Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

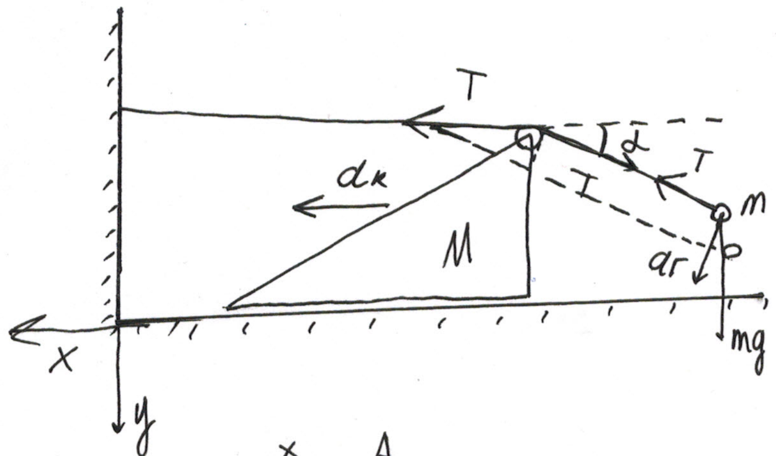
Шифр: **21200079**

ID профиля: **168887**

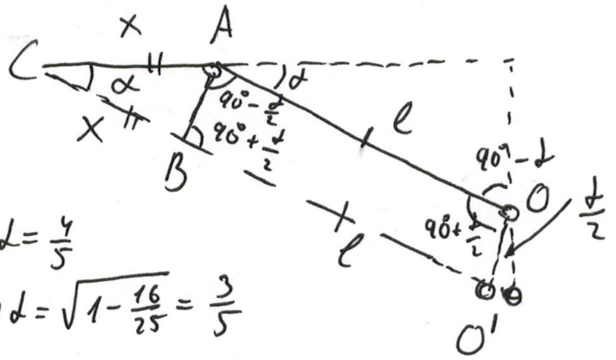
Вариант 2

Чистовик

№1



1) Пусть изначально наклонённая ~~длина~~ часть нити имеет длину l.
Когда клин проехал расстояние x – наклонённая часть нити имеет длину $x+l$



$\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

$AC = x = CB \Rightarrow$

$\angle CAB = \angle CBA = 90° - \frac{\alpha}{2}$

$AO = BO' = l$, $CO' = x + l$

$\angle ABO' = 90° + \frac{\alpha}{2}$

$\angle BAO = 180° - \alpha - 90° + \frac{\alpha}{2} =$

$= 90° - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к $AO \parallel BO'$ и $AO = BO' \Rightarrow$

$\Rightarrow AOO'B$ – параллелограмм $\Rightarrow \angle AOO' = 90° + \frac{\alpha}{2} = \angle ABO'$, тогда ускорение шара направлено ~~под углом~~ по направлению OO', т.е под углом $\frac{\alpha}{2}$ к вертикали.

$$2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1 = \cos\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow 2\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{9}{5} \Leftrightarrow \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{9}{10} \Rightarrow \boxed{\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}}$$

2) Пусть $a_к$ – ускорение клина
$a_г$ – ускорение ~~груза~~ шара.
В треугольнике CAB: ~~CB~~ $CA = x = \frac{a_к t^2}{2} = CB$, где t – время движения.

$AB = \frac{a_г t^2}{2}$. $AB = 2\cdot CA \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \frac{a_г t^2}{2} = 2\cdot\frac{a_к t^2}{2}\cdot\sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow a_г = 2 a_к \sin\frac{\alpha}{2}$.

Чистовик.

Продолжение задачи №1

Пусть M – масса клина, m – масса шара.

Второй закон ньютона на ось x для клина:

(1) $Ma_к = T - T\cos\alpha = T(1-\cos\alpha)$

Второй закон ньютона для шара на ось x

(2) $ma_г \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = T\cos\alpha$

(3) т. к. $a_г = 2a_к \sin\frac{\alpha}{2}$, то

$2m\,a_к \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = T\cos\alpha$. Поэтому разделим (2) на (1):

$$\frac{2ma_к \sin^2\frac{\alpha}{2}}{Ma_к} = \frac{T\cos\alpha}{T(1-\cos\alpha)} \Leftrightarrow \frac{2\cancel{a_к}\sin^2\frac{\alpha}{2}m}{M} = \frac{\cos\alpha}{1-\cos\alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{\cos\alpha}{2\sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot(1-\cos\alpha)}$$

