Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21203453**

ID профиля: **864006**

Вариант 2

Чернобик

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{4}\nu R T_0$ $\quad PV = \nu R T$

~~$A = \int_{V_0}^{V} P\,dV =$~~ $\quad C(T) = \frac{5}{2}R\frac{T}{T_0}$

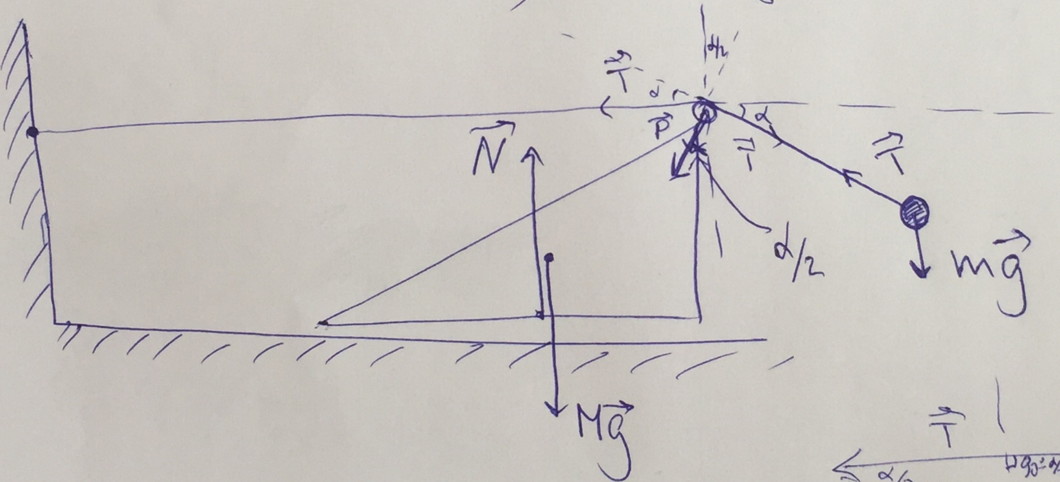
$C(T) = \frac{dQ}{\nu\,dT}$

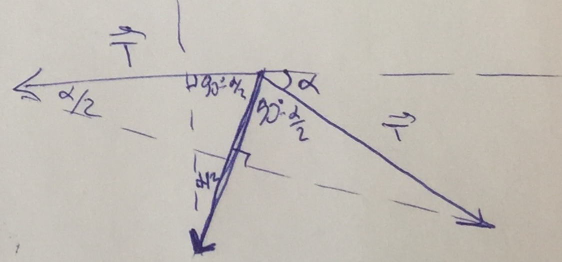
$$Q = \nu\int_{T_0}^{\frac{1}{2}T_0}\left(\frac{dQ}{\nu\,dT}\right)dT = \nu\int_{T_0}^{\frac{1}{2}T_0} C(T)\,dT = \nu\cdot\frac{5}{2}R\frac{1}{T_0}\cdot\int_{T_0}^{\frac{1}{2}T_0} T\,dT =$$

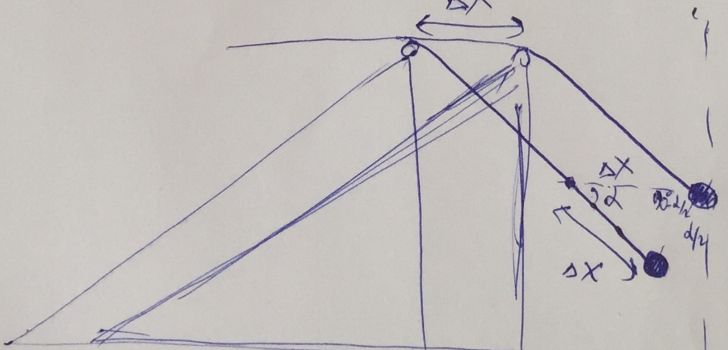
$$= \frac{5}{2}\cdot\frac{R\nu}{T_0}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}T_0\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot T_0^2\right) = -\frac{5}{2}\cdot\frac{\nu R}{T_0}\cdot\frac{3}{8}T_0^2 = \frac{-15\nu R T_0}{16}$$

$\frac{1}{8}$ $\quad \frac{4}{8}$

$\nu R(T_2 - T_0)\cdot\left(\frac{5}{4}\left(\frac{T_0+T_2}{T_0}\right) - \frac{3}{2}\right)$ $\quad \sqrt{\frac{\mu}{\mu/c^2}} = C$







$P = 2T\sin\alpha/2$

$a_{кл} = \frac{P\sin\frac{\alpha}{2}}{M} =$

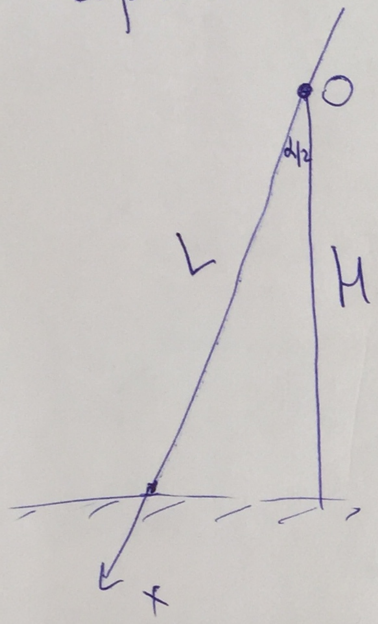
$= \frac{2T\sin^2(\alpha/2)}{M}$

1

Чистовик

№1

4) Шарик ~~все~~ всегда движется под углом $\alpha/2$ к вертикали:



$$L = \frac{H}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{H\sqrt{10}}{3}$$

