Часть 1

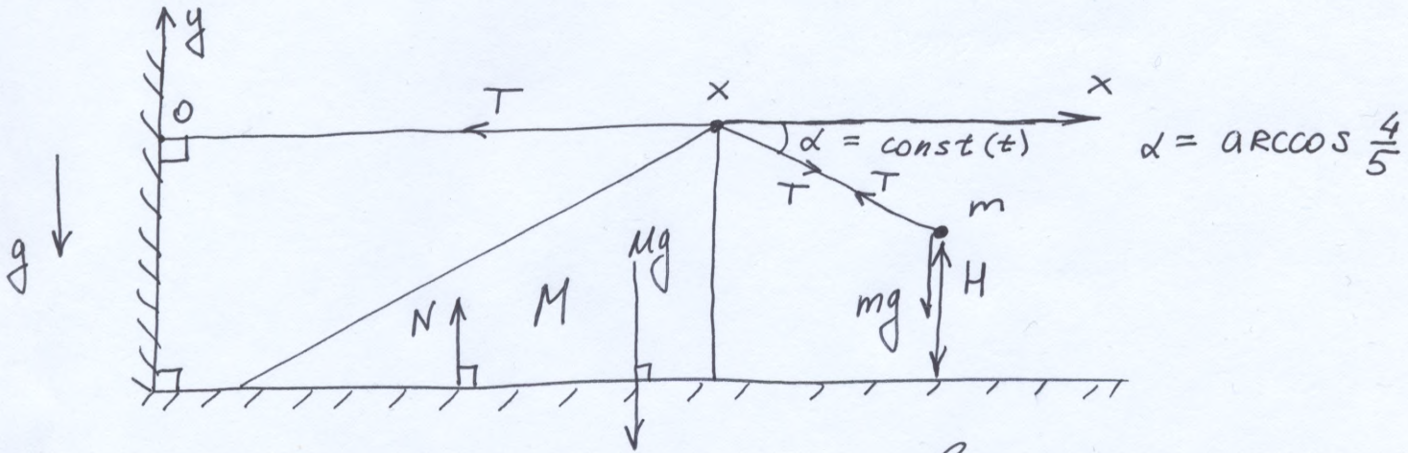
Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21202068**

ID профиля: **178005**

Вариант 2

Задача 1



1) Под каким углом к вертикали направлено ускорение шара?

2) Найти ускорение шара.

3) Найти отношение массы шара к массе клина.

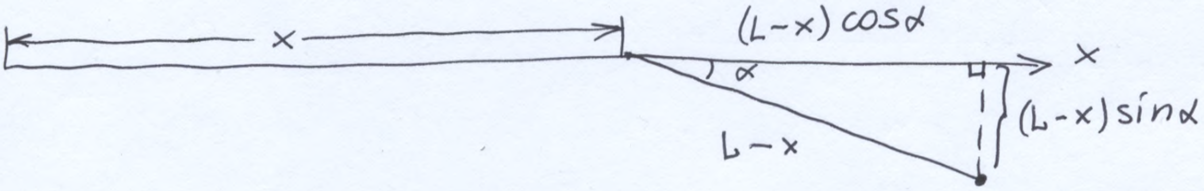
4) Через какое время шар достигнет стола?

Решение

Введем оси x и y, как показано на рисунке выше, O – начало координат. Пусть x – координата по оси x вершины клина, через которую перекинута нить. Клин не переворачивается и его координата по оси y всё время равна 0. M – масса клина, m – масса шарика.

Найдем координату шарика.

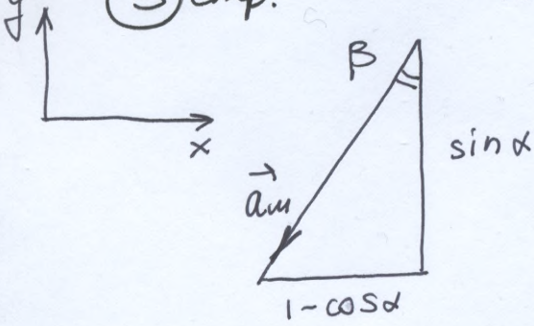
Пусть длина нити равна L.
Нить нерастяжима $\Rightarrow$ $L = const$.



Длина негоризонтальной части нити равна $L - x$.
Поэтому y-координата шара равна $-(L-x)\sin\alpha = (x-L)\sin\alpha$, а x-координата шара равна $(L-x)\cos\alpha + x = L\cos\alpha + x(1-\cos\alpha)$.
Итак, координаты вершины клина, через которую перекинута нить, и шара равны $(x, 0)$ и $(L\cos\alpha + x(1-\cos\alpha), (x-L)\sin\alpha)$ соответственно.

1) Заметим, что координаты шара $(L\cos\alpha + x(1-\cos\alpha), x\sin\alpha - L\sin\alpha)$ линейны по x, являющемуся параметром. Это значит, что траектория шара является прямой.

$$(L\cos\alpha + x(1-\cos\alpha), \; x\sin\alpha - L\sin\alpha) =$$
$$= \underbrace{(L\cos\alpha, \; -L\sin\alpha)}_{const} + \underbrace{x\cdot(1-\cos\alpha, \; \sin\alpha)}_{\text{часть, отв. за наклон траектории}}$$



Траектория наклонена к горизонту под углом $90°-\beta$, а к вертикали под углом β таким, что $tg\beta = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

$1-\cos\alpha = \frac{1}{5}$; $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$.

$tg\beta = \frac{1}{3}$. Раз траектория — прямая, и направлена под углом β к вертикали, то и ускорение шара направлено под углом β к вертикали. Направление аш. на рисунке.

Ответ: ускорение направлено под углом $arctg\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = arctg\frac{1}{3}$ к вертикали, tg этого угла равен $\frac{1}{3}$.

2) Запишем законы Ньютона для шара и для клина.

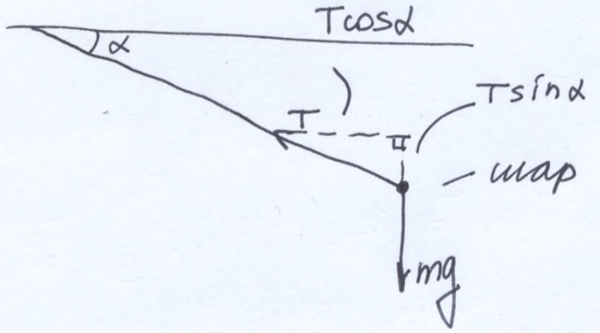
Клин — жесткое тело, он не переворачивается, так что ускорение клина равно ускорению его верхней вершины и равно $(\ddot{x}, 0) = (\ddot{x}, 0)$.

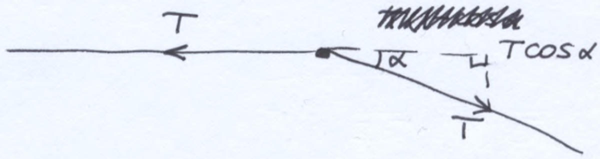
Ускорение шара равно $(L\cos\alpha + \ddot{x}(1-\cos\alpha), \ddot{x}\sin\alpha - L\sin\alpha) = (\ddot{x}(1-\cos\alpha), \ddot{x}\sin\alpha)$

T — сила натяжения нити.

В проекции на ось y:

$m\ddot{x}\sin\alpha = T\sin\alpha - mg$ (для шара)





В проекции на ось x:

$M\ddot{x} = T(\cos\alpha - 1)$ (для клина)

$m\ddot{x}(1-\cos\alpha) = -T\cos\alpha$ (для шара)

Проекция ускорения клина на ось y равна нулю. Т.к. трения нет, то со стороны пола на клин действует только сила нормальной реакции опоры и она направлена вдоль оси y. Сила тяжести, действ. на клин, направлена тоже по оси y.

