Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21202888**

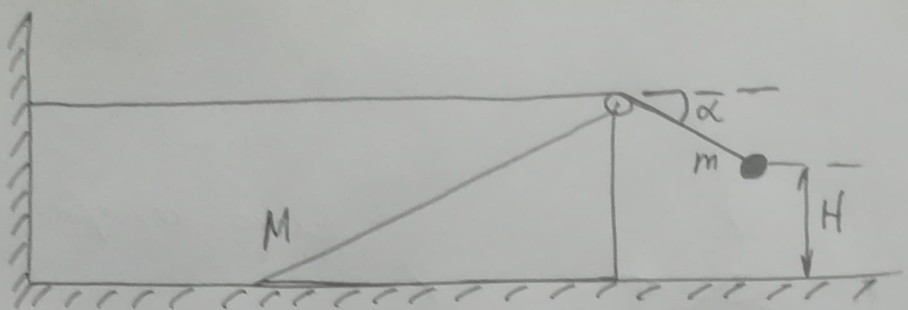
ID профиля: **98833**

Вариант 2

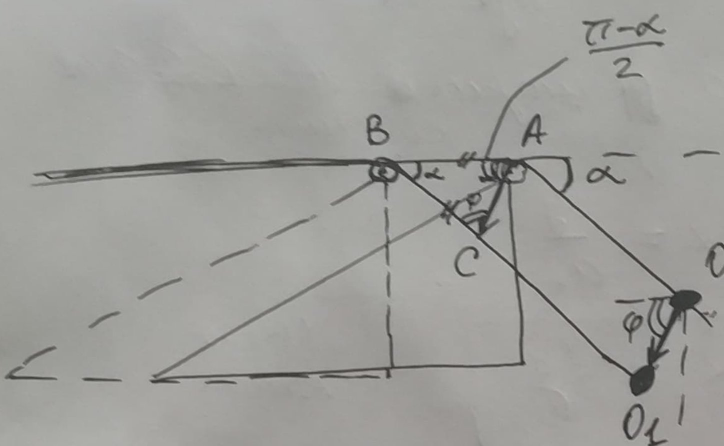
Чистовик. стр. 1

1

$\cos\alpha = \frac{4}{5}$



1) Рассм. малые смещения в системе:



$\triangle ABC$ – равнобедр.

$\Rightarrow \angle BAC = \angle BCA \equiv \varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$

Уск-е шара напр-но по прямой OO_1 под углом $\frac{\pi}{2} - \varphi$ к вертикали

$$\frac{\pi}{2} - \varphi = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\alpha}{2}$$

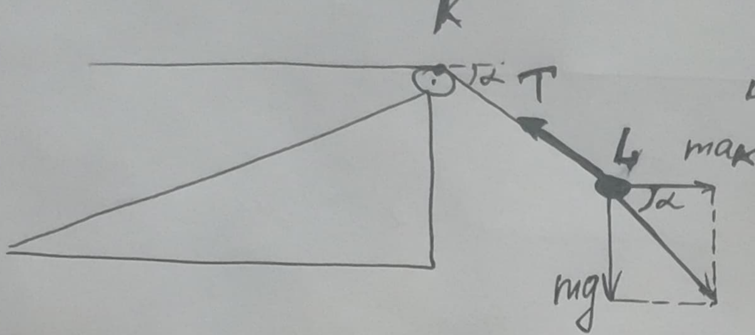
$$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{\cos\alpha + 1}{2} = \frac{9}{10}$$

$\Rightarrow \boxed{\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}} \approx 0{,}95$; уск-е шарика под углом $\frac{\alpha}{2}$ к вертикали

Пусть $a_к$ – уск-е клина, $a_ш$ – уск-е шарика.

т.к. $AC = 2AB \sin\frac{\alpha}{2}$, то $a_ш = 2\sin\frac{\alpha}{2}\, a_к = 2\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}\, a_к$

2) Перейдём в неинерц. СО, связанную с клином:



В рассм. СО [redacted] шарик [redacted] движется вдоль прямой KL (нити)

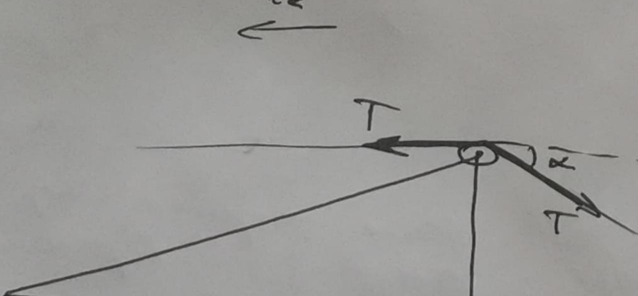
$$\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{g}{a_к},$$

$$\boxed{a_к = g\operatorname{ctg}\alpha = \frac{4}{3}g}$$ – Уск-е клина

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \frac{25}{16} - 1 = \frac{9}{16} \Rightarrow \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{16}{9}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{4}{3}$$

3) Рассм. силы, действ-е на клин в горизонтальном напр-ии:

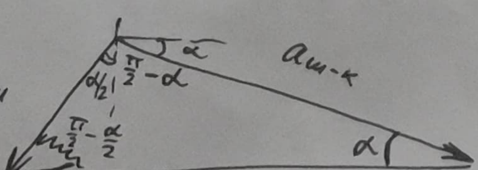


Из рис. к п. 2):

$$\begin{cases} m\sqrt{g^2 + a_к^2} - T = m a_{ш-к} \\ T(1-\cos\alpha) = M a_к \end{cases}$$