Ускорение шарика по этой оси (OX) постоянно и равно $\frac{4\sqrt{10}}{15}g = a_{ш}$

$$L = \frac{a_{ш} T^2}{2}$$

$$T = \sqrt{\frac{2L}{a_{ш}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot H\sqrt{10} \cdot 15}{3 \cdot 4\sqrt{10}\, g}} = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \sqrt{\frac{H}{g}}$$

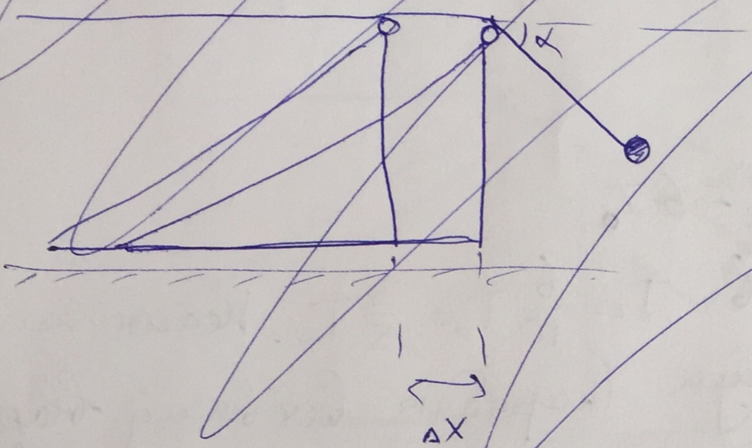
Ответ: $T = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \sqrt{\frac{H}{g}}$

Чистовик

№1

1) Метод малых перемещений:

Пусть за время τ клин сместился на ΔX:



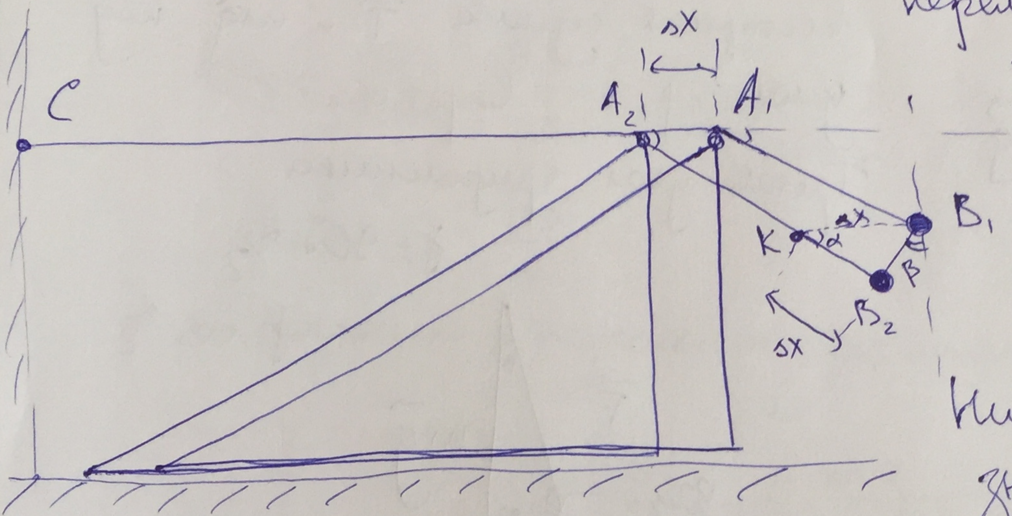
Черновик

21203453 (U864006 M1264919)

Чистовик

№ 1

1) Пусть за некоторое время τ клин сместился на ΔX: $CA_1 - CA_2 = \Delta X$. Пусть шарик из точки B_1 переместился в B_2



Проведём $B_1K \parallel A_1A_2$.

$A_2A_1B_1K$ – параллелограмм, так что $A_1A_2 = KB_1$, $A_2K = A_1B_1$.

Нить нерастяжима, значит

$$CA_1 + A_1B_1 = CA_2 + A_2B_2$$

$$A_2B_2 - A_1B_1 = CA_1 - CA_2 = \Delta X$$

$$A_2K + KB_2 - A_1B_1 = KB_2 = \Delta X$$

$$\beta = 90^\circ - \angle KB_1B_2 = 90^\circ - (90^\circ - \alpha/2) = \alpha/2,$$

т.к. ΔKB_1B р/б $(KB_1 = KB_2 = \Delta X)$

$$\cos\beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

~~$\cos^2 \alpha/2$~~

~~$\cos^2 \alpha/2 \sin$~~

$$\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \cos\alpha$$

$$2\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \cos\alpha + 1$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\cos\alpha + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{4}{5}+1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

Ответ: $\cos\beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$

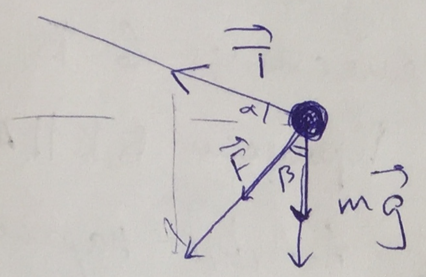
1

21203453 (U864006 M1264919)

Чистовик

№1

г) На шарик действуют сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила тяжести $m\vec{g}$, а ускорение направлено под углом $\beta = \alpha/2$ к вертикали, т.е. векторная сумма $\vec{T}$ и $m\vec{g}$ под углом β к вертикали.