Итак:
$$\begin{cases} m\ddot{x}\sin\alpha = T\sin\alpha - mg \\ M\ddot{x} = T(\cos\alpha - 1) \\ m\ddot{x}(1-\cos\alpha) = -T\cos\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} m\ddot{x}\sin\alpha = T\sin\alpha - mg \\ m\ddot{x}\underset{>0}{(1-\cos\alpha)} = -T\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow T<0 \Rightarrow \text{нить натянута}$$

$$\begin{cases} m\,(\ddot{x}\sin\alpha + g) = T\sin\alpha \\ m\ddot{x}\,(1-\cos\alpha) = -T\cos\alpha \end{cases}$$

Поделим одно на другое.

$$\frac{\ddot{x}\sin\alpha + g}{\ddot{x}\,(1-\cos\alpha)} = -\operatorname{tg}\alpha.$$

$$-(\ddot{x}\sin\alpha + g)\cos\alpha = \ddot{x}\,(1-\cos\alpha)\sin\alpha.$$

$$-\cancel{\ddot{x}\sin\alpha\cos\alpha} - g\cos\alpha = \ddot{x}\sin\alpha - \cancel{\ddot{x}\sin\alpha\cos\alpha}$$

$$\ddot{x} = -g\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{4}{3}g.$$

Ответ: ускорение клина направлено по оси x и равно $-\frac{4}{3}g = -g\operatorname{ctg}\alpha$.

3)
$$\begin{cases} M\ddot{x} = T(\cos\alpha - 1) \\ m\ddot{x}\,(1-\cos\alpha) = -T\cos\alpha \end{cases}$$

Поделим нижнее на верхнее.

$$\frac{m\ddot{x}\,(1-\cos\alpha)}{M\ddot{x}} = -\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha - 1} = \frac{\cos\alpha}{1-\cos\alpha}$$

$$\frac{m}{M} = \frac{\cos\alpha}{(1-\cos\alpha)^2} = \frac{4/5}{(1-4/5)^2} = \frac{4}{5}\cdot 25 = 20$$

Ответ: $\frac{m}{M} = \frac{\cos\alpha}{(1-\cos\alpha)^2} = 20.$

4) Ускорение шара по оси y равно

$$\ddot{x}\sin\alpha = -g\,\mathrm{ctg}\,\alpha\cdot\sin\alpha = -g\cos\alpha = -\frac{4}{5}g. = a_ш$$

Оно постоянно, то есть по оси y шар движется равноускоренно.

Пусть он достигнет стола через время T. Так как он двигался с нулевой начальной скоростью, то

$$\Delta y = -H = \frac{a_ш T^2}{2} = -g\cos\alpha\cdot\frac{T^2}{2}.$$

$$T = \sqrt{\frac{2H}{g\cos\alpha}} = \frac{\sqrt{10}}{2}\sqrt{\frac{H}{g}}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{10}}{2}\sqrt{\frac{H}{g}}$.

Ответ ко всем пунктам:

1) $\mathrm{tg}\,\beta = \frac{1}{3}$*, β – угол с вертикалью.

2) $-g\,\mathrm{ctg}\,\alpha = -\frac{4}{3}g$

3) $\frac{m_ш}{M_{кл}} = \cancel{\frac{\cos\alpha}{(1-\cos^2\alpha)}}\ \frac{\cos\alpha}{(1-\cos\alpha)^2} = 20$

4) Время до столкновения $\sqrt{\frac{2H}{g\cos\alpha}} = \frac{\sqrt{10}}{2}\sqrt{\frac{H}{g}}$.

$* = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

Задача 2.

Гелий в кол-ве ν моль охлаждается от нач. температуры T_0 в процессе с мол. теплоемкостью, зависящей от температуры T линейно: $C(T) = \frac{5}{2} R \frac{T}{T_0}$. Здесь R – универсальная газовая постоянная.

1) Какое кол-во теплоты Q_1 ($Q_1 > 0$) отдаст газ в таком процессе при уменьшении температуры от T_0 до $\frac{1}{2} T_0$?

2) До какой температуры нужно охладить газ, чтобы он совершил мин. работу?

3) Найти эту мин. работу.

Решение

1) При изменении температуры газа от T до $T + dT$ он отдает кол-во теплоты

$$dQ_1 = - C_г(T) \cdot dT.$$

$C_г(T) = \nu \cdot C(T)$ – теплоемкость всего газа.

$$C_г(T) = \nu \cdot \frac{5}{2} R \frac{T}{T_0}.$$

$$dQ_1 = - \nu \cdot \frac{5}{2} R \frac{T}{T_0} dT$$

$$Q_1 = \int_{T_0}^{\frac{1}{2}T_0} \left(- \nu \cdot \frac{5}{2} R \frac{T}{T_0}\right) dT = \int_{\frac{T_0}{2}}^{T_0} \frac{5}{2} \nu R \cdot \frac{T}{T_0} dT = \frac{5}{2} \frac{\nu R}{T_0} \int_{\frac{T_0}{2}}^{T_0} T dT =$$

$$= \frac{5}{2}\frac{\nu R}{T_0}\cdot\left(\frac{T^2}{2}\right)\Bigg|_{\frac{T_0}{2}}^{T_0} = \frac{5}{2}\frac{\nu R}{T_0}\left(\frac{T_0^2}{2}-\frac{T_0^2}{8}\right) = \frac{15}{16}\nu R T_0.$$

Ответ: $\frac{15}{16}\nu R T_0$.

2) Пусть газ охладили до температуры T_x.

$$Q_{отд} = \int_{T_x}^{T_0} \frac{5}{2}\nu R\frac{T}{T_0}\,dT = \frac{5}{2}\nu R\cdot\frac{1}{T_0}\left(\frac{T_0^2}{2}-\frac{T_x^2}{2}\right),$$ как мы поняли в части 1).

$U(T) = \frac{3}{2}R\nu T$ — внутренняя энергия идеального газа.

Используя I начало термодинамики, получим, что $\underbrace{A_{сов}}_{\text{соверш. работа газом}} + \underbrace{Q_{отд}}_{\text{отданное газом тепло}} = U(T_0) - U(T_x)$.

$$A_{сов} = -Q_{отд} + U(T_0) - U(T_x) = -\frac{5}{4}\frac{\nu R}{T_0}(T_0^2 - T_x^2) +$$
$$+ \frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_x) = \left(\frac{5}{4}\frac{T_x^2}{T_0} - \frac{3}{2}T_x + \frac{1}{4}T_0\right)\cdot\nu R =$$
$$= \left(5\frac{T_x^2}{T_0} - 6T_x + T_0\right)\cdot\frac{\nu R}{4} = A_{сов}(T_x).$$

Это квадратный трехчлен отн. T_x, старший коэффициент равен $\frac{5}{T_0}\cdot\frac{\nu R}{4} > 0$.

Он принимает минимальное значение в точке $\frac{-(-6)}{2\cdot\frac{5}{T_0}} = \frac{3}{5}T_0$. (Известн. факт про трехчлен).

Чтобы газ совершил минимальную работу, его нужно охладить до $\frac{3}{5}T_0$.

В этом случае совершенная работа отрицательна.

Ответ: $\frac{3}{5}T_0$.

3) Найдем A_{min}.

$$A_{min} = A_{сов}\left(\frac{3}{5}T_0\right) = \left(5\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^2 T_0 - \frac{6\cdot 3}{5}T_0 + T_0\right)\cdot\frac{\nu R}{4} =$$

$$= -\frac{\nu R T_0}{5}.$$

Отметим, что она отрицательна, то есть реально над газом совершали работу.

Ответ: $-\frac{\nu R T_0}{5}$.