Уск-е шарика отн-но клина

Найдём $a_{ш-к}$:



$$a_{ш-к}\cos\alpha + \frac{2}{\sqrt{10}} a_к \overbrace{\sin\frac{\alpha}{2}}^{= \frac{1}{\sqrt{10}}} = a_к$$

$$\frac{4}{5} a_{ш-к} + \frac{2}{10} a_к = a_к$$

$$\frac{4}{5} a_{ш-к} = \frac{4}{5} a_к \Rightarrow \underline{a_{ш-к} = a_к}$$

Имеем:

$$\begin{cases} T = m\left(\sqrt{g^2+a_к^2} - a_к\right) \\ T(1-\cos\alpha) = Ma_к \\ a_к = \frac{4}{3}g \end{cases}$$

$$m\left(g\sqrt{1+\frac{16}{9}} - \frac{4}{3}g\right)\left(1-\frac{4}{5}\right) = \frac{4}{3}Mg$$

$$m\left(\frac{25-4}{3}\right)\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{4}{3}M$$

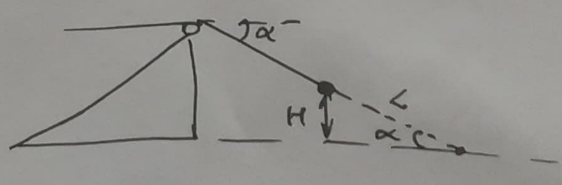
$$\frac{7}{5}m = \frac{4}{3}M$$

$$\frac{m}{M} = \frac{4}{3}\cdot\frac{5}{7} = \frac{20}{21}, \qquad \boxed{\frac{m}{M} = \frac{20}{21}}$$

4) $a_{ш-к} = a_к$;
В системе отсчёта клина шар движется по прямой вдоль нити; в начальный момент скорость шарика отн-но клина — ноль

$$\Rightarrow, \ \tau = \sqrt{\frac{10H}{3a_{ш-к}}}$$

$$\Rightarrow \frac{a_{ш-к}\tau^2}{2} = L = \frac{5}{3}H$$



$$\sin\alpha = \frac{H}{L} = \frac{3}{5}$$

$$\underline{L = \frac{5}{3}H}$$

$$\frac{2}{3}g\tau^2 = \frac{5}{3}H$$

$$g\tau^2 = \frac{5}{2}H$$

$$\boxed{\tau = \sqrt{\frac{5H}{2g}}}$$

Ответ: $\frac{\alpha}{2}$, $\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}} \approx 0{,}95$; $a_к = \frac{4}{3}g$; $\frac{m}{M} = \frac{20}{21}$; $\tau = \sqrt{\frac{5H}{2g}}$.

②

$$C(T) = \frac{5}{2} R \frac{T}{T_0}$$

1) $$dQ = \nu C(T)\, dT = \frac{5}{2} \frac{\nu R}{T_0} T\, dT$$

$$\Rightarrow Q_1 = \int_{\frac{1}{2}T_0}^{T_0} dQ = \frac{5}{2} \frac{\nu R}{T_0} \int_{\frac{1}{2}T_0}^{T_0} T\, dT = \frac{5}{2} \frac{\nu R}{T_0} \cdot \frac{T^2}{2} \Bigg|_{\frac{1}{2}T_0}^{T_0} =$$

$$= \frac{5 \nu R}{2 T_0} \frac{T_0^2 - \frac{1}{4} T_0^2}{2} = \frac{5 \nu R}{2 \cancel{T_0}} \cdot \frac{3}{8} T_0^{\cancel{2}} = \frac{15}{16} \nu R T_0$$

$$\boxed{Q_1 = \frac{15}{16} \nu R T_0}$$

2) Решим задачу на макроуровне.
Т.к. $C(T)$ — линейная ф-ия,

$$C_{эфф.} = \frac{5}{2} R \frac{T_0 + T}{2 T_0} = \frac{5}{4} R \frac{T_0 + T}{T_0},$$ где

T_0 — нач. темп-ра газа

T — конечн. темп-ра газа

$C_{эфф.}$ — эффективная теплоёмкость.

$$Q = \Delta U + A_{газа} = \nu C_{эфф} \Delta T$$

$$\frac{3}{2} \nu R (T - T_0) + A_{газа} = \frac{5}{4} \nu R \left(1 + \frac{T}{T_0}\right)(T - T_0)$$

$$A_{газа} = \frac{3}{2} \nu R (T_0 - T) - \frac{5}{4} \nu R \frac{(T_0 - T)(T_0 + T)}{T_0}$$

$$A_{газа} = \frac{1}{2} \nu R \left[3(T_0 - T) - \frac{5}{2} \frac{T_0^2 - T^2}{T_0} \right] =$$

