3R}$$

$$2m a_2 = \frac{B^2L^2V_0}{3R} \Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{B^2L^2V_0}{6m}}$$

2) $\mathcal{E}_i = BL(V_1 - V_2) = BL\,V_{отн}$

$\cancel{BL(V_1 - V_2)}$ $\cancel{BL\,V_{отн}}$

$$BL(V_1 - V_2) = 3RI \quad ; \quad I = \frac{BL}{3R}(V_1 - V_2)$$

$$2m\frac{dV_2}{dt} = \frac{B^2L^2}{3R}(V_1 - V_2)$$

$$m\frac{dV_1}{dt} = -\frac{B^2L^2}{3R}(V_1 - V_2)$$

$\cancel{\frac{dV}{dt} < 0}$ Скорость первой уменьшается

Сложим две этих уравнения:

$$2m\frac{dU_2}{dt} + m\frac{dU_1}{dt} = 0$$

В конце перемычки должны иметь одинаковые скорости v.

$$2\int_0^{v} dU_2 + \int_{V_0}^{v} dU_1 = 0$$

$$2v + v - V_0 = 0$$

$$\boxed{v = \frac{V_0}{3}}$$

3) $$2m\frac{dU_2}{dt} = \frac{B^2L^2}{3R}(U_1 - U_2) \quad /\cdot dt$$

$$2m\int_0^{V_0/3} dU_2 = \frac{B^2L^2}{3R}\int_0^{S_{отн}} d\underbrace{S_{отн}}_{\text{относительное перемещение}}$$

$$\frac{2mV_0}{3} = \frac{B^2L^2}{3R}S_{отн} \Rightarrow S_{отн} = \frac{2mV_0R}{B^2L^2}$$

Перемычки сблизились.

Через большой промежуток ~~времени~~ времени

Расстояние S м/д перемычками равно

$$\boxed{S = S_0 - \frac{2mV_0R}{B^2L^2}}$$

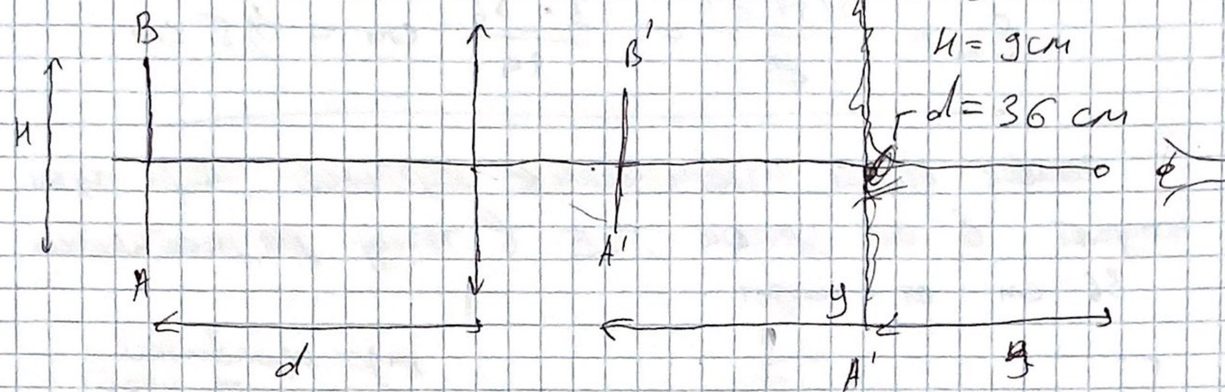
Чистовик. стр. 6.

(5)

$F = 9$ см $\quad y = 24$ см

$H = 9$ см

$d = 36$ см

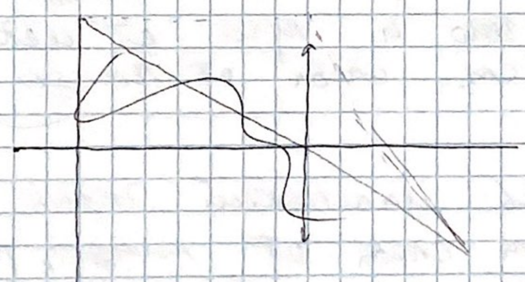


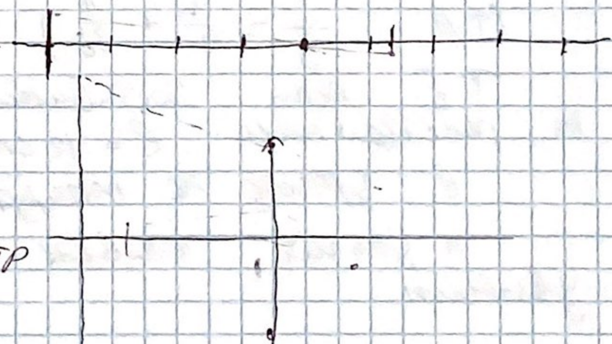
1) Определим, на каком расстоянии f от линзы будет находиться изображение AB:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{Fd}{d-F} = 12\text{ см}$$