$\sin^2\frac{\alpha}{2} = 1-\cos^2\frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$, поэтому

$$\frac{m}{M} = \frac{\frac{4}{5}}{2\cdot\frac{1}{10}\cdot(1-\frac{4}{5})} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}} = \frac{4}{\frac{1}{5}} = \boxed{20.}$$

Второй закон ньютона на ось y для шара:

(4) $ma_г\cos\frac{\alpha}{2} = mg - T\sin\alpha \Rightarrow T = \frac{m(g-a_г\cos\frac{\alpha}{2})}{\sin\alpha} =$ ↓ подставляем $a_г$ из (3)

$$= \frac{m(g-2a_к\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2})}{\sin\alpha} = \frac{m(g-a_к\sin\alpha)}{\sin\alpha}.$$ Тогда подставляем T в (1)

$$Ma_к = \frac{m(g-a_к\sin\alpha)}{\sin\alpha}(1-\cos\alpha) \Leftrightarrow Ma_к\sin\alpha = mg(1-\cos\alpha) - ma_к\sin\alpha(1-\cos\alpha)$$

$$\Leftrightarrow Ma_к\sin\alpha + ma_к\sin\alpha(1-\cos\alpha) = mg(1-\cos\alpha) \Leftrightarrow a_к = \frac{mg(1-\cos\alpha)}{M\sin\alpha + m\sin\alpha(1-\cos\alpha)}$$

$$= \frac{20Mg(1-\frac{4}{5})}{M\cdot\frac{3}{5} + 20M\cdot\frac{3}{5}(1-\frac{4}{5})} = \frac{20g\cdot\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}+20\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{5}} = \frac{4g}{\frac{3}{5}+\frac{12}{5}} = \cancel{\frac{20g}{3+60}} = \cancel{\boxed{\frac{20}{63}g}} =$$

$$= \frac{20}{15}g = \boxed{\frac{4}{3}g}$$

2

Чистовик

продолжение задачи №1.

Найдём ускорение шара в проекции на ось y:

$$a_{гy} = a_г \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = 2a_к \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = a_к \sin\alpha.$$

Найдём время падения шарика на пол:

$$H = \frac{a_{гy} t^2}{2} \Leftrightarrow t^2 = \frac{2H}{a_{гy}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{a_{гy}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2H}{a_к \sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2H}{\frac{4}{3}g \cdot \frac{3}{5}}} = \sqrt{\frac{2H \cdot 5}{4g}} = \boxed{\sqrt{\frac{5H}{2g}}}$$

Ответ: 1) $\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$

2) $a_к = \frac{4}{3}g$

3) $\frac{m}{M} = 20$

4) $t = \sqrt{\frac{5H}{2g}}$.

Чистовик

N 2

$C(T) = \frac{5}{2} R \frac{T}{T_0}$

1) При малом изменении температуры на dT отдаётся тепло $dQ = \nu C(T)\,dT$

Поэтому $|Q_1| = \int\limits_{\frac{1}{2}T_0}^{T_0} \nu C(T)\,dT = \int\limits_{\frac{T_0}{2}}^{T_0} \nu \frac{5}{2}\frac{R}{T_0} T\,dT =$

$= \nu \frac{5}{2}\frac{R}{T_0} \int\limits_{\frac{T_0}{2}}^{T_0} T\,dT = \nu \frac{5}{2}\frac{R}{T_0} \cdot \frac{T^2}{2}\Big|_{\frac{T_0}{2}}^{T_0} =$

$= \nu \cdot \frac{5}{4}\frac{R}{T_0}\left(T_0^2 - \frac{T_0^2}{4}\right) = \nu \frac{R}{T_0} \cdot T_0^2 \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4} = \boxed{\frac{15}{16}\nu R T_0}$

2) Изменение внутренней энергии ~~$\Delta U =$~~ одноатомного идеального газа $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_x)$

$Q = \frac{5}{4}\nu \frac{R}{T_0}(T_0^2 - T_x^2) = \frac{5}{2}\nu R \frac{1}{T_0} \int\limits_{T_x}^{T_0} T\,dT$

По первому началу термодинамики

~~$\frac{5}{4}\nu\frac{R}{T_0}$~~ $Q = \Delta U + A \Rightarrow A = Q - \Delta U = \frac{5}{4}\nu\frac{R}{T_0}(T_0^2 - T_x^2) - \frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_x) =$