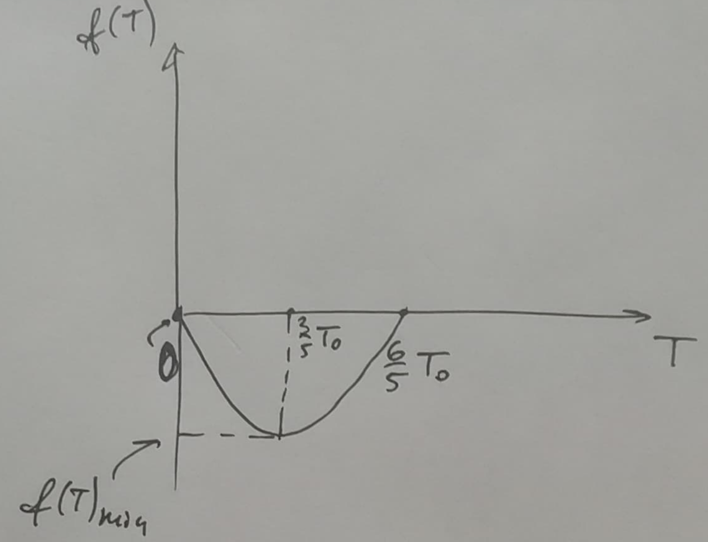
$$= \frac{1}{2}\nu R\left[\frac{6T_0^2 - 6T_0T - 5T_0^2 + 5T^2}{2T_0}\right] = \frac{1}{4}\nu R\left(\frac{T_0^2 - 6T_0T + 5T^2}{T_0}\right)$$

$A_{газа}$ мин. при минимуме $5T^2 - 6T_0T \to f(T)$

$5T^2 - 6T_0T = 0:$

$T(5T - 6T_0) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} T = 0 \\ T = \frac{6}{5}T_0 \end{array}\right.$$



$\Rightarrow$ При $\boxed{T = \frac{3}{5}T_0}$ совершённая газом работа будет минимальна.

3) $$A_{min(газа)} = \frac{\nu R}{4T_0}\left(T_0^2 - 6T_0\cdot\frac{3}{5}T_0 + \cancel{5}\frac{9}{5^{\cancel{2}}}T_0^2\right) =$$

$$= \frac{\nu R}{4T_0}\left(T_0^2 - \frac{18}{5}T_0^2 + \frac{9}{5}T_0^2\right) = \frac{\nu RT_0}{4}\left(\frac{5+9-18}{5}\right) =$$

$$= -\frac{\nu RT_0}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{4}}{5} = -\frac{1}{5}\nu RT_0$$

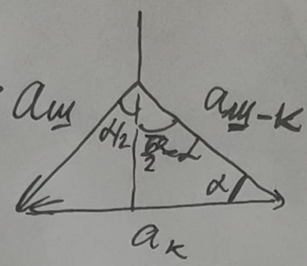
$$\boxed{A_{газа\,min} = -\frac{1}{5}\nu RT_0}$$

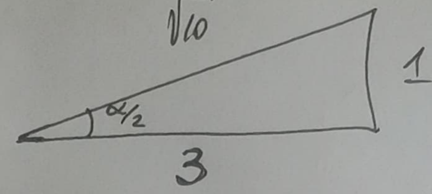
Ответ: $Q_1 = \frac{15}{16}\nu RT_0$; $T = \frac{3}{5}T_0$; $A_{газа\,min} = -\frac{1}{5}\nu RT_0$

Черновик

$\vec{a}_{ш-з} + \vec{a}$

$\frac{2}{\sqrt{10}} a_к \rightarrow a_ш$





$\frac{5}{2}R$

10-9

$Q = \Delta U + A_{газа}$

$Q = \frac{3}{2}\nu R\,dT + A_{газа} = \frac{5}{2}\nu R \frac{T}{T_0}\,dT$

$\frac{15}{8}\nu R \cdot \frac{1}{2}T_0 = \frac{15}{16}\nu R T_0$

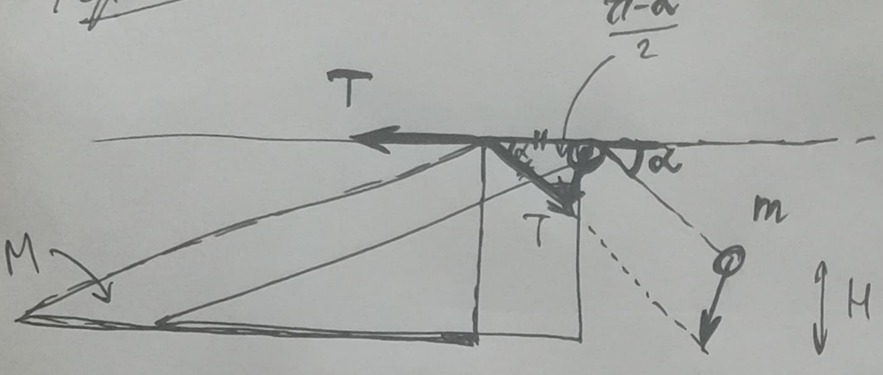
$\cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1$

$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{\cos\alpha + 1}{2}$

$\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$

$\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$

Черновик



$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1$$

$$tg^2\alpha = \frac{25}{16} - 1 = \frac{9}{16}$$

$$ctg^2\alpha = \frac{16}{9}$$

$$ctg\,\alpha = \frac{4}{3}$$

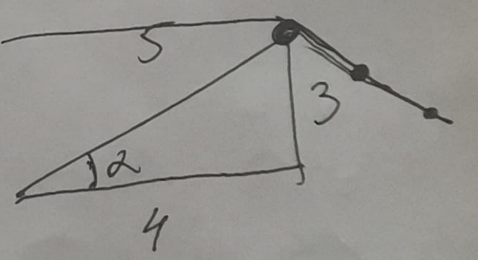
$$\pi - \alpha - \frac{\pi-\alpha}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = \cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\cos\alpha = \cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2} = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1$$

$$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{\cos\alpha + 1}{2} = \frac{9}{10}$$