Ответ ко всем пунктам:

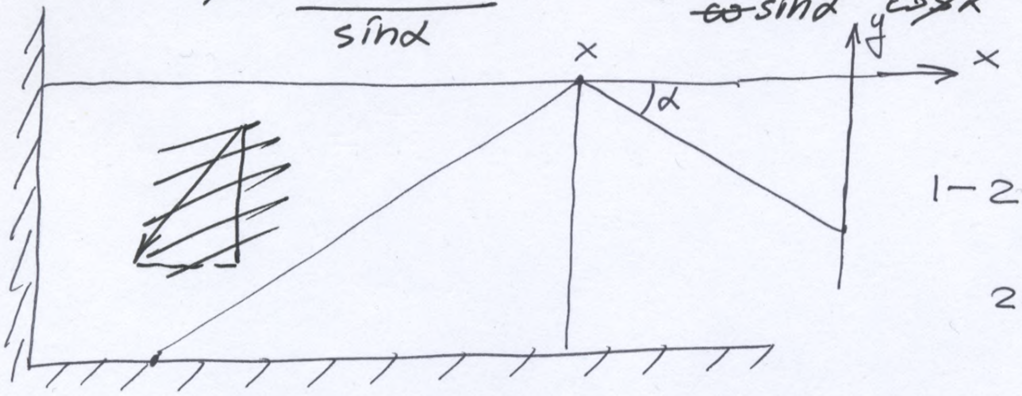
1) $\frac{15}{16}\nu R T_0 = Q_1$

2) $\frac{3}{5}T_0$

3) $-\frac{\nu R T_0}{5}$.

Черновик

$\cancel{\ddot{x}}$ $\quad \dfrac{-\cos\alpha+1}{\sin\alpha}$ $\quad \dfrac{(1-\cos\alpha)}{\cancel{\cos}\sin\alpha}\cdot\dfrac{\cos\alpha}{\cancel{\cos\alpha}}$ $\quad$ cos



$2x^2-1=\frac{4}{5}$ $\quad \sqrt{\frac{9}{5}}$

$1-2x^2=\frac{4}{5}$

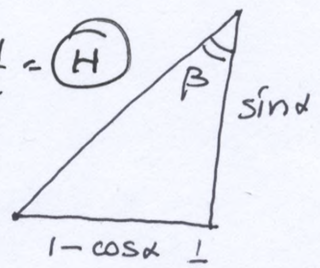
$2x^2=\frac{1}{5}$ $\quad \sqrt{\frac{1}{5}}$

sin

$(x+(L-x)\cos\alpha\ ;\ -(L-x)\sin\alpha).$

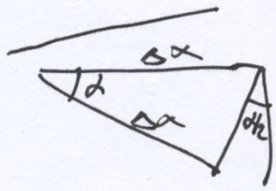
$\boxed{\operatorname{arctg}\frac{1}{3}}$

$(x, 0).$ $\quad \frac{10}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{2}=H$



$\frac{3}{5}$ $\quad \frac{1}{5}$

$(x(1-\cos\alpha),\ x\sin\alpha).$



$(\ddot{x}, 0)$ $\quad \cos\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{9}{10}}$ $\quad \sin\alpha/2=\sqrt{\frac{1}{10}}$ $\quad -2\cos^2\!\alpha/2+1=\frac{4}{5}$

$(\ddot{x}(1-\cos\alpha),\ \ddot{x}\sin\alpha).$ $\quad \frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1}{3}\cdot(g+\ddot{x}\sin\alpha)-\cos\alpha=$

$$\begin{cases} T\sin\alpha-mg=m\ddot{x}\sin\alpha \\ -T(1-\cos\alpha)=M\ddot{x} \\ -T\cos\alpha=\ddot{x}(1-\cos\alpha)\cdot m \end{cases}$$

$=\sin\alpha\,\ddot{x}(1-\cos\alpha)$

$\ddot{x}\sin\alpha=-g\cos\alpha$

$\ddot{x}=-g\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.$

$M\cdot\cancel{\frac{4}{3}}=\frac{1}{5}$ $\quad M=\frac{1}{5}\cdot\frac{9}{20}=\frac{1}{5}$

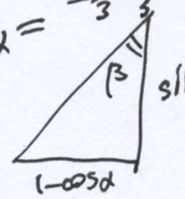
$mg-\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}=T\sin\alpha$ $\quad m\cdot\frac{1}{5}\cdot\cancel{\frac{4}{3}}=\frac{4}{5}$ $\quad m=4$ $\quad \frac{5}{4}\ \frac{10}{4}$

$\dfrac{1}{\sin\alpha}-\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$ $\quad \dfrac{\cos\alpha-\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}$ $\quad +\dfrac{(1-\cos\alpha)\cdot\cancel{\cos\alpha}}{\sin\alpha}$

$\frac{4}{5}$

$\dfrac{(1-\cos\alpha)\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=$ $\quad \cos\alpha-\cos^2\alpha$ $\quad \ddot{x}\sin\alpha=-\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{5}$

$4\cdot5=20$



$\sin\alpha=\frac{3}{5}$

$-g\cos\alpha+1$ $\quad \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $\quad \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\cancel{20\cdot4}$

$\frac{1}{20}\cdot\frac{4}{3}=\frac{1}{5}$ $\quad M\cdot\frac{4}{3}=\frac{1}{5}$ $\quad M=20$ $\quad \dfrac{1-4/5}{3/5}=\frac{1}{3}$ $\quad \frac{1}{2}\cdot\frac{10}{4}\cdot\frac{H}{g}\cdot g\cdot\frac{4}{5}=$

$\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{5}\cdot=\frac{4}{5}$ $\quad \frac{4}{3}\cdot m\cdot\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

Черновик.

ν моль гелия: $C_V = \frac{3}{2}R$

$C_P = \frac{5}{2}R$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{8}$

$C(T) = \frac{5}{2} R \frac{T}{T_0}$

$\frac{T^2}{2}$

$T_0 \to T$

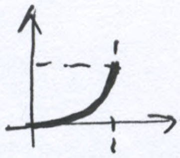
$dQ = \nu \cdot C\, dT \qquad Q_1 = \int_{T_0}^{\frac{1}{2}T_0} \nu \cdot \frac{5}{2} R \frac{T}{T_0}\, dT$

$\frac{5}{2}\frac{R\nu}{T_0}\ T\,dT$

$\frac{3}{2} - \frac{5}{4} = \frac{6}{4} - \frac{5}{4} = \frac{1}{4}$

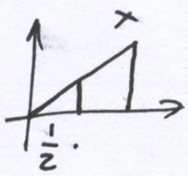
$\frac{T^2}{2}$

$\cancel{5}\quad (T_x - 1)(5T_x - 1) \qquad \frac{\frac{1}{5}+1}{2} = \frac{3}{5}$



$5 \cdot \frac{9}{25} - \frac{18}{5} + 1 \qquad \frac{5}{4}\left(T_0^2 - \frac{T_0^2}{2^2}\right)$