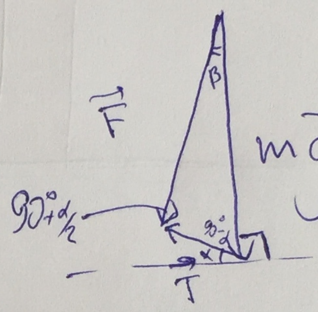


Третий угол треугольника

$$\gamma = 90° + \alpha/2$$

$$\sin\gamma = \cos\frac{\alpha}{2}$$

По т. синусов:

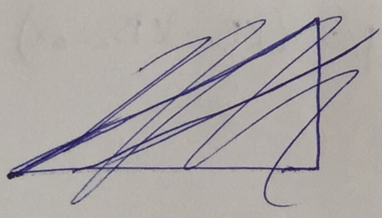


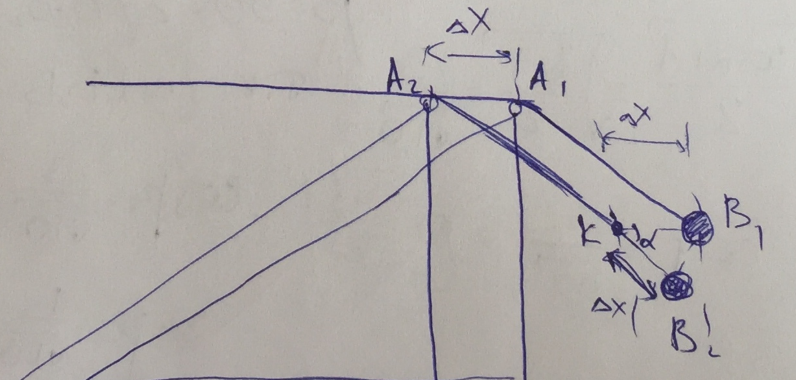
$$\frac{T}{\sin\beta} = \frac{mg}{\sin\gamma}$$

$$T = mg\cdot\frac{\sin\alpha/2}{\cos\alpha/2} = \frac{mg}{3} = const$$

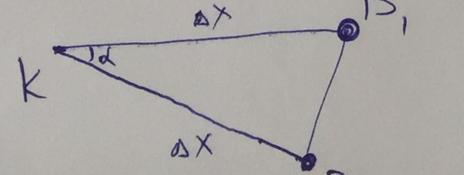
Понятно, что ускорения клина и шарика также постоянны (т.к. $\vec{T} = const$, $M\vec{g} = const$, $m\vec{g} = const$)

Чертеж из пункта 1):





Крупнее:



Найдём B_1B_2:

$$B_1B_2 = 2\Delta x \sin\frac{\alpha}{2}$$

Чистовик

№1

$B_1B_2 = 2\Delta x \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{2\Delta x}{\sqrt{10}}$

Пусть скорость клина в этот момент $V_{кл} = a_{кл} t$,

шарика – $V_{ш} = a_{ш} t$

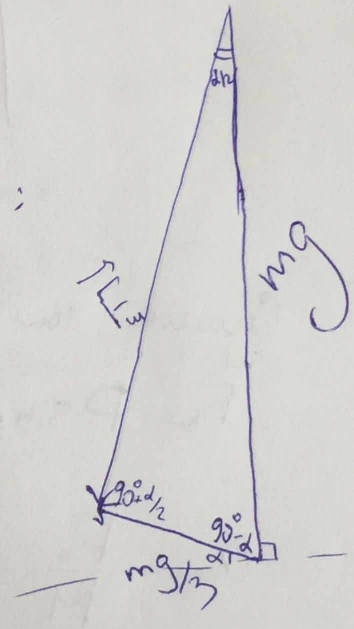
$\Delta x = V_{кл} \tau$

$BB_1 = V_{ш} \tau$

~~$\frac{\Delta x}{BB_2}$~~ $\frac{BB_1}{\Delta x} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{V_{ш}}{V_{кл}} = \frac{a_{ш}}{a_{кл}}$

$a_{кл} = a_{ш} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2}$

Векторный треугольник для шарика:



По т. синусов $\frac{F_ш}{\sin(90° - \alpha)} = \frac{mg}{\sin(90° + \alpha/2)}$

$F_ш = mg \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha/2} = mg \cdot \frac{4/5}{3/\sqrt{10}} = \frac{4\sqrt{10}}{15} mg$

$a_ш = \frac{F}{m} = \frac{4\sqrt{10}}{15} g$

$a_{кл} = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot a_ш = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{4\sqrt{10}}{15} g = \frac{4}{3} g$

Ответ: $a_{кл} = \frac{4}{3} g$

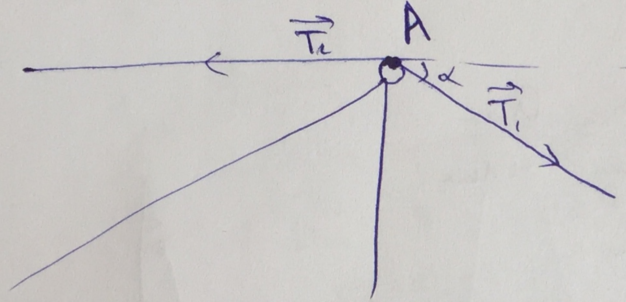
Чистовик

№1.