$= \frac{5}{4}\nu R T_0 - \frac{5}{4}\nu R \frac{T_x^2}{T_0} - \frac{3}{2}\nu R T_0 + \frac{3}{2}\nu R T_x$. Работа A – отрицательна, но т.к. отведённое тепло > 0 и $\Delta U > 0$, то минимальная работа будет максимальная по модулю положительная работа. $A = -\frac{5}{4}\nu R\frac{T_x^2}{T_0} + \frac{3}{2}\nu R T_x + \left(\frac{5}{4}\nu R T_0 - \frac{3}{2}\nu R T_0\right)$

Максимум A в вершине параболы, то есть при $T_x = \frac{-\frac{3}{2}\nu R}{-2\cdot\frac{5}{4}\nu R} T_0 =$

$= \frac{3\cdot 4}{2\cdot 2\cdot 5} T_0 = \frac{3}{5} T_0$. ~~$\Delta A$~~ $=$

3) $A = -\frac{5}{4}\nu R \cdot \frac{9T_0^2}{25 T_0} + \frac{3}{2}\nu R \cdot \frac{3}{5}T_0 + \left(\frac{5}{4}\nu R T_0 - \frac{3}{2}\nu R T_0\right) =$

$= -\nu R T_0 \cdot \frac{9}{20} + \nu R T_0 \cdot \frac{9}{10} + \left(\frac{5}{4} - \frac{3}{2}\right)\nu R T_0 = \frac{9}{20}\nu R T_0 \cancel{+} - \frac{2}{8}\nu R T_0 =$

$= \left(\frac{9}{20} - \frac{1}{4}\right)\nu R T_0 = \left(\frac{9}{20} - \frac{5}{20}\right)\nu R T_0 = \frac{\nu R T_0}{20} \cdot 4 = \frac{\nu R T_0}{5} \Rightarrow$ Настоящая работа $-\frac{\nu R}{5}$

Ответ: $Q_1 = \frac{15}{16}\nu R T_0$, $T_x = \frac{3}{5} T_0$, $A_{min} = -\frac{\nu R T_0}{5}$ (работа < 0).

4

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

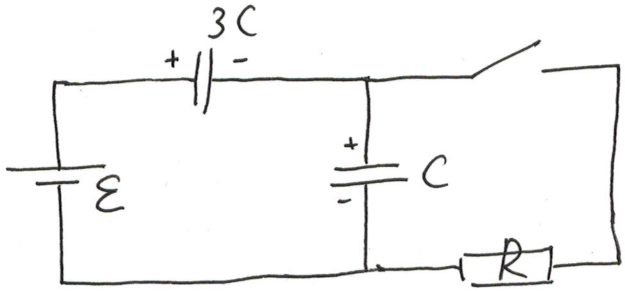
Шифр: **21200079**

ID профиля: **168887**

Вариант 2

Чистовик.

N 3



1) Заряды на конденсаторах до замыкания ключа равны так как они соединены последовательно с ~~батареей~~ источником, поэтому, пусть q - заряды на конденсаторах:

$$\mathcal{E} = \frac{q}{3C} + \frac{q}{C} = \frac{q}{3C} + \frac{3q}{3C} = \frac{4q}{3C} \Rightarrow U = \frac{q}{C} = \frac{3\mathcal{E}}{4}$$

- напряжение на конденсаторе C.

заряд на конденсаторе не мог измениться мгновенно, поэтому $I_x = \frac{U}{R} = \frac{q}{CR} = \boxed{\frac{3\mathcal{E}}{4R}}$ - ток в самом начале. (сразу после замыкания ключа)

2) В установившемся режиме ток в цепи не течёт, поэтому напряжение на R, а следовательно напряжение и на C равно 0. В установившемся режиме ~~з~~ напряжение на 3C равно $\mathcal{E} \Rightarrow$ заряд на 3C равен $3\mathcal{E}C = q_1$

Был заряд $q = \frac{3\mathcal{E}C}{4}$.

Начальная энергия конденсаторов $W_1 = \frac{q^2}{2 \cdot 3C} + \frac{q^2}{2 \cdot C} =$

$$= \frac{9}{16 \cdot 2} \cdot \left(\frac{1}{3} + 1\right) \cdot \mathcal{E}^2 C = \frac{9 \cdot 4}{16 \cdot 2 \cdot 3} \mathcal{E}^2 C = \frac{3}{8} \mathcal{E}^2 C$$

Конечная энергия $W_2 = \frac{q_1^2}{2 \cdot 3C} = \frac{9 \mathcal{E}^2 C^2}{6C} = \frac{3}{2} \mathcal{E}^2 C$

Из закона сохранения энергии:

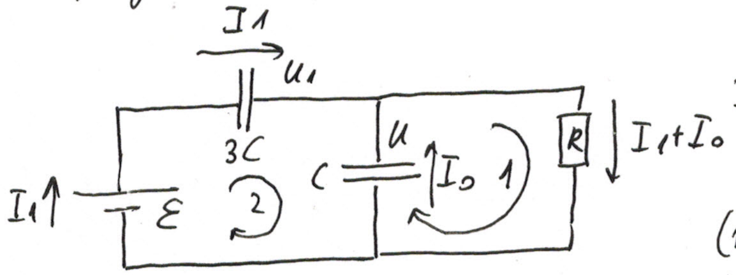
$A + W_1 = W_2 + Q$, где A - работа источника. $A = \mathcal{E}\left(3\mathcal{E}C - \frac{3}{4}\mathcal{E}C\right) =$

$= \frac{9}{4} \mathcal{E}^2 C$ ~~$\Rightarrow 9$~~, Q - выделевшееся тепло.

$$\frac{9}{4} \mathcal{E}^2 C + \frac{3}{8} \mathcal{E}^2 C = \frac{3}{2} \mathcal{E}^2 C + Q \Rightarrow Q = \frac{18}{8} \mathcal{E}^2 C + \frac{3}{8} \mathcal{E}^2 C - \frac{12}{8} \mathcal{E}^2 C = \boxed{\frac{9}{8} \mathcal{E}^2 C}$$

Чистовик

продолжение задачи №3



3) Напряжение на 3С равно u_1, а на С равно u.

(1) $R(I_1+I_0)=u$ – правило Кирхгофа для (1)

(2) ~~Ɛ=U1~~ $\mathcal{E}=u_1+u$. – правило Кирхгофа для контура (2)

Найдём связь I_0 и I_1

~~за время~~ За малое время dt с конденсатора С утёк заряд $I_0\,dt$, а ~~с кон~~ на конденсатор 3С натёк заряд $I_1\,dt$. Тогда т.к. суммарное напряжение на конденсаторах не изменилось и осталось $\mathcal{E}$, то $u_1+u=\frac{3Cu_1+I_1dt}{3C}+\frac{Cu-I_0dt}{C}=u_1+\frac{I_1dt}{3C}+u-\frac{I_0dt}{C}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0=\frac{I_1dt}{3C}-\frac{I_0dt}{C}\Leftrightarrow I_0=\frac{I_1}{3}\Leftrightarrow I_1=3I_0$.

Подставим в (1) $u=R(3I_0+I_0)=\boxed{4I_0R}$ – напряжение на резисторе R.

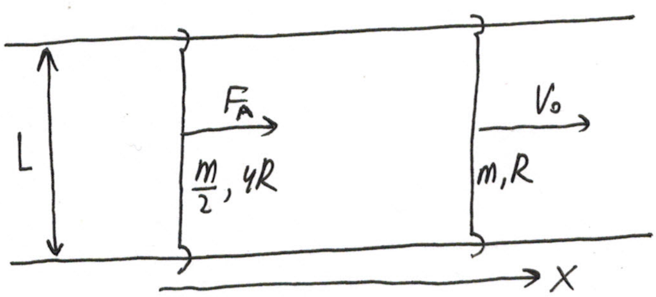
Ответ: 1) $I_x=\frac{3\mathcal{E}}{4R}$

2) $Q=\frac{9}{8}\mathcal{E}^2C$

3) $u=4I_0R$

Чистовик

N 4



1) Изменение магнитного потока в области между перемычками ~~равн~~ за время dt равно $d\Phi = V_0 L dt B \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ЭДС индукции $\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{V_0 L dt B}{dt} = V_0 L B$. Тогда ток через перемычки равен $I = \frac{\mathcal{E}}{R+4R} = \frac{V_0 L B}{5R}$

Тогда сила ампера действующая на перемычку

$\cancel{I} = F_A = IBL \Rightarrow$ По второму закону ньютона на ось x

$\frac{m}{2} a = F_A = \frac{V_0 L B}{5R} \cdot BL \Rightarrow \boxed{a = \frac{2 V_0 B^2 L^2}{5Rm}}$ – ускорение перемычки 2 в начальный момент времени.

2) Через большой промежуток времени расстояние между перемычками перестаёт меняться. Тогда ~~из закона~~ скорости перемычек оказываются равными.

Из закона сохранения импульса для системы из перемычек:

~~если~~ Пусть v – скорость перемычек в конце.