$\frac{9}{5} - \frac{18}{5} + 1 = 1 - \frac{9}{5} = -\frac{4}{5}$

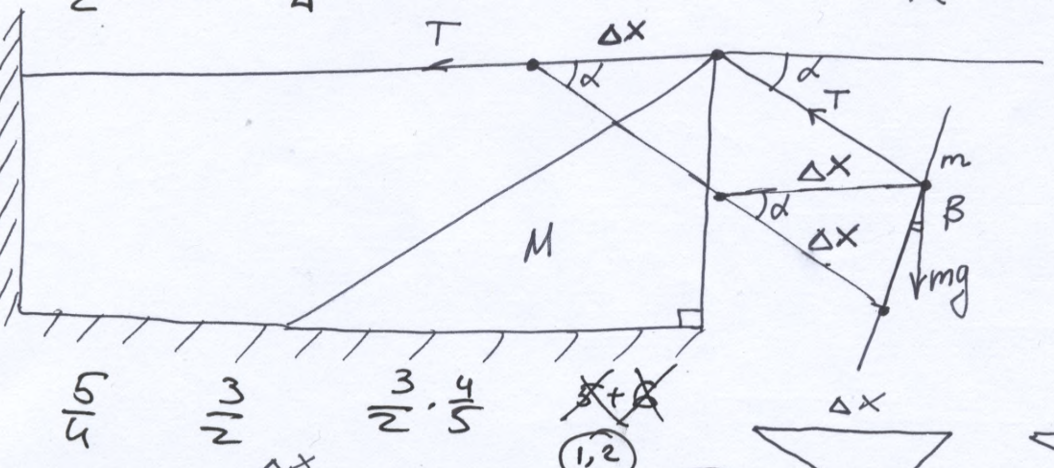


$\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{16}$

$5 \qquad \frac{9}{5} \qquad 1{,}8 - 3{,}6$

$-\frac{3}{2}T\nu R \quad -\frac{5}{4}\nu R T^2$ — отдал

$\longleftarrow T(1-\cos\alpha)$

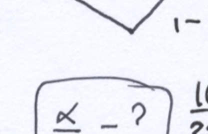


$\frac{5}{4}\nu R T^2 - \frac{3}{2}\nu R T$

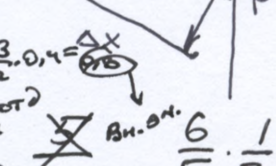
$5T^2 - 6T$

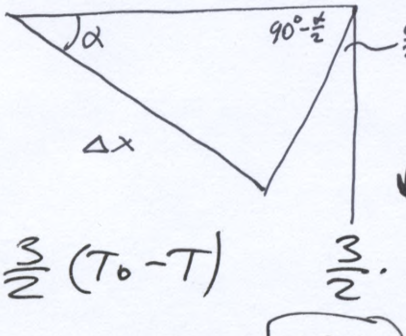
$T(5T - 6)$

$\frac{5}{4} \qquad \frac{3}{2} \qquad \frac{3}{2}\cdot\frac{4}{5} \qquad \cancel{3}+\cancel{6} \qquad 1{,}2 \qquad 0{,}6$



1 − 0,6





$\frac{\alpha}{2}$ 0,6

$\frac{6}{10}$

$\cancel{5} \quad \boxed{\frac{\alpha}{2} - ?} \qquad \frac{16}{25}$

$\frac{3}{2}\cdot 0{,}4 = \Delta x$ 0,6 отд

$\frac{4}{5}$ 0,8

$\cancel{5}$ вн. эн.

$\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{2} = \boxed{\frac{3}{5}}$

$\frac{3}{2}(T_0 - T) \qquad \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{5} \qquad \frac{5}{4}\left(1 - \frac{9}{25}\right) \qquad \frac{16}{4\cdot 5} = 0{,}8$

$-0{,}2$ 3

$\frac{9}{25} - \frac{18}{5} + 1 = -\frac{9}{5} + 1 =$ вод. $-\frac{4}{5}$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21202068**

ID профиля: **178005**

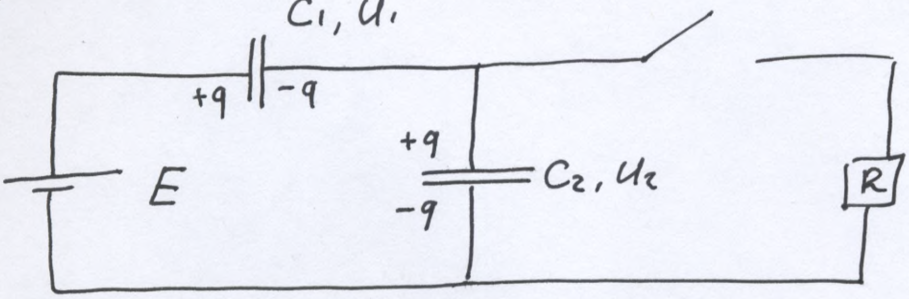
Вариант 2

Чистовик

Физика 11 кл. - 02

Часть 2

Задача 3.



$C_1 = 3C$

$C_2 = C$

1) Пусть на конденсаторе C_1 заряд q. По закону сохранения заряда на конденсаторе C_2 заряд q (см. рис.), т.к. конденсаторы изначально были незаряжены.

$$U_1 = \frac{q}{C_1} \qquad U_2 = \frac{q}{C_2} \qquad U_1 + U_2 = E.$$

Имеем $$q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = E$$

$$q = \frac{E}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{EC_1C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3EC}{4}.$$

Сразу после замыкания ключа ток через резистор будет равен $\frac{U_2}{R}$, поскольку мгновенно напряжение на конденсаторе не поменяется.

$$U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{3}{4}E$$

$$I_R = \frac{3}{4}\frac{E}{R}. \qquad \left(= \frac{C_1}{C_1 + C_2}\frac{E}{R}\right)$$

Ответ: $I_R = \frac{3}{4}\frac{E}{R}$ сразу после замыкания ключа $\left(I_R = \frac{C_1}{C_1+C_2}\frac{E}{R}\right)$.

2) В установившемся режиме тока через резистор не будет, а всё напряжение будет падать на конденсаторе C_1, то есть $U_2^{(уст)} = 0$, $U_1^{(уст)} = E$.

$$W_1 = \frac{C_1U_1^2}{2} + \frac{C_2U_2^2}{2} = \frac{q^2}{2C_1} + \frac{q^2}{2C_2} =$$

$$= \frac{q^2}{2}\cdot\frac{C_1+C_2}{C_1C_2} = \frac{E^2}{2}\cdot\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}.$$ – начальная энергия в цепи до замыкания ключа.

$W_2 = \frac{C_1E^2}{2}$ – конечная энергия цепи в уст. режиме, когда $U_2^{(уст)} = 0$ и $U_1^{(уст)} = E$.

$Q_{выд} = W_1 - W_2 + A_{ист}$.

(ЗСЭ: $Q_{выд} - A_{ист} + W_2 = W_1$).

$q_1^{(уст)} = \frac{C_1U_1^{(уст)}}{} = C_1E$.

$A_{ист} = E(q_1^{(уст)} - q)$ – работа, которую совершил источник

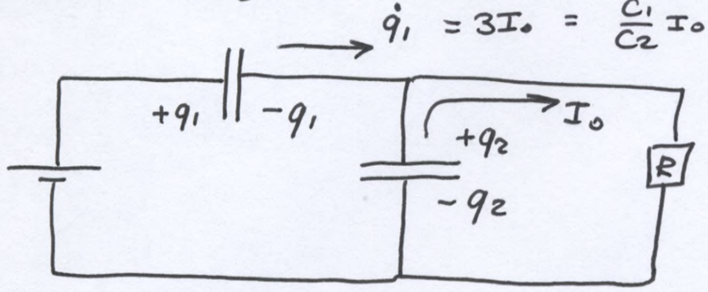
Чистовик

$$Q_{выд} = \frac{E^2}{2}\cdot\frac{C_1C_2}{C_1+C_2} - \frac{C_1E^2}{2} + E\left(C_1E - \frac{EC_1C_2}{C_1+C_2}\right) =$$

$$= \frac{C_1E^2}{2} - \frac{E^2}{2}\cdot\frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{C_1E^2}{2}\left(1-\frac{C_2}{C_1+C_2}\right) =$$

$$= \frac{C_1^2E^2}{2(C_1+C_2)} = \frac{9C^2E^2}{2\cdot 4C} = \frac{9}{8}E^2C.$$

Ответ: $\frac{9}{8}CE^2$.

3) 

$I_0 = -\dot{q}_2$ (обратите внимание на направление I_0).

$\frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = E$ (2-е правило Кирхгофа).

$\frac{\dot{q}_1}{C_1} + \frac{\dot{q}_2}{C_2} = 0 \Rightarrow \dot{q}_1 = -\frac{C_1}{C_2}\dot{q}_2 = +\frac{C_1}{C_2}I_0.$

Ток через резистор равен $\dot{q}_1 + I_0 = \left(\frac{C_1}{C_2}+1\right)I_0$. Напряжение на резисторе равно $R\cdot\left(\frac{C_1}{C_2}+1\right)I_0 = 4RI_0$.

Ответ: $R\left(\frac{C_1}{C_2}+1\right)I_0 = 4RI_0$.