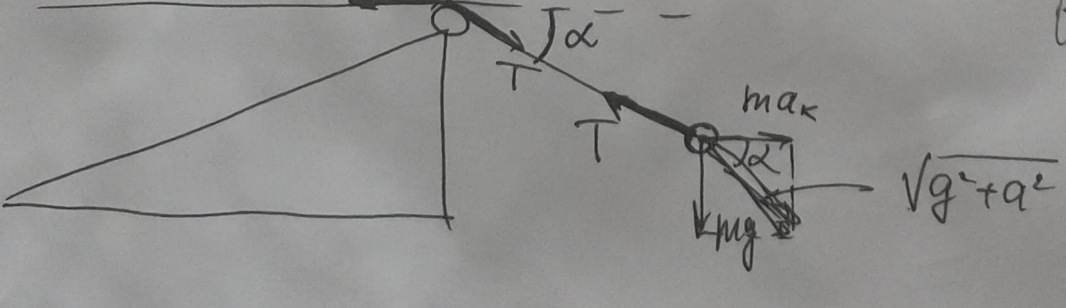
$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$



$$T(1-\cos\alpha) = Ma_к$$

$$\frac{3}{4} = \frac{g}{a_к}$$

$$\frac{a_к}{g} = \frac{4}{3}$$



По т. косинусов:

Черновик

$$a_{m-k}^2 = a_k^2 + a_m^2 - 2\, a_k a_m \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$a_{m-k}^2 = a_k^2 + \frac{4}{10} a_k^2 - \frac{4}{\sqrt{10}} a_k a_m \sin\frac{\alpha}{2} =$$

$$= \frac{14}{10} a_k^2 - \frac{4}{\sqrt{10}} a_k \cdot \frac{2}{\sqrt{10}} a_k \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} =$$

$$= \frac{14}{10} a_k^2 - \frac{\frac{8}{\sqrt{10}}}{10} a_k^2$$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21202888**

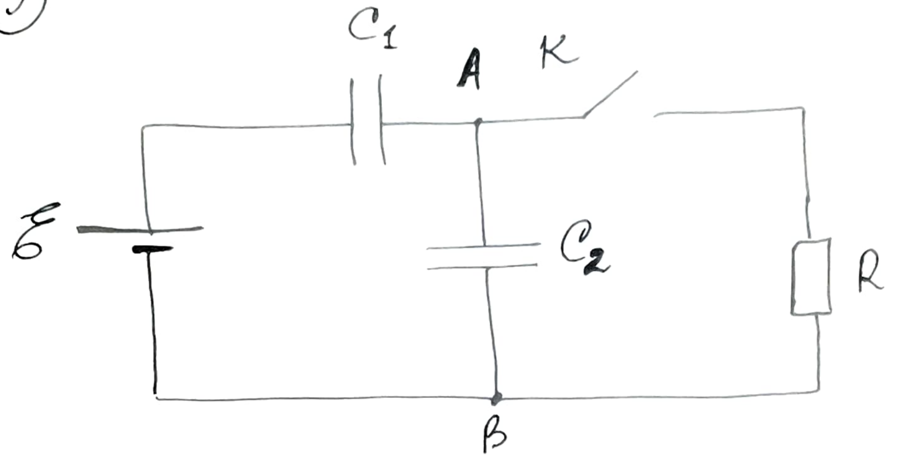
ID профиля: **98833**

Вариант 2

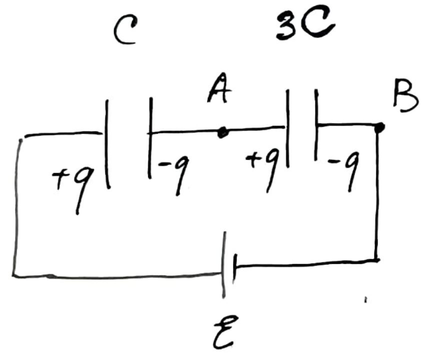
$C_1 = C$

$C_2 = 3C$

③



1) К разомкнут, режим установился:



$$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + \frac{q}{3C} = \frac{4q}{3C}$$

$$\Rightarrow q = \frac{3C\mathcal{E}}{4}$$

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{q}{3C} = \frac{\mathcal{E}}{4} \quad \text{(см. рис.)}$$

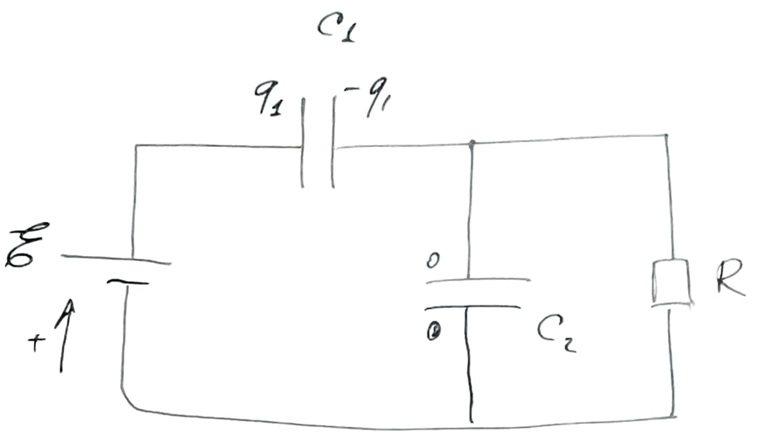
После замыкания ключа (сразу) заряд конденсатора $C_2 = 3C$ ещё не успел измениться и по-прежнему равен $q = \frac{3C\mathcal{E}}{4}$

$$\Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = \frac{\mathcal{E}}{4},$$

$$I_R = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R} = \frac{\mathcal{E}}{4R}$$

$$\boxed{I_R = \frac{\mathcal{E}}{4R}}$$

2) В установившемся режиме после замыкания ключа тока в цепи нет, $\Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = 0$, $\Rightarrow$ конденсатор C_2 не заряжен, конденсатор C_1 заряжен до напр-я $\mathcal{E}$.