$\frac{m}{2} v + m v = \frac{3}{2} m v = m V_0 \Leftrightarrow \boxed{v = \frac{2V_0}{3}}$

3) ~~Начальная кинетическая энергия была~~ $\cancel{\frac{mV_0^2}{2} = K_1}$.

~~в конце~~ $\cancel{K_2 = \frac{m \cdot \frac{4}{9} V_0^2}{2} + \frac{m}{2} \cdot \frac{\frac{4}{9} V_0^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{m \cdot \frac{4}{9} V_0^2}{2} = \frac{mV_0^2}{3}}$

Ток в цепи, когда относительная скорость между перемычками равна Δv.

$I = \frac{\Delta v L B}{5R} \Rightarrow F_A = IBL = \frac{\Delta v L B}{5R} BL = \frac{\Delta v L^2 B^2}{5R}$. Тогда

сила Ампера.

Из закона изменения импульса $\int_0^t F_A(t) dt = \frac{m}{2} \cdot \frac{2V_0}{3} = \frac{mV_0}{3}$

$\int_0^t F_A(t) dt = \frac{L^2 B^2}{5R} \int_0^t \Delta v(t) dt = \frac{L^2 B^2}{5R} \Delta L = \frac{mV_0}{3}$, где ΔL – изменение длины.

Тогда $\Delta L = \frac{5RmV_0}{3L^2B^2}$

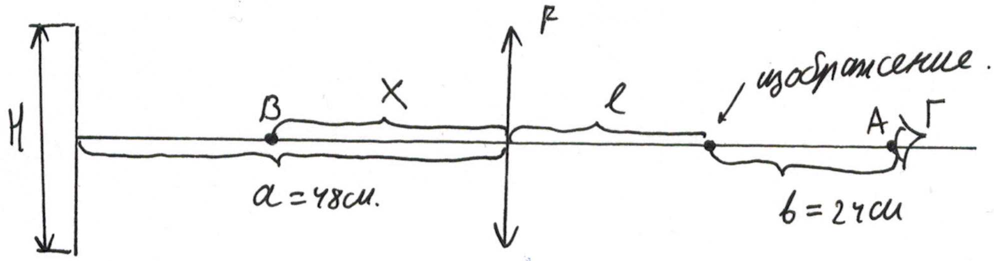
Ответ: $a = \frac{2V_0 B^2 L^2}{5Rm}$; $v = \frac{2V_0}{3}$; $\Delta L = \frac{5RmV_0}{3L^2B^2}$

3

Чистовик

№5

$F = 12$ см.



1) Пусть l - расстояние от линзы до изображения циферблата. По формуле линзы:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{l}=\frac{1}{F} \Leftrightarrow \frac{1}{l}=\frac{1}{F}-\frac{1}{a}=\frac{a-F}{aF} \Leftrightarrow l=\frac{aF}{a-F}.$$

$$y = l+b=\frac{aF}{a-F}+b=\frac{48\cdot 12}{48-12}+24=\frac{12\cdot 3\cdot 16}{36}+24=\boxed{40\text{см.}}$$

2) Найдём размер изображения: увеличение $Г=\frac{l}{a} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ размер изображения $h=H\cdot Г=H\cdot\frac{l}{a}=9\cdot\frac{16}{48}=3$см.

Тогда лучи проходящие через край изображения, попадающие в глаз должны ~~в~~ проходить через линзу.

~~А~~ Поэтому размер линзы $L=h\cdot\frac{b+l}{b}=3\cdot\frac{24+16}{24}=$

$$=3\cdot\frac{40}{24}=3\cdot\frac{5\cdot 8}{3\cdot 8}=\boxed{5\text{см.}}=D_м$$

3) Найдём изображение точки A в линзе. Точка A - зрачок. Через эту точку проходят все лучи попадающие в зрачок ~~глаз~~ человека, а по условию он маленький.

Изображение точки A в линзе - точка B. Тогда по формуле линзы: $\frac{1}{F}=\frac{1}{l+b}+\frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{1}{F}-\frac{1}{l+b}=\frac{1}{x} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow X=\frac{F\cdot(l+b)}{(l+b)-F}=\frac{12\cdot 40}{40-12}=\frac{3\cdot 40}{7}=\frac{120}{7}\approx 17,1\text{см.}$$ между циферблатом и линзой.

Ответ: 1) $y=40$см 2) $L=5$см $=D_м$ 3) ~~эр~~ экран надо расположить на расстоянии $x=17,1$см. от линзы, между циферблатом и линзой. ~~надо~~

4