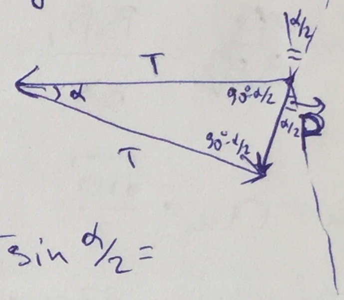
3) ~~Нить~~ Натяжение нити одинаково в каждой её точке и равно $T = mg/3$.

Рассмотрим силы, действующие на клин по горизонтали: для этого достаточно рассмотреть то, как нить действует на клин: (т.к. $M\vec{g}$, $\vec{F}_{тяж}$ и $\vec{N}$ вертикальны)

$T_1 = T_2 = T$



Найдём $\vec{T_1} + \vec{T_2} = \vec{P}$



$P = 2T\sin\alpha/2 =$

$= 2T \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{2mg}{3\sqrt{10}}$

Сумма сил по горизонтальной оси на клин равна:

$F_{кл} = P\sin(\alpha/2) = \frac{2mg}{3\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{2mg}{30} = \frac{mg}{15}$

$a_{кл} = \frac{F_{кл}}{M} = \frac{m}{M} \cdot g/15 = \frac{m}{M} \cdot \frac{1}{15} g$

Но по пункту г) $a_{кл} = \frac{4}{3} g$

$\frac{m}{M} \cdot \frac{1}{15} \cancel{g} = \frac{4}{3} \cancel{g}$

$\frac{m}{M} = 20$

Ответ: $\frac{m}{M} = 20$

Чистовик.

№7.

1) $Q = \nu \cdot \int_{T_0}^{\frac{1}{2}T_0} \left(\frac{dQ}{\nu\, dT}\right) \cdot dT = \nu \cdot \int_{T_0}^{\frac{1}{2}T_0} C(T) \cdot dT = \nu \cdot \int_{T_0}^{\frac{1}{2}T_0} \left(\frac{5}{2} R \frac{T}{T_0}\right) dT =$

$= \frac{5\nu R}{2T_0} \cdot \int_{T_0}^{\frac{1}{2}T_0} T\, dT = \frac{5\nu R}{2T_0} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{T_0}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot T_0^2\right) = \frac{5\nu R}{2T_0} \cdot \left(\frac{-3}{8}\right) T_0^2 =$

$\frac{1}{8}$ $\frac{4}{8}$

$\boxed{\int x\, dx = \frac{1}{2}x^2 + C}$

алгебраическая величина $= \frac{-15}{16} \nu R T_0$

$Q_1 = -Q = \frac{15}{16} \nu R T_0$

Ответ: $Q_1 = \frac{15}{16} \nu R T_0$

2) Пусть газ охладили до температуры T_2

Тогда $\Delta U_2 = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_0)$

Из пункта 1):

$Q_2 = \frac{5\nu R}{2T_0} \cdot \int_{T_0}^{T_2} T\, dT = \frac{5\nu R}{2T_0} \cdot \left(\frac{1}{2} T_2^2 - \frac{1}{2} T_0^2\right) =$

$= \frac{5\nu R}{4T_0} \cdot \left(T_2^2 - T_0^2\right)$

По первому началу термодинамики

$Q_2 = A_2 + \Delta U_2$

$A_2 = Q_2 - \Delta U_2 = \frac{5\nu R}{4T_0}\left(T_2^2 - T_0^2\right) - \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_0) =$

$= \frac{5\nu R(T_2^2 - T_0^2) - 3\nu R \cdot 2T_0(T_2 - T_0)}{4T_0} =$

№2

Чистовик

$$= \frac{\nu R}{4T_0}\left(5T_2^2 - 5T_0^2 - 6T_0T_2 + 6T_0^2\right) = \frac{\nu R}{4T_0}\cdot\left(5T_2^2 - 6T_0T_2 + T_0^2\right)$$

Продифференцируем по T_2 выражение $5T_2^2 - 6T_0T_2 + T_0^2$, т.к. $\frac{\nu R}{4T_0} = const$

$$\left(5T_2^2 - 6T_0T_2 + T_0^2\right)' = 10T_2 - 6T_0$$

Экстремум функции в $T_2 = \frac{6}{10}T_0 = \frac{3}{5}T_0$. Несложно понять, что это минимум (парабола ветвями вверх).