4

Чистовик

Физика 11 кл.-02
Часть 2

Ответы ко всем частям:

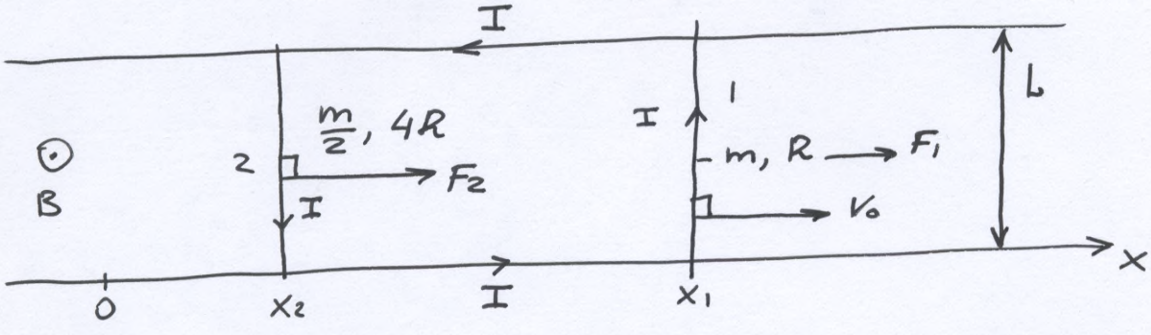
1) $\frac{C_1}{C_1+C_2}\frac{E}{R} = \frac{3}{4}\frac{E}{R}$

2) $\frac{C_1^2 E^2}{2(C_1+C_2)^2} = \frac{9}{8} C E^2$

3) $R\left(1+\frac{C_1}{C_2}\right) I_0 = 4 R I_0$

Комментарий к п. 2:
Из пункта 3 видно, что чтобы на ~~конденсаторе~~ резисторе падало напряжение, необходимо $I_0 > 0$. В этом случае конденсатор C_2 разряжается, а конденсатор C_1 заряжается, то есть через большой промежуток времени конденсатор C_2 разрядится и ток через резистор перестанет течь, а всё напряжение будет падать на C_1. Это док-во того, что режим установится, причем такой, как описано в п. 2).

Задача 4.



Введем ось x так, как показано на рисунке. Пусть x_1 − координата первой перемычки, x_2 − координата второй перемычки.

Рассмотрим контур, состоящий из перемычек 1 и 2 и рельсов между ними. Его площадь $S = L(x_1 - x_2)$, а поток вектора магнитной индукции через него равен $BS = \Phi = BL(x_1 - x_2)$.

$\mathcal{E}_i = -\dot{\Phi} = -BL(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$ по закону ЭМ индукции Фарадея

(эдс индукции

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R_{all}} = \frac{\mathcal{E}_i}{4R + R} = -\frac{BL(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)}{5R}.$$

$$F_1 = IBL = -\frac{B^2L^2}{5R}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = m\ddot{x}_1$$

$$F_2 = \frac{m}{2}\ddot{x}_2 = -IBL = \frac{B^2L^2}{5R}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$$

F_1, F_2 направлены по оси X.

⑥ Чистовик

Физика 11 кл.
Часть 2

Все силы рассматриваются со знаком в проекции на ось x.

Итак, $\begin{cases} \ddot{x}_1 = -\dfrac{B^2L^2}{5Rm}(\dot{x}_1-\dot{x}_2) \\ \ddot{x}_2 = \dfrac{2B^2L^2}{5Rm}(\dot{x}_1-\dot{x}_2) \end{cases}$ (*)

1) $\ddot{x}_2 = \dfrac{2B^2L^2}{5Rm}(\dot{x}_1-\dot{x}_2)$ в нач. момент.

В начальный момент $\dot{x}_1 = v_0$, $\dot{x}_2 = 0$.

Поэтому $\ddot{x}_2 = \dfrac{2B^2L^2v_0}{5Rm}$.

Ответ: $\dfrac{2B^2L^2v_0}{5Rm}$.

2) Обозначим $y = \dot{x}_1 - \dot{x}_2$. Получим, что

$\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 = \dot{y} = -\dfrac{3B^2L^2}{5Rm}y$ из (*).

Это дифференциальное уравнение имеет решения $Ae^{-\frac{3B^2L^2}{5Rm}t}$.

Из начальных условий $y(t=0) = v_0$ получим, что $y(t) = v_0 e^{-\frac{3B^2L^2}{5Rm}t}$.

За $t=0$ принят момент времени, когда 1 перемычке сообщили скорость v_0.

Заметим, что $y(t) \to 0$ при $t \to +\infty$. Через продолжительный промежуток времени перемычки будут двигаться с одной скоростью $v_{уст}$.

Заметим, что $F_1 = -F_2$, то есть на систему из двух перемычек вдоль оси x не действует сила $\Rightarrow$ сохраняется импульс вдоль оси x.

$$p_1 = m v_0, \qquad p_{уст} = \left(\frac{m}{2} + m\right) v_{уст}.$$

$$p_1 = p_{уст} \Rightarrow \quad m v_0 = \left(\frac{m}{2} + m\right) v_{уст} = \frac{3}{2} v_{уст}$$

$$v_{уст} = \frac{2}{3} v_0.$$

Ответ: $v_{уст} = \frac{2}{3} v_0$. для обоих перемычек.

3) $\dot{y} = \frac{dy}{dt} \Rightarrow dy = \dot{y} \cdot dt$

$$\Delta y = \int_{t=0}^{t=+\infty} \dot{y}\, dt = \int_0^{+\infty} v_0 e^{-\frac{3B^2L^2}{5Rm}t} dt$$

Δy – на столько увеличилось расстояние между перемычками.

$$\Delta y = \int_0^{+\infty} v_0 e^{-\frac{3B^2L^2}{5Rm}t} dt = -v_0 \cdot \frac{5Rm}{3B^2L^2} e^{-\frac{3B^2L^2}{5Rm}t} \Big|_0^{+\infty} =$$

$$= \left(-v_0 \cdot \cancel{\frac{5Rm}{3B^2L^2} e^{-\infty}}^{\,0} + v_0 \cdot \frac{5Rm}{3B^2L^2}\right) =$$

$$= \frac{5Rmv_0}{3B^2L^2}.$$

Ответ: $\frac{5Rmv_0}{3B^2L^2}$.

Ответы ко всем частям:

1) $\frac{2B^2L^2 v_0}{5Rm}$

2) $v_{1уст} = v_{2уст} = \frac{2}{3} v_0$

3) расстояние увеличилось на $\frac{5mRv_0}{3B^2L^2}$.

9

Чистовик

Физика 11–02

Часть 2

Задача 5.

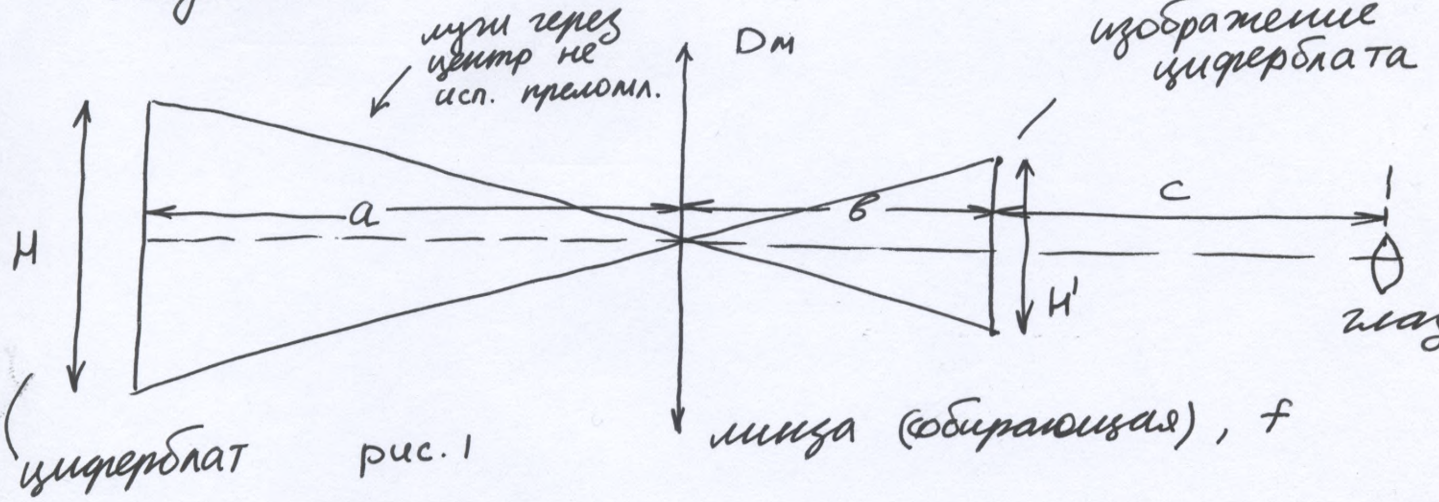


рис. 1

По условию $H = 9$ см, $f = 12$ см, $a = 48$ см. Так как глаз аккомодирован на 24 см, то $c = 24$ см.