Чистовик. стр. 2

$$\mathcal{E} = \frac{q_1}{C_1}$$

$$\Rightarrow q_1 = C_1\mathcal{E} = C\mathcal{E}$$

Через источник в «+» напр-ии прошёл заряд $q_1 - q = C\mathcal{E}\left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{C\mathcal{E}}{4}$

$$\Rightarrow A_{ист.} = (q_1 - q)\mathcal{E} = \frac{C\mathcal{E}^2}{4}$$

Пусть W_1 — суммарная потенциальная энергия конденсаторов сразу после замыкания ключа;

W_2 — —"— через длительное время после замыкания ключа.

$$W_1 = \frac{q^2}{2C} + \frac{q^2}{2\cdot 3C} = \frac{4q^2}{6C} = \frac{2q^2}{3C} = \frac{\cancel{2}\cdot\frac{\cancel{9}^{3}C^2\mathcal{E}^2}{\cancel{16}\,8}}{\cancel{3}C} = \frac{3C\mathcal{E}^2}{8}$$

$$W_2 = \frac{q_1^2}{2C} = \frac{C^2\mathcal{E}^2}{2\cancel{C}} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$$

Работа эл. (потенц.) сил равна минус изм-ю потенц. энергии:

$$A_{эл} = -(W_2 - W_1) = \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{2}\right)C\mathcal{E}^2 = -\frac{C\mathcal{E}^2}{8}$$

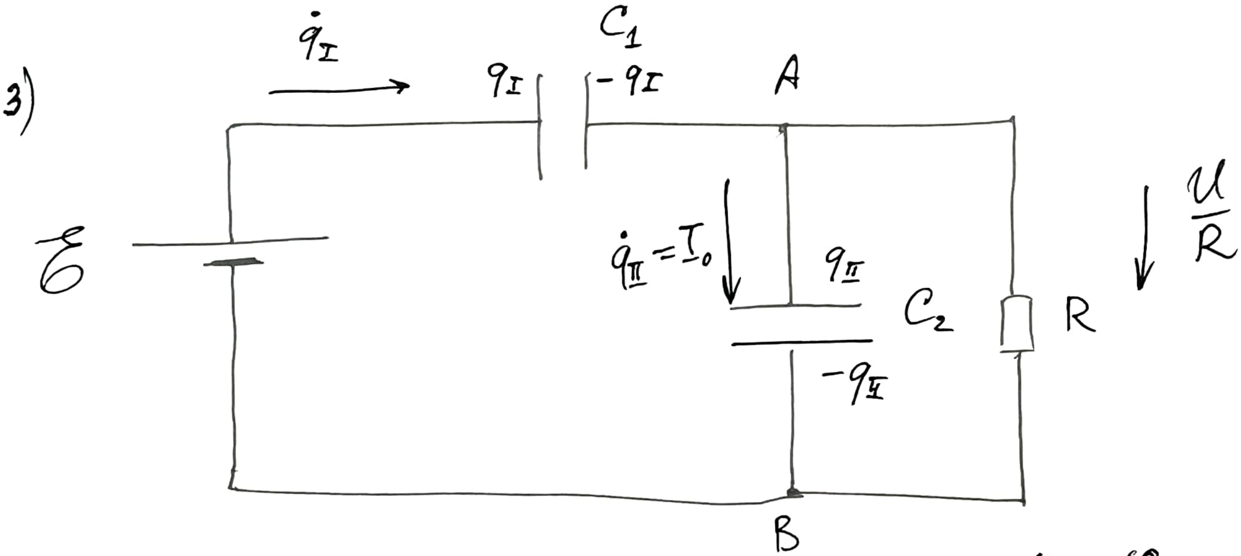
Чистовик. стр 3

Выделившееся кол-во тепл. после замыкания K:

$$Q = A_{ист} + A_{эл} = \frac{C\mathcal{E}^2}{4} - \frac{C\mathcal{E}^2}{8} = \frac{C\mathcal{E}^2}{8}.$$

$$\boxed{Q = \frac{C\mathcal{E}^2}{8}}$$

3)



Пусть в данный момент $\varphi_A - \varphi_B = U$ — искомое напряжение.

$$\begin{cases} \dot{q}_I = I_0 + \frac{U}{R} \Rightarrow U = (\dot{q}_I - I_0)R \\ \mathcal{E} = \frac{q_I}{C_I} + U \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{q_I}{C_I} + \dot{q}_I R - I_0 R \quad (*) \end{cases}$$