Ответ: $T_2 = \frac{3}{5}T_0$

3) Из пункта 2):

$$A_{min} = \frac{\nu R}{4T_0}\left(5\cdot\left(\frac{3}{5}T_0\right)^2 - 6\cdot T_0\cdot\left(\frac{3}{5}T_0\right) + T_0^2\right) =$$

$$= \frac{\nu R}{4T_0}\left(\frac{9T_0^2}{5} - \frac{18T_0^2}{5} + \frac{5T_0^2}{5}\right) \cancel{= \frac{14\nu R T_0}{4\cdot 5} = \frac{7}{10}\nu R T_0} = \frac{\nu R}{4T_0}\cdot\left(\frac{-4}{5}T_0^2\right) = \frac{-\nu R T_0}{5}$$

Ответ: $A_{min} = -\frac{1}{5}\nu R T_0$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21203453**

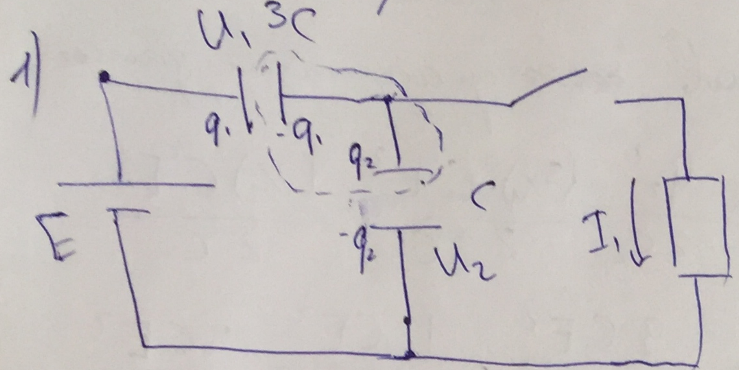
ID профиля: **864006**

Вариант 2

Сохдьвек

№3 ~~Черновик~~ Чистовик Вариант 11-02

1)



В установившемся режиме до замыкания ключа:
По закону сохранения заряда на выделенном пунктиром участке $q_2 - q_1 = 0$

$$q_2 = q_1$$

$$U_1 + U_2 = E$$

$$\frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = E$$

$$\frac{q_1}{3C} + \frac{q_1}{C} = \frac{4q_1}{3C} = E$$

$$q_1 = \frac{3CE}{4}$$

$$U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_1}{C} = \frac{3}{4}E$$

$$I_1 R = U_2 \Rightarrow I_1 = \frac{3}{4}\frac{E}{R}$$

Ответ: $I_1 = \frac{3}{4}\frac{E}{R}$

№3

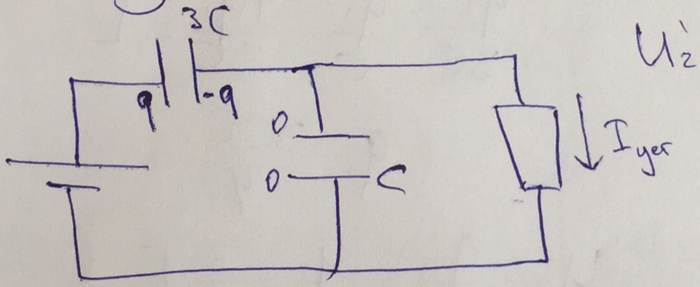
Чистовик

г) ~~Когда~~ Энергия конденсаторов ~~после~~ сразу после замыкания ключа:

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} + \frac{q_2^2}{2C_2} = \frac{(3/4)^2 C^2 E^2}{2\cdot 3C} + \frac{(3/4) C^2 E^2}{2\cdot C} =$$

$$= \frac{3CE^2}{32} + \frac{9CE^2}{32} = \frac{12CE^2}{32} = \frac{3CE^2}{8}$$

~~Установившийся режим~~ после замыкания ключа: второй конденсатор будет разряжаться, первый — заряжаться, и, когда второй окончательно разрядится, наступит установившийся режим:



$U_2' = 0$

$I_{уст} = 0$

$\frac{q}{3C} = E$

$q = 3CE$

Энергия конденсаторов:

$$W_2 = \frac{q^2}{2C_1} = \frac{(3CE)^2}{2\cdot 3C} = \frac{3CE^2}{2}$$

~~По закону изменения~~

Работа источника $A_E = E\Delta q = E(q - q_1) = E\left(3CE - \frac{3}{4}CE\right) =$

$$= \frac{9}{4}CE^2$$

По закону изменения энергии:

$$A_E = (W_2 - W_1) + Q$$

2

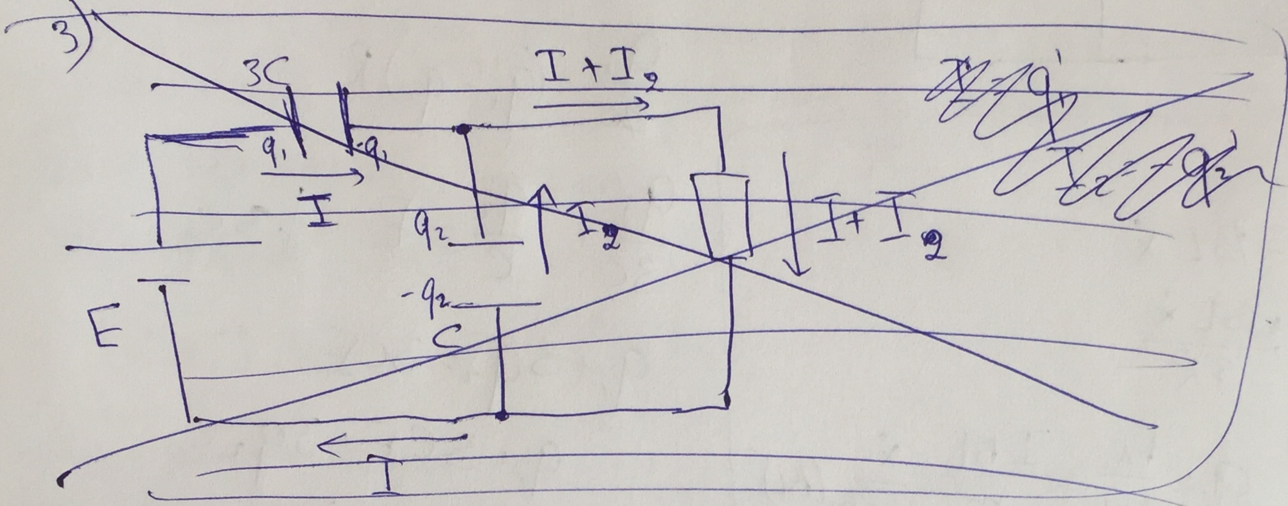
21203453 (U864006 M1264920)