1) По ф-ле тонкой линзы $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$.

$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{a-f}{af}$, $b = \frac{af}{a-f}$.

Расстояние x от глаза до линзы равно $c + b = c + \frac{af}{a-f} = 24\text{см} + \frac{48 \cdot 12}{48-12}\text{см} =$

$= 24\left(1 + \frac{2 \cdot 12}{36}\right)\text{см} = 24\left(1 + \frac{2}{3}\right)\text{см} = 40\text{см}$.

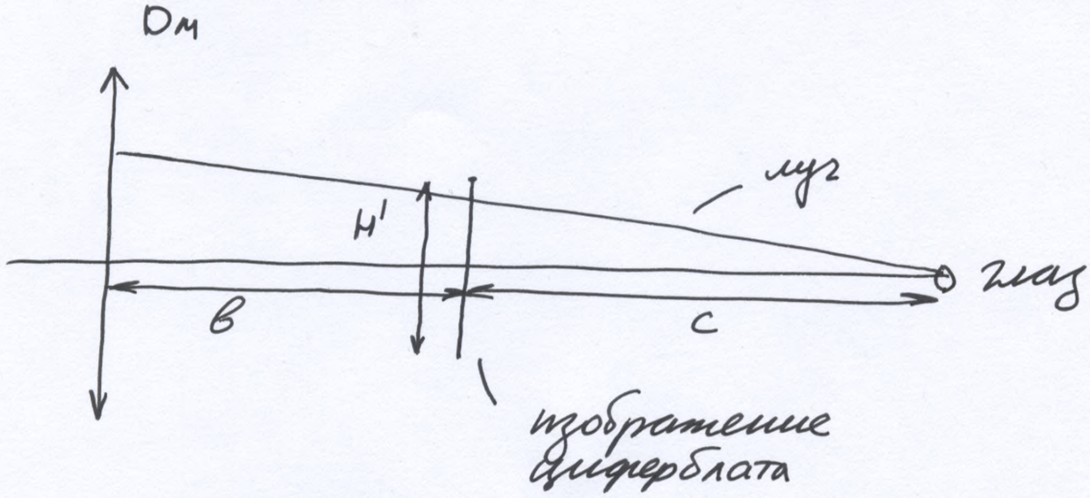
Ответ: $x = 40$ см.

2) Рассмотрим любую точку изображения циферблата, а также луч, идущий от неё к глазу.

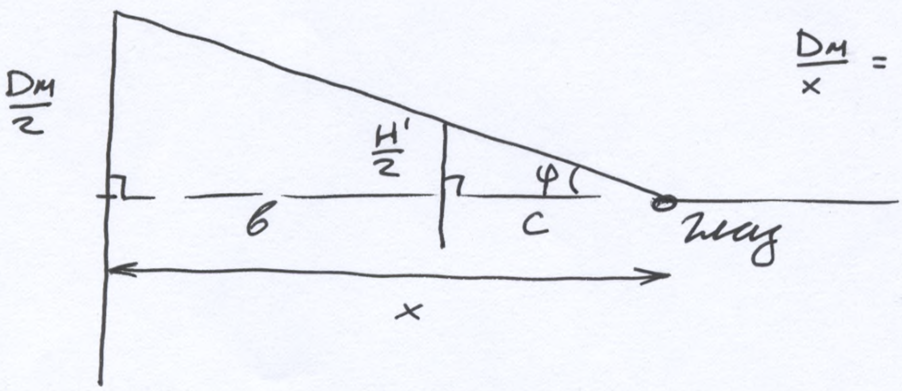
10

Чистовик

Физика 11-02
Часть 2



Этот луч должен был пройти от соотв. точки циферблата через линзу, то есть должен пересечь линзу. Необходимо и достаточно, чтобы крайние лучи пересекли линзу.



$$\frac{D_м}{x} = \frac{H'}{c} = 2\,\mathrm{tg}\,\varphi.$$

рис. 2

Имеем $\frac{D_м}{2} \geqslant \frac{x}{c}\cdot\frac{H'}{2}$ из подобия.

$$D_м \geqslant \frac{xH'}{c}.$$

Найдем H', опять же из подобия, на рисунке 1:

$$\frac{a}{H} = \frac{b}{H'} \Rightarrow H' = \frac{bH}{a}.$$

11 Чистовик Физика 11-02
Часть 2

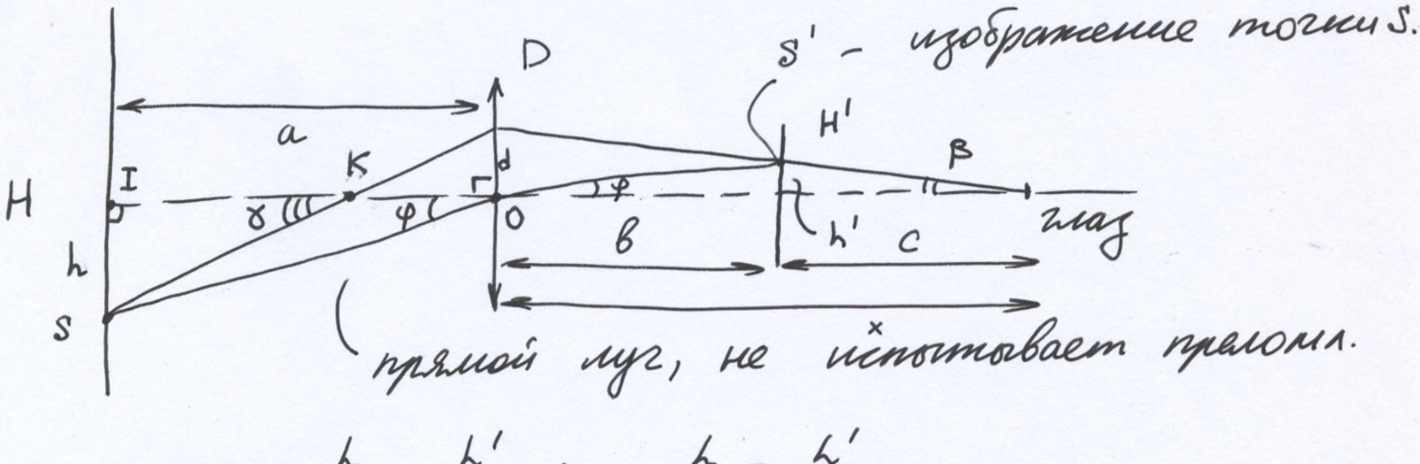
Имеется $D_м \geq \frac{x}{c} \cdot \frac{bH}{a} = \frac{xbH}{ac}$.

Минимальный диаметр равен:

$$\frac{xbH}{ac} = см \cdot \frac{40 \cdot 16 \cdot 9}{48 \cdot 24} = \frac{40 \cdot 3}{24} см = \frac{40}{8} см = 5 см.$$

Ответ: $5 см = D_м$.