~~(*) $C\mathcal{E} = q_I + CR(\dot{q}_I - I_0)$~~

~~$0 = q_I + CR(\dot{q}_I - I_0)$~~

Чистовик. стр. 4

$$(*)\quad C\mathcal{E} = q_I + CR\dot{q}_I - CI_0R$$

$$\underbrace{\left(q_I - C\mathcal{E} - CI_0R\right)} + RC\dot{q}_I = 0$$

$$y(t) = q_I(t) - C\mathcal{E} - I_0R \Rightarrow \dot{q}_I = \dot{y}$$

$$\dot{y} = -\frac{1}{RC}y$$

$$y = y_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$\Rightarrow q_I - C\mathcal{E} - CI_0R = y_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$q_I(0) = q = \frac{3C\mathcal{E}}{4}:$$

$$\frac{3}{4}C\mathcal{E} - C\mathcal{E} - CI_0R = y_0$$

$$\Rightarrow q_I(t) = C\mathcal{E} + CI_0R - \left(\frac{1}{4}C\mathcal{E} + CI_0R\right) \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$\dot{q}_I(t) = \frac{\frac{1}{4}C\mathcal{E} + I_0RC}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t} = \left(\frac{\mathcal{E}}{4R} + I_0\right)e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$\dot{q}_{II} = I_0 \Rightarrow q_{II} = I_0 t + q_{II}^0$$

$$q_{II}(0) = \frac{3C\mathcal{E}}{4} \Rightarrow q_{II}^0 = \frac{3C\mathcal{E}}{4}$$

$$q_{II} = I_0 t + \frac{3C\mathcal{E}}{4}$$

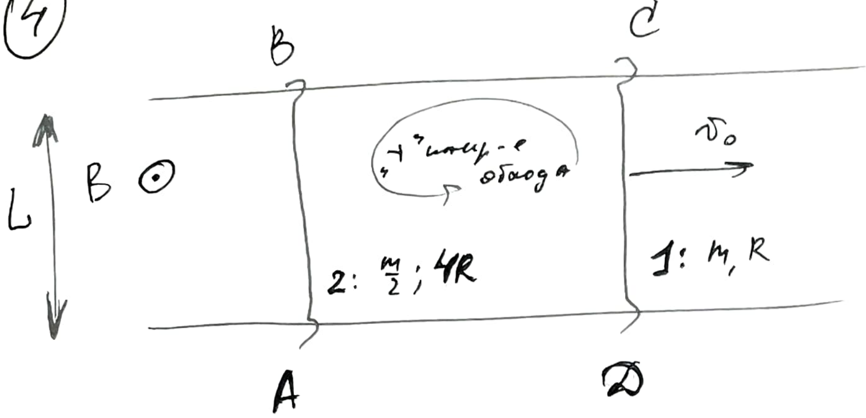
$$U = \frac{q_{II}}{3C} = \frac{I_0}{3C} t + \frac{1}{4}\mathcal{E}$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} \dot{q}_I = I_0 + \frac{U}{R} \\ U = \frac{I_0}{3C} t + \frac{1}{4}\mathcal{E} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\mathcal{E}}{4R} + I_0\right) e^{-\frac{1}{RC} t} = I_0 + \frac{U}{R} \\ U = \frac{I_0}{3C} t + \frac{\mathcal{E}}{4} \end{cases} \longrightarrow \text{находим } t, \underline{\underline{U}}.$$

4

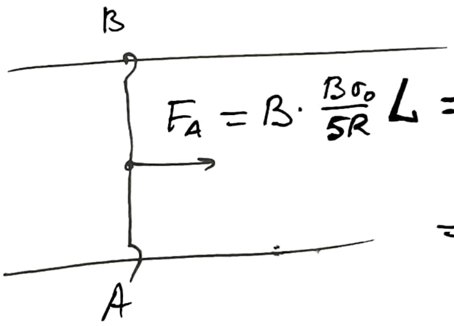


1) Контур ABCD:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dS}{dt}B = -\frac{v_0\,dt}{dt}B = -v_0 B$$

=> В контуре начинает течь ток

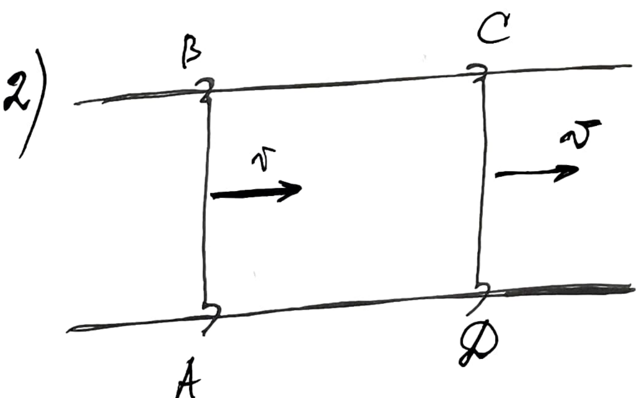
$$I = \frac{|\mathcal{E}_i|}{5R} = \frac{Bv_0}{5R}$$, напр-и против обхода



$$F_A = B\cdot\frac{Bv_0}{5R}L = \frac{m}{2}\cdot a_2$$

$$\Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{2B^2v_0L}{5Rm}}$$

2)