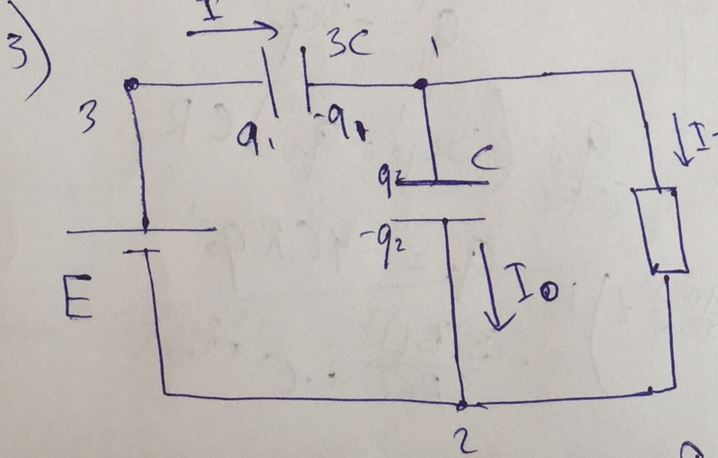
~~№3~~ №3 Чистовик

$$Q = A_E - (W_2 - W_1) = \frac{9}{4}CE^2 - \frac{3}{2}CE^2 + \frac{3}{8}CE^2 = \frac{18-12+3}{8}CE^2$$

$$Q = \frac{9}{8}CE^2$$

Ответ: $Q = \frac{9}{8}CE^2$





Забудем про введённые в первом пункте q_1 и q_2 и введём заново. Остальные обозначения на рисунке (I, I_0)

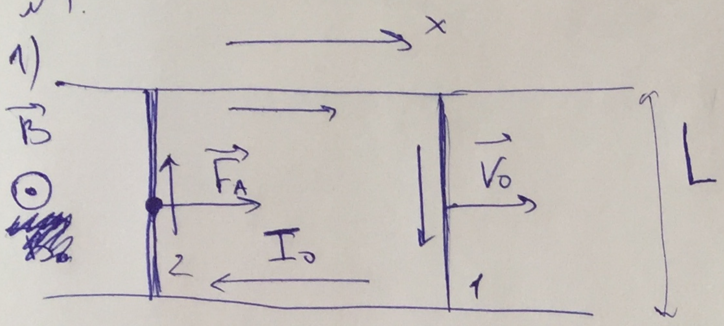
$$\begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q_2}{C} = R(I - I_0) \\ E = \varphi_3 - \varphi_1 + \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q_1}{3C} + \frac{q_2}{C} \\ I_0 = q_2' \\ I = q_1' \end{cases}$$

21203453 (U864006 M1264920)

Чистовик

№4.

1)



Посчитаем ЭДС в контуре из $2^х$ перемычек и рельсов:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{B\,dS}{dt} = -BLV_0$$

Поток через контур увеличивается, по правилу Ленца индукционный ток будет стремиться компенсировать изменение потока.

$$R_{об} = 4R + R = 5R$$

$$|\mathcal{E}| = I_0 R_{об} \Rightarrow I_0 = \frac{BLV_0}{5R}$$

Сила, действующая на вторую перемычку:

$$F_A = I_0 B L = \frac{V_0}{5R}(BL)^2$$

$$a_{02} = \frac{F_A}{m_2} = \frac{V_0 (BL)^2}{5R \cdot (m/2)} = \frac{2}{5}\frac{V_0}{mR}(BL)^2$$

Ответ: $a_{02} = \frac{2}{5}\frac{V_0}{mR}(BL)^2$

2) Рассмотрим качественно дальнейшее движение системы. Сила Ампера, действующая на первую перемычку (сначала), будет направлена влево, на вторую — вправо, т.е. скорость первой по оси OX будет уменьшаться, второй — увеличиваться, и, т.к. это непрерывные функции, в какой-то момент они сравняются, $\vec{V}_{отн} = 0$, $\frac{dS}{dt} = 0$, $\mathcal{E} = 0$,

5

21203453 (U864006 M1264920)

сила Ампера перестанет действовать, и

Чистовик

№3

Выразим из 2^го^ ур-я q_1

$$E = \frac{q_1}{3C} + \frac{q_2}{C} \quad | \cdot 3C$$

$$q_1 = 3CE - 3q_2$$

$$q_1' = (3CE - 3q_2)' = -3q_2'$$

Подставим в 1^е^ ур-е:

$$\frac{q_2}{C} = R(q_1' - q_2') = R(-3q_2' - q_2') = -4Rq_2'$$

$$U_R = \frac{q_2}{C} = |-4RI_0| = 4RI_0$$

Ответ: $U_R = 4RI_0$

4

№4. Чистовик

система равномерно поедет вправо.