3) Докажем, что все лучи, попадающие в глаз от циферблата через линзу, пересекают главную оптическую ось ещё в одной точке, помимо глаза.



$tg\,\varphi = \frac{h}{a} = \frac{h'}{b} \Rightarrow \frac{h}{a} = \frac{h'}{b}$.

$tg\,\beta = \frac{d}{x} = \frac{h'}{c} \Rightarrow \frac{d}{x} = \frac{h'}{c}$.

Найдем отношение $\frac{IK}{KO}$.

$tg\,\gamma = \frac{h}{IK} = \frac{d}{KO} \Rightarrow \frac{IK}{KO} = \frac{h}{d}$.

Но $h = \frac{ah'}{b}$, $d = \frac{xh'}{c} \Rightarrow \frac{h}{d} = \frac{ac}{bx}$.

(12) Чистовик

Физика 11-02
Часть 2.

Заметим, что $\frac{L}{d}$ не зависит от выбора точки S на циферблате, то есть точка K не зависит от луча, который пришел к нам в глаз.

$$\frac{IK}{KO} = \frac{L}{d} = \frac{ac}{bx} \Rightarrow \frac{IK}{IK+KO} = \frac{IK}{a} = \frac{ac}{ac+bx}$$

$$IK = a \cdot \frac{ac}{ac+bx} = \text{см} \cdot 48 \cdot \frac{48 \cdot 24}{48 \cdot 24 + 40 \cdot 16} =$$

$$= \text{см} \cdot 48 \cdot \frac{6 \cdot 3}{6 \cdot 3 + 5 \cdot 2} = 48 \cdot \text{см} \cdot \frac{18}{28} = 30{,}86 \text{ см}.$$

Непрозрачный небольшой экран нужно разместить на расстоянии $\frac{216}{7}$ см $\simeq$

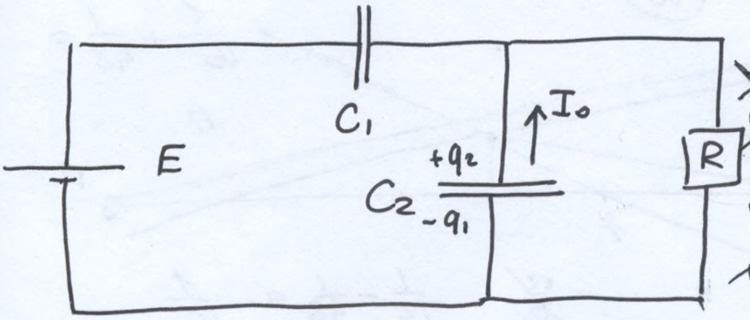
$\simeq 30{,}86$ см от экрана с циферблатом между линзой и циферблатом. Тогда мы перекроем все лучи, идущие в глаз от циферблата и не увидим ни одной детали. От линзы на расст. $(48 - 30{,}86)$ см $=$
$= 17{,}14$ см. $= \frac{120}{7}$ см

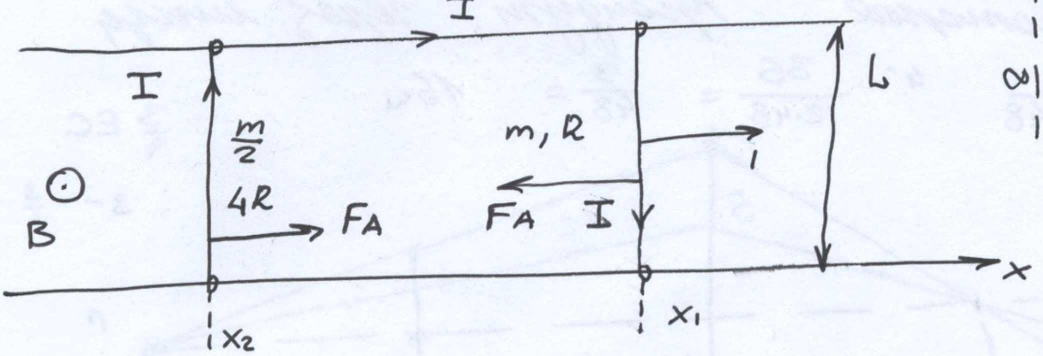
Ответ: 1) 40 см $= x$

2) $D_м = 5$ см

3) на расстоянии $30{,}86$ см от циферблата, между линзой и ним и на $17{,}14$ см от линзы

Черновик.





$$S = L(x_1 - x_2)$$

$$\dot{\Phi} = BL(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$$

$$F_A = \frac{B^2L^2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)}{5R}.$$

$$\mathcal{E}_i = -BL(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$$

$$\ddot{x}_1 = \frac{(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)B^2L^2}{5mR}$$

$$I = \frac{BL(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)}{5R}$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{2B^2L^2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)}{5mR} =$$

$$\ddot{x}_1 = -\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)B^2L^2}{5mR}$$

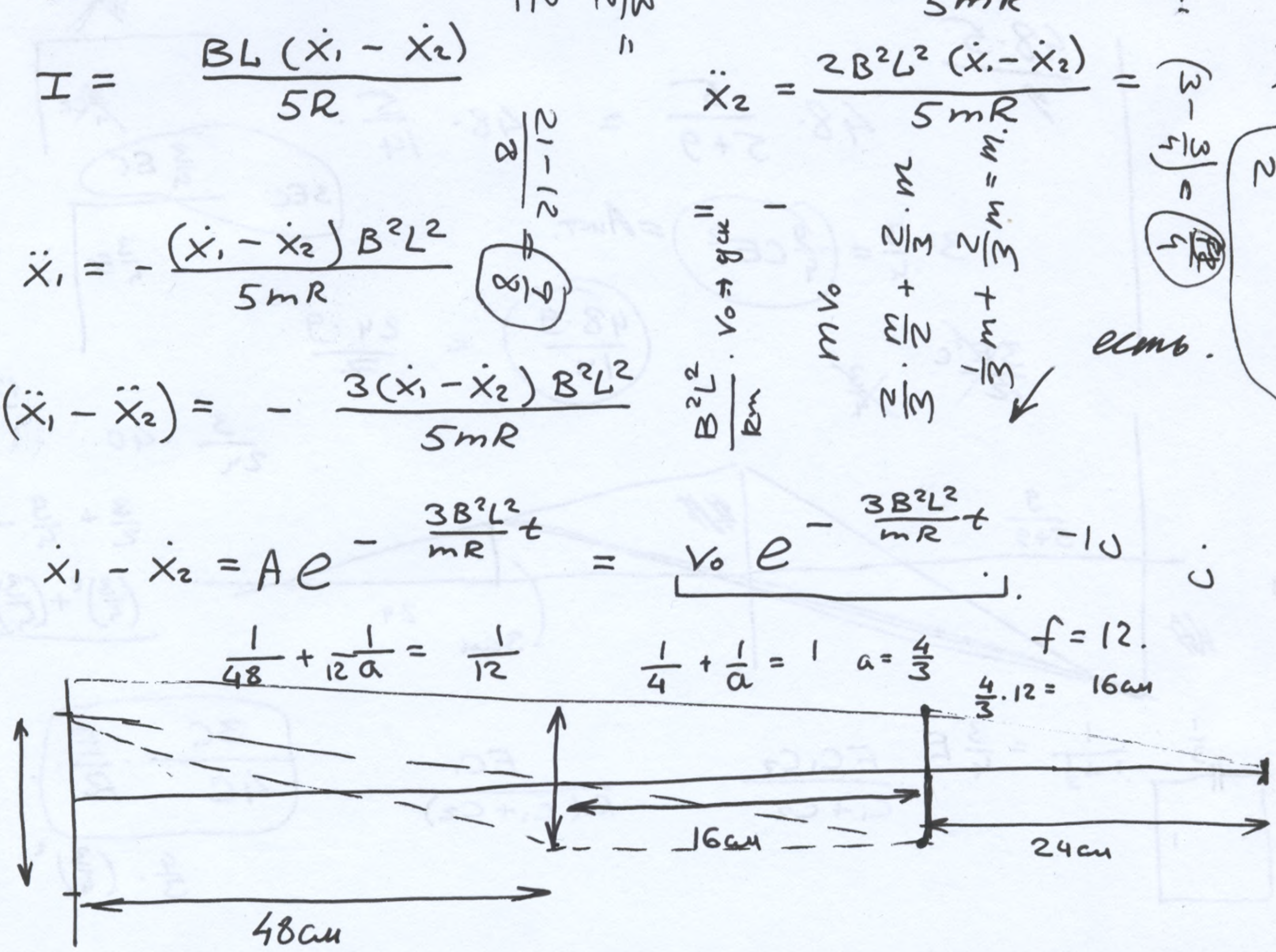
есть.