Значит, $x = y + f = 12\text{ см} + 24\text{ см} = 36\text{ см}$

2)



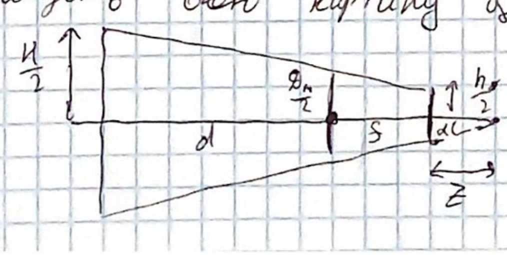


Для начала определим диаметр h изображения картины.

$$\frac{h}{H} = \frac{f}{d}$$

$$h = \frac{12}{36} \cdot 9\text{ см} = 3\text{ см}$$

Крайний случай, когда наблюдатель сможет увидеть всю картину целиком выглядит так:



$$\frac{H}{2(d+f+z)} = \frac{h}{2z}$$

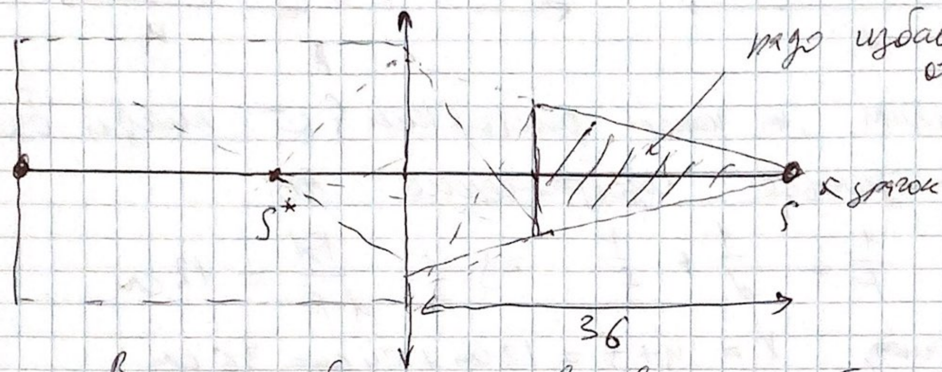
$$Hz = (d+f)h + hz$$

$$z = \frac{(d+f)h}{H-h} = \frac{48 \cdot 3}{6} = 24\text{ см}$$

$$\frac{h}{z} = \frac{D_м}{f+z}$$

$$D_м = \frac{h(f+z)}{z} = \frac{3 \cdot 36}{24} \text{ см} = 4{,}5 \text{ см}$$

3) человек видит изображение картины, когда лучи попадают в его зрачок, т.е. в точку на расстоянии 36 см от линзы



В силу обратимости световых лучей, если зрачок посчитать источником, то лучи от него пойдут по тому же пути, что и лучи от источника на расстоянии 12 см слева от линзы

(т.к. $\frac{1}{9} = \frac{1}{12} + \frac{1}{36}$)

Т.е. если поставить маленький экран на расстоянии $\ell = 12$ см слева от линзы, то в зрачок не попадут лучи от картины, а значит человек эту картину и не увидит.

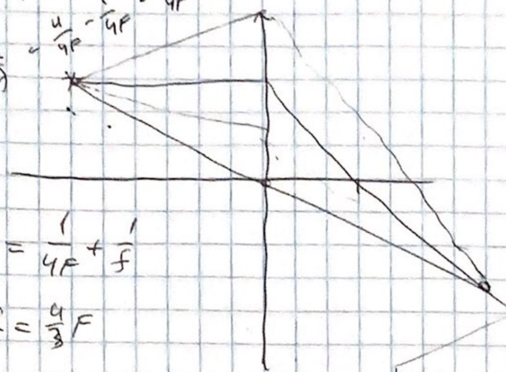
Ответ: 1) $x = 36$ см

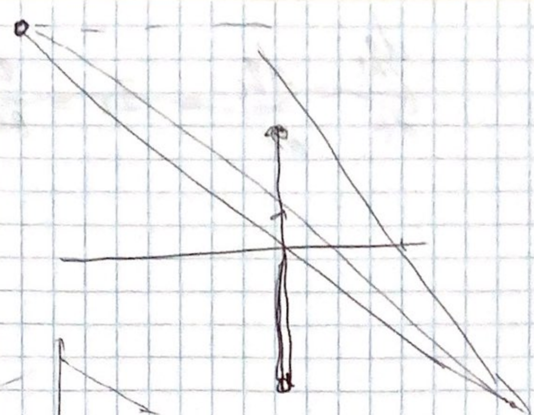
2) $D_м = 4{,}5$ см

3) $\ell = 12$ cm слева от линзы на главной оптической оси.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{4F} + \frac{1}{f} \qquad f = \frac{4}{3}F$$

$$\frac{1}{f} = \frac{4}{4F} - \frac{1}{4F} = \frac{3}{4F}$$





$$\frac{1}{F} = \frac{1}{4F} + \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{4}{3}F$$