Ток, текущий ~~в некоторый~~ любой момент времени через 1ю и 2ю перемычки, равен, значит и силы Ампера равны по модулю и противоположны по направлению, а значит $\frac{a_1}{a_2}=\frac{m_2}{m_1}=\frac{1}{2}$. То есть в любой момент:

$$\begin{cases} V_1=V_0-\Delta V \\ V_2=2\Delta V \end{cases}$$

Когда $V_1=V_2$: $V_0-\Delta V=2\Delta V$

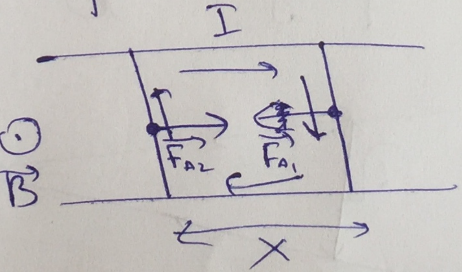
$$\Delta V=V_0/3$$

Ответ: $V_1=V_2=\frac{2V_0}{3}$

3) Пусть расстояние м/у перемычками x.

$$\mathcal{E}=-BL\dot{x}$$

$$I=\frac{BL\dot{x}}{5R}$$



$$a_1=\frac{F_{A1}}{m}=\frac{IBL}{m}=\frac{\dot{x}}{5Rm}(BL)^2$$

$$a_2=\frac{F_{A2}}{m/2}=\frac{2IBL}{m}=\frac{2\dot{x}}{5Rm}(BL)^2$$

$\vec{a_2}$ → ← $\vec{a_1}$

$$-\ddot{x}=a_1+a_2=\frac{3\dot{x}}{5Rm}(BL)^2$$

$$\ddot{x}+\frac{3(BL)^2}{5Rm}\dot{x}=0$$

6

21203453 (U864006 M1264920)

№4. Чистовик

Решим ~~дф~~ дифференциальное уравнение:

$$\dot{x}(t) = V_0 e^{-\frac{3(BL)^2}{5Rm}t}, \text{ т.к. } \dot{x}(0) = V_0$$

Можно проверить, что это ~~подхо~~ подходит:

$$\ddot{x} + \frac{3(BL)^2}{5Rm}\dot{x} = V_0\left(-\frac{3(BL)^2}{5Rm} e^{-\frac{3(BL)^2 t}{5Rm}} + \frac{3(BL)^2}{5Rm}\cdot e^{-\frac{3(BL)^2}{5Rm}t}\right) = 0$$

Тогда $\Delta x(t) = \int_0^t \dot{x}(t)\,dt = \frac{5RmV_0}{-3(BL)^2}\cdot\left(e^{-\frac{3(BL)^2}{5Rm}t} - 1\right) + C$

На бесконечности

$$\Delta x = \int_0^\infty \dot{x}(t)\,dt = \int_0^\infty e^{-\frac{3(BL)^2}{5Rm}t}\,dt = \frac{5RmV_0}{3(BL)^2}$$

Ответ: $\Delta x = \frac{5RmV_0}{3(BL)^2}$

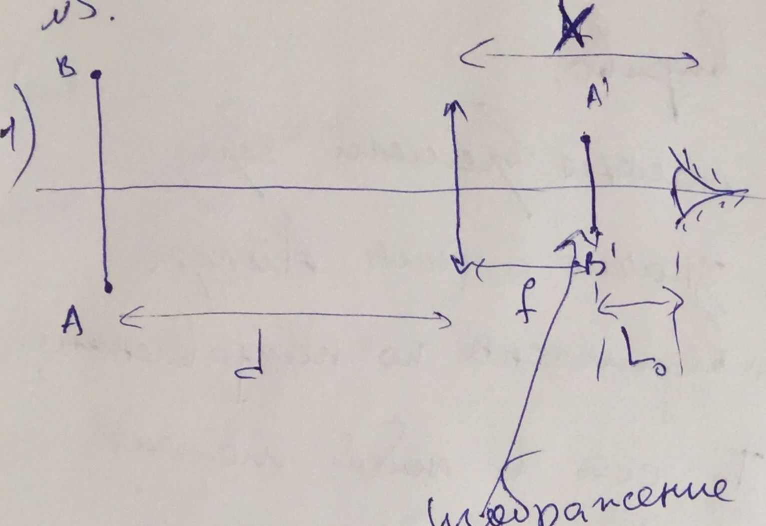
7

21203453 (U864006 M1264920)

Чистовик.

№5.