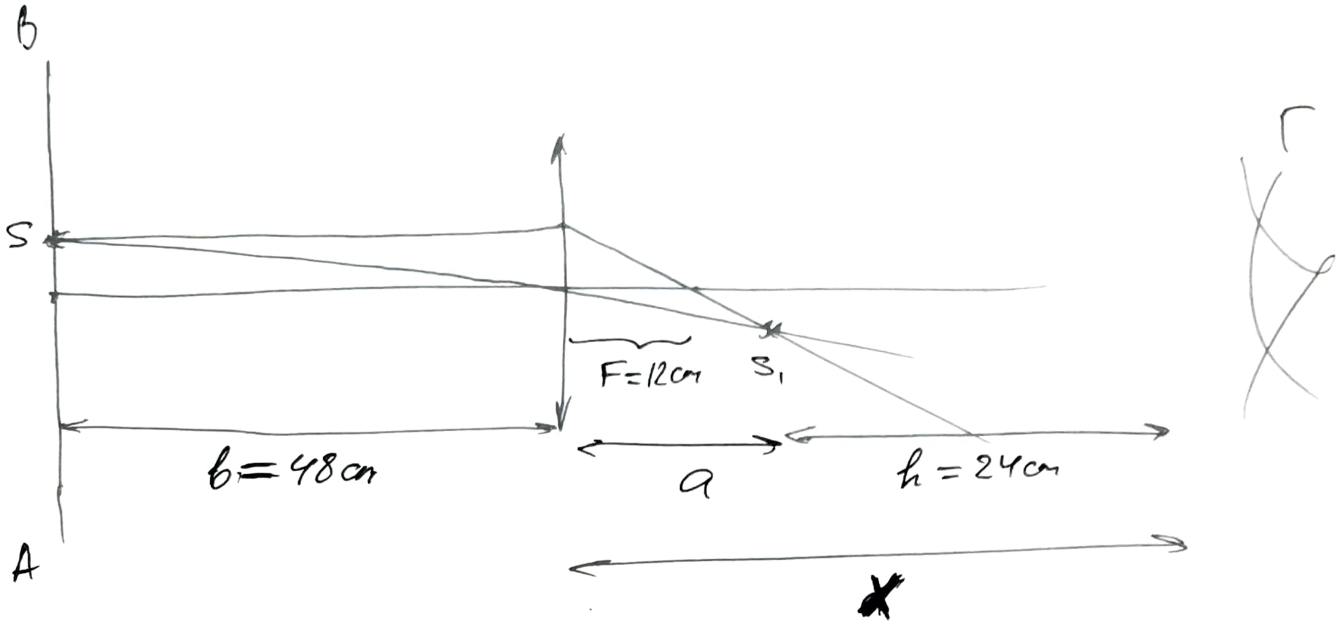
В установившемся режиме площадь ABCD не изм., $\Phi_{ABCD} = const \Rightarrow I = 0 \Rightarrow v = const.$

Сила Ампера, действ. на перемычки — внутр. силы системы (ток общий)

$\vec{p} = const,$

$$\Rightarrow m v_0 = \frac{3m}{2}v \Rightarrow \boxed{v = \frac{2}{3}v_0}$$

5



1) $$\frac{1}{b}+\frac{1}{a}=\frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{F}-\frac{1}{b}=\frac{b-F}{Fb} \Rightarrow a=\frac{bF}{b-F}$$

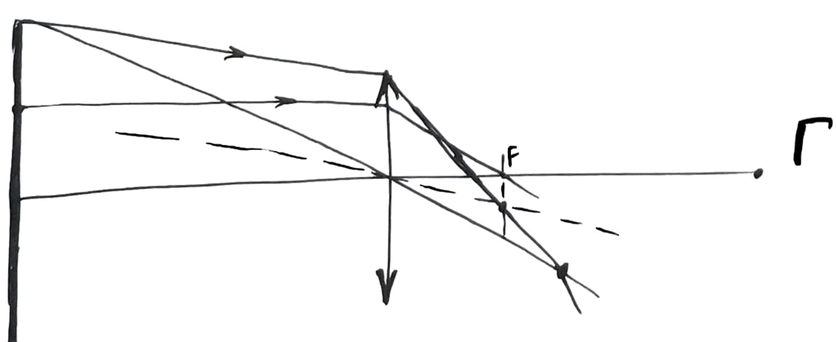
Глаз расп-н на расст-ии

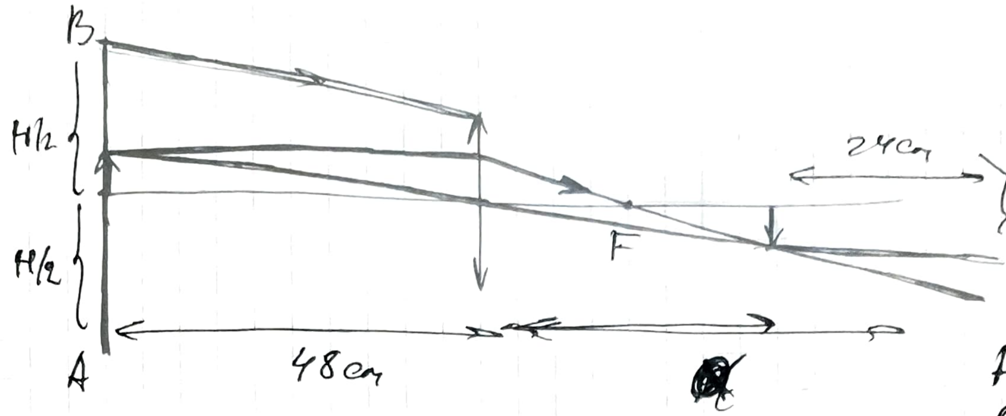
$$\boxed{X=a+h=\frac{bF}{b-F}+h}=\frac{48\cdot \cancel{12}}{3\cdot \cancel{12}}\text{см}+24\text{см}=$$

$$=(16+24)\text{см}=40\text{см}$$

$$\boxed{X=40\text{ см}}$$

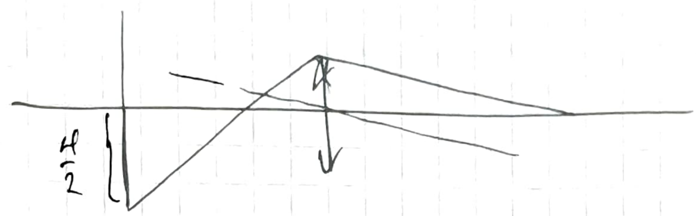
2)