$$(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) = -\frac{3(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)B^2L^2}{5mR}$$

$$\dot{x}_1 - \dot{x}_2 = Ae^{-\frac{3B^2L^2}{mR}t} = \underline{v_0 e^{-\frac{3B^2L^2}{mR}t}}.$$

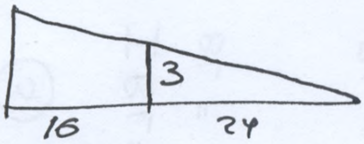
$$\frac{1}{48} + \frac{1}{12a} = \frac{1}{12} \qquad \frac{1}{4} + \frac{1}{a} = 1 \qquad a = \frac{4}{3} \qquad f = 12.$$

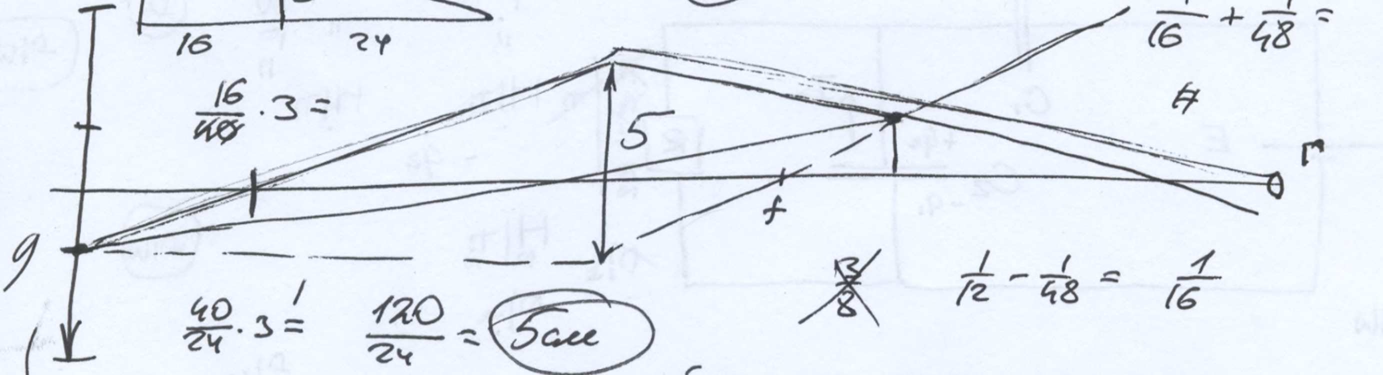
$$\frac{4}{3} \cdot 12 = 16\text{см}$$



Черновик

40





$\frac{1}{16} + \frac{1}{48} =$

$\frac{16}{\cancel{40}} \cdot 3 =$

$\cancel{\frac{3}{8}}$ $\quad \frac{1}{12} - \frac{1}{48} = \frac{1}{16}$

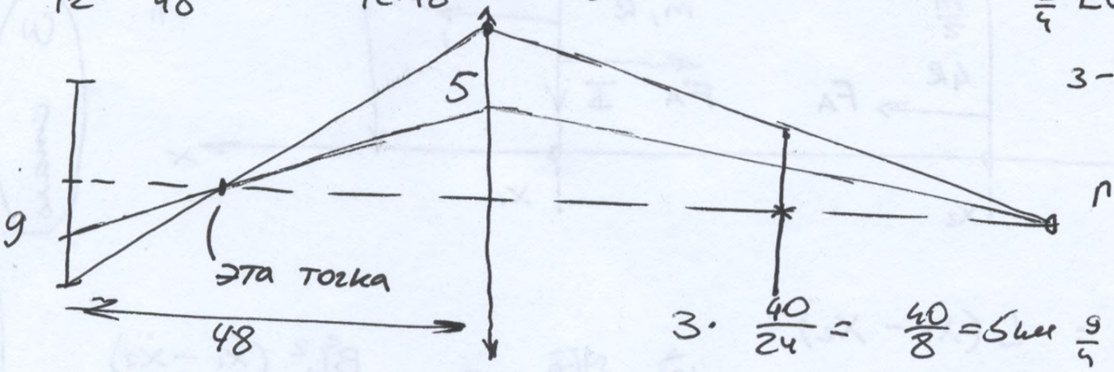
$\frac{40}{24} \cdot 3 = \frac{120}{24} = 5$ см

лучи, которые пройдут через линзу

$\frac{1}{12} - \frac{1}{48} \quad 4 \cdot \quad \frac{36}{12 \cdot 48} = \frac{3}{48} = 16$ см

$\frac{3}{4}EC \qquad 3EC.$

$3 - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$



$3 \cdot \frac{40}{24} = \frac{40}{8} = 5$ см $\quad \frac{9}{4} + \frac{9}{4} - \frac{3}{8}$

$48 \cdot \frac{18}{28} = \frac{48 \cdot 9}{14} = \frac{24 \cdot 9}{7} =$ $\quad 16$

$\frac{48 \cdot 5}{9}$

$48 \cdot \frac{5}{5+9} = 48 \cdot \frac{5}{14}.$

$\cancel{\frac{3}{4}CE}$

$\frac{3}{4}EC$

3EC

$\frac{3}{4}EC$

$3 - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}CE^2 = A_{ист.}$

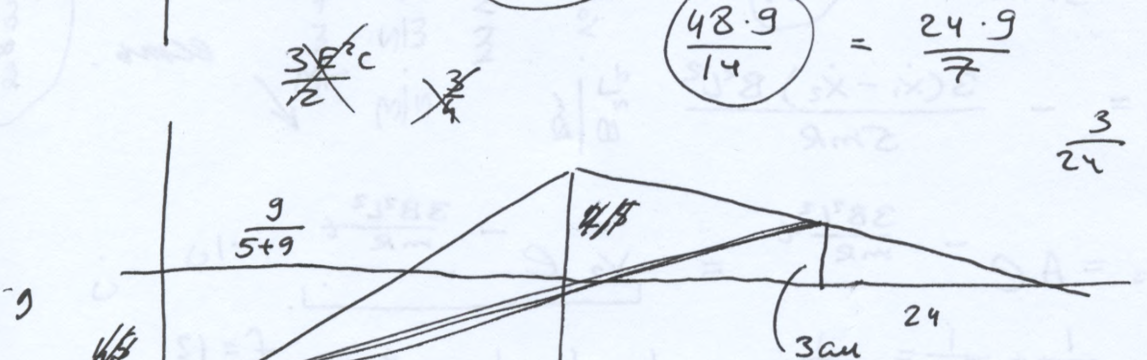
$\frac{3}{2}$

$\frac{48 \cdot 9}{14} = \frac{24 \cdot 9}{7}$

$\cancel{\frac{3E^2C}{2}}$ $\cancel{\frac{3}{4}}$

$\frac{12 + 18 - 3}{8}$

$\frac{3}{24} \cdot 40$



$\frac{3}{2} + \frac{9}{4} - \frac{3}{8}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \cancel{3}$

$\frac{1}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{3}{4}E \qquad \frac{EC_1C_2}{C_1 + C_2} \qquad \frac{EC_1}{R(C_1 + C_2)}$

$\boxed{\frac{3C}{4C} \cdot \frac{E}{R}}.$

$\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \qquad \frac{3}{8}$