1)



$F = 12$ см

$d = 48$ см

$L_0 = 24$ см

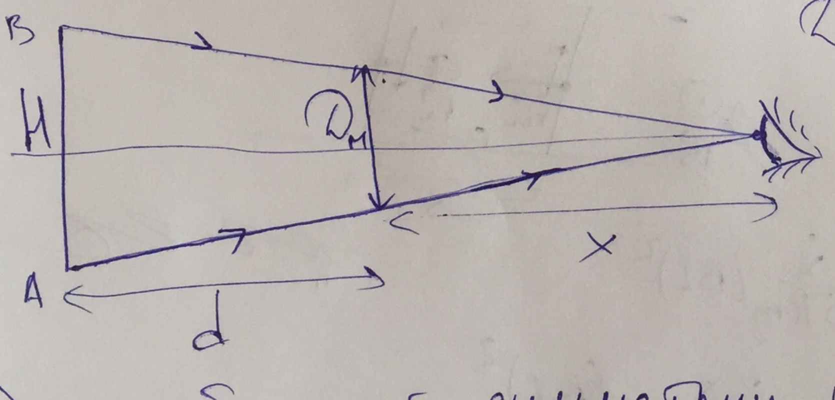
Формула линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow f = \frac{dF}{d-F} = \frac{48 \cdot 12}{36} = 16 \text{ (см)}$$

$$X = f + L_0 = \frac{dF}{d-F} + L_0 = 16 + 24 = 40 \text{ (см)}$$

Ответ: $x = 40$ см

2) Все лучи, идущие от циферблата, должны проходить через линзу:



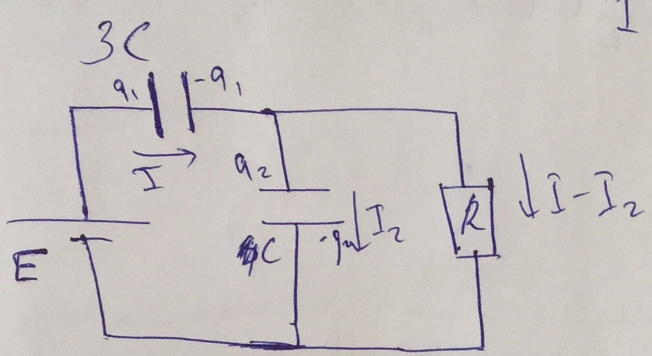
$$D_м = H \cdot \frac{x}{x+d} = \frac{9 \cdot 40}{88} \approx 4{,}09 \text{ см}$$

из подобия

3) Из соображений симметрии на главной оптической оси линзы, непосредственно перед линзой

$\frac{9}{16\cdot 2}$ $\frac{9}{16\cdot 2}$

Черновик



$I = q_1'$

$I_2 = q_2'$

$\frac{q_2}{C} = (I - I_2)R$

$\frac{q_2}{C} = (q_1' - q_2')R$

$\frac{q_1}{3C} + \frac{q_2}{C} = E \quad |\cdot 3C$

$q_1 + 3q_2 = 3CE$

$q_1 = 3CE - 3q_2$

$q_1' = -3q_2'$

$q_2 = (-3q_2' - q_2')CR$

$q_2 = -4CRq_2'$

X

$\mathcal{E} = -BL\dot{x}$

$I = \frac{+BL\dot{x}}{5R}$

$a_1 = \frac{F_{A_1}}{m} = \frac{IBL}{m} = \frac{\dot{x}}{5Rm}(BL)^2$

$a_2 = \frac{2\dot{x}}{5Rm}(BL)^2$

$a_1 + a_2 = -\ddot{x}$

$\frac{3\dot{x}}{5Rm}(BL)^2 = -\ddot{x}$

$\frac{3(BL)^2}{5Rm}\dot{x} + \ddot{x} = 0$

$\left(e^{-\frac{3(BL)^2}{5Rm}t}\right)' = -\frac{3(BL)^2}{5Rm} \cdot e^{-\frac{3(BL)^2 t}{5Rm}}$

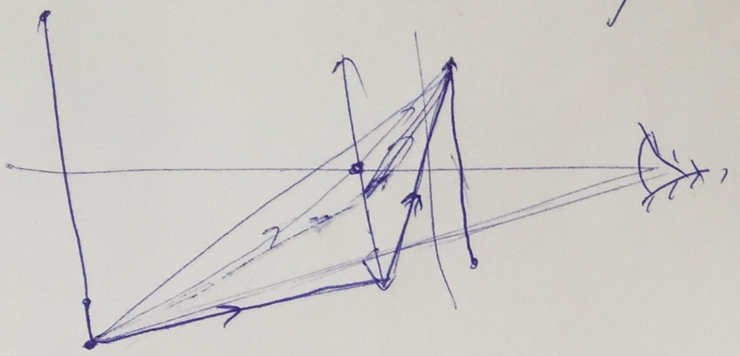
$\dot{x}(t) = e^{-\frac{3(BL)^2}{5Rm}t}$

$\Delta x = \int_0^\infty \dot{x}(t)\,dt = \frac{5Rm}{-3(BL)^2} + C$

$\left(\frac{5Rm}{-3(BL)^2} \cdot e^{-\frac{3(BL)^2}{5Rm}t}\right)'$

21203453 (U864006 M1264920)

Черновик:



$$D_1 = 4 \cdot \frac{x}{x+d} = 4 \cdot \frac{40}{88} = \frac{90}{22} = \frac{45}{11} \approx 4{,}09 \text{ см}$$