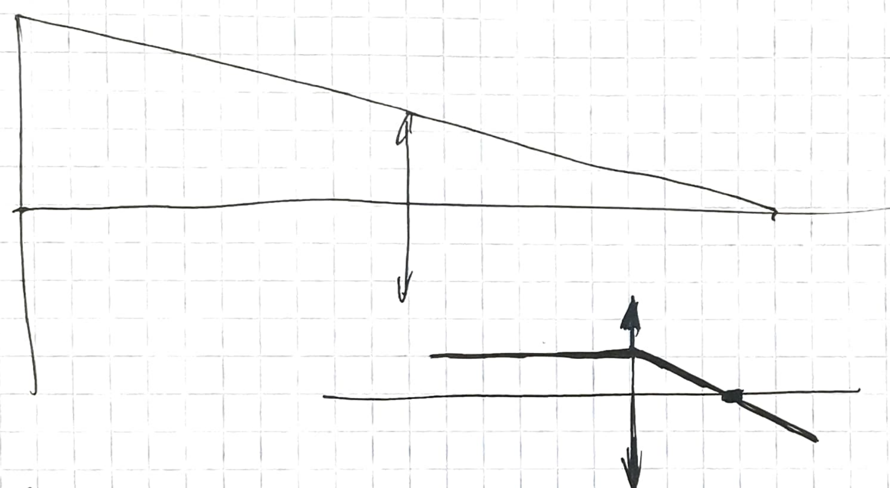


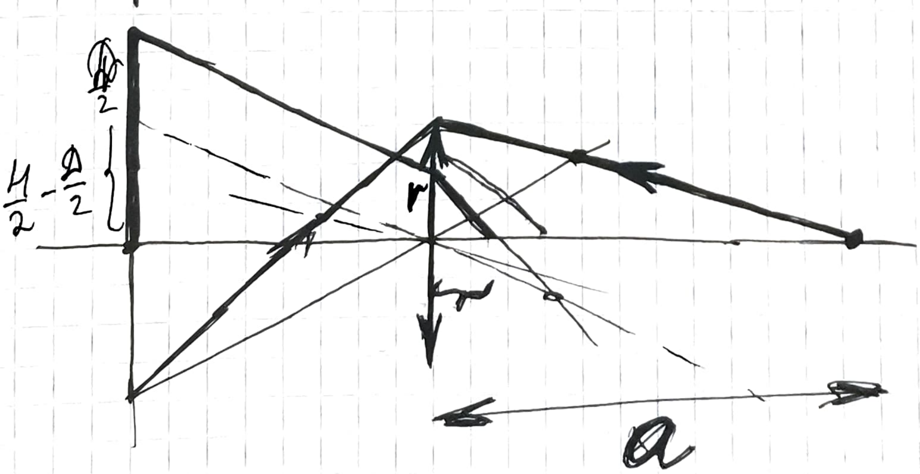


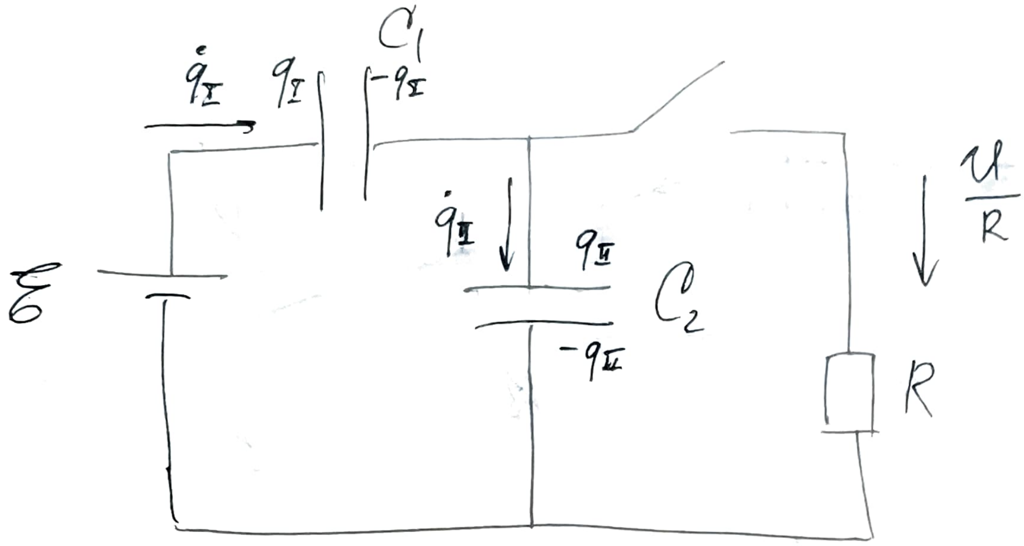
$F = 12$ см

$b = 48$ см









$$\dot q_I = \underbrace{\dot q_{II}}_{"I_0} + \frac{U}{R}$$

$$\frac{q_I}{C_1} + U = \mathcal{E}$$

$$\dot y = -\frac{1}{RC} y$$