Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21201016**

ID профиля: **182928**

Вариант 3

Чистовик Вариант 11-03

№1

Дано:

$\cos\alpha = \frac{5}{13}$

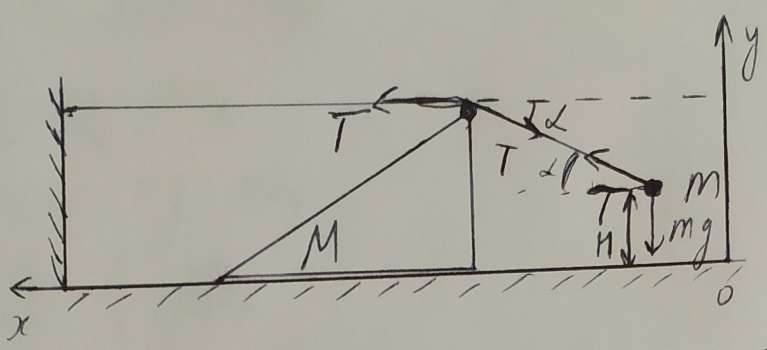
β - ?

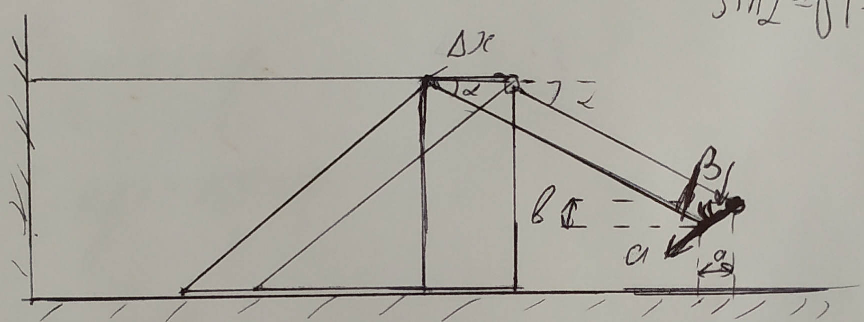
a_k - ?

$\frac{m}{M}$ - ?

t - ?

Решение:





$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{25}{169}} = \frac{12}{13}$

Пусть ~~начальная~~ длина нити в некоторый момент равна l, рассмотрим малый промежуток времени за который клин сдвигается на Δx, при этом шар сдвигается на:

~~$a = \ldots l\cos\Delta x - l\cos\alpha$~~ (т.к. нить за блоком также удлиняется на Δx)

$a = \Delta x + l\cos\alpha) - (\Delta x + l)\cos\alpha = \Delta x(1-\cos\alpha)$ по горизонтали влево, к стене

$b = (l+\Delta x)\sin\alpha - l\sin\alpha = \Delta x\sin\alpha$ вниз по вертикали

Т.к. угол в любой момент времени до падения один и тот же, то и перемещение за любой малый промежуток времени направлено одинаково, а так как $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{s}}$, то угол между ускорением и горизонталью

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{b}{a} = \frac{\Delta x\sin\alpha}{\Delta x(1-\cos\alpha)} = \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{1-\cos\alpha} = \frac{\frac{12}{13}}{1-\frac{5}{13}} = \frac{12}{8} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \cos\beta = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$\sin\beta = \frac{3}{\sqrt{13}}$

1

Чистовик Вариант 11-03

Запишем 2 закон Ньютона для клина и шара в проекциях на оси Ox и Oy.

$$\begin{cases} T - T\cos\alpha = Ma_{к} \\ T\cos\alpha = ma_x \\ T\sin\alpha - mg = ma_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} T\left(1 - \frac{5}{13}\right) = Ma_{к} \\ \frac{5}{13}T = ma\cos\beta \\ \frac{12}{13}T - mg = -ma\sin\beta \end{cases}$$

$$T = \frac{13}{5}ma\cos\beta$$

$$\begin{cases} \frac{8}{13}\cdot\frac{13}{5}ma\cos\beta = Ma_{к} \\ \frac{12}{13}\cdot\frac{13}{5}ma\cos\beta - mg = -ma\sin\beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{8}{5}ma\cos\beta = Ma_{к} \quad (1) \\ a\left(\frac{12}{5}\cos\beta + \sin\beta\right) = g \quad (2) \end{cases}$$

$$a = \frac{g}{\frac{12}{5}\cos\beta + \sin\beta}$$

Учитывая, что модуль перемещения шара за малое время:

$$\Delta s = \sqrt{a^2 + b^2} = \Delta x\sqrt{(1-\cos^2\alpha) + \sin^2\alpha} = \frac{\Delta x}{13}\sqrt{8^2 + 12^2} =$$

$$= \frac{4}{13}\sqrt{4+9}\,\Delta x = \frac{4\sqrt{13}}{13}\Delta x$$

Чистовик Вариант 11-03

то получаем что ускорение клина и шара относятся как:

$$\frac{\Delta s}{\Delta x} = \frac{v_ш \Delta t}{v_x \Delta t} = \frac{a \Delta t}{a_x \Delta t} = \frac{a}{a_к}$$

$$a_к = a\frac{\Delta x}{\Delta s} = a\frac{\Delta x}{\frac{4\sqrt{13}}{13}\Delta x} = \frac{\sqrt{13}}{4}a = \frac{\sqrt{13}}{4}\frac{g}{\frac{12}{5}\cos\beta+\sin\beta} =$$

$$= \frac{\sqrt{13}}{4}\frac{g}{\frac{12}{5}\cdot\frac{2}{\sqrt{13}}+\frac{3}{\sqrt{13}}} = \frac{13}{4}\frac{g}{\frac{24}{5}+3} = \frac{13\cdot 5}{4}\frac{g}{24+15} = \frac{13\cdot 5}{4\cdot 39}g = \frac{5}{12}g$$

Из уравнения (1):

$$\frac{m}{M} = \frac{a_к}{\frac{8}{5}a\cos\beta} = \frac{\frac{5}{12}g}{\frac{8}{5}\cdot\frac{g}{\frac{12}{5}\cos\beta+\sin\beta}\cdot\cos\beta} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{8}{5}\frac{1}{\frac{12}{5}+tg\beta}} =$$

$$= \frac{5}{12}\cdot\frac{12+5tg\beta}{8} = \frac{5}{12}\cdot\frac{12+5\cdot\frac{3}{2}}{8} = \frac{5}{12}\cdot\frac{24+15}{16} = \frac{195}{192} = \frac{65}{64}$$

Как мы показали ускорение постоянно по величине и направлению, значит постоянна и вертикальная составляющая, тогда:

$$H = \frac{a_y t^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{a\sin\beta}} = \sqrt{\frac{2H}{g}\left(\frac{12}{5}\frac{1}{tg\beta}+1\right)} = \sqrt{\frac{2H}{g}\left(\frac{12}{5}\cdot\frac{2}{3}+1\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2H}{g}\left(\frac{8}{5}+1\right)} = \sqrt{\frac{26H}{5g}}$$

Ответ: $tg\beta = \frac{3}{2}$, $a_k = \frac{5}{12}g$, $\frac{m}{M} = \frac{65}{64}$, $t = \sqrt{\frac{26H}{5g}}$

№2 Чистовик Вариант 11-03

Дано:

ν, T_0

$C(T)=3R\frac{T}{T_0}$

$T_1=T_0$

$T_2=\frac{3}{5}T_0$

Q_1-?

T_{min}-?

A_{min}-?

Решение:

Найдем кол-во теплоты Q_1 отданное газом при охлаждении:

$$Q_1=-\int_{T_1}^{T_2}C(T)\nu dT=-\int_{T_1}^{T_2}3R\nu\frac{T}{T_0}dT=-\frac{3R\nu}{T_0}\left(\frac{T_2^2}{2}-\frac{T_1^2}{2}\right)=$$

$$=\frac{3R\nu}{T_0}\left(\frac{T_0^2}{2}-\frac{9T_0^2}{50}\right)=\frac{3\nu R}{2T_0}\cdot\frac{16T_0^2}{25}=\frac{24}{25}\nu RT_0$$

Запишем первое начало термодинамики и закон Менделеева клапейрона:

$$\begin{cases} dQ=dU+\delta A \\ pV=\nu RT \end{cases}$$

$$\nu\cdot 3R\frac{T}{T_0}dT=\frac{3}{2}\nu RdT+pdV$$

Проинтегрируем это выражение от начальной температуры $T_н=T_0$ до ~~T~~ искомой конечной $T_к$.

$$\int\delta A=\int_{T_н}^{T_к}dQ-\int_{T_н}^{T_к}dU$$

$$A=\frac{3\nu R}{T_0}\left(\frac{T_к^2}{2}-\frac{T_н^2}{2}\right)-\frac{3}{2}\nu R(T_к-T_н)=\frac{3}{2}\nu R\left(2\frac{T_к^2}{2T_0}-2\frac{T_0^2}{2T_0}\right)-\frac{3}{2}\nu R(T_к-T_0)=$$

$$=\frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_к^2}{T_0}-T_0-T_к+T_0\right)=\frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0}(T_к^2-T_кT_0)$$

Чистовик Вариант 11-03

Полученная зависимость ~~является~~ квадратичной, причем ветви параболы направлены вверх, тогда минимум достигается в вершине параболы при:

$$T_k = T_{min} = -\frac{-T_0}{2} = \frac{T_0}{2}$$

Минимальная работа равна:

$$A_{min} = \frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0}\left(\frac{T_0^2}{4} - \frac{T_0^2}{2}\right) = \frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0}\left(-\frac{T_0^2}{4}\right) = -\frac{3}{8}\nu R T_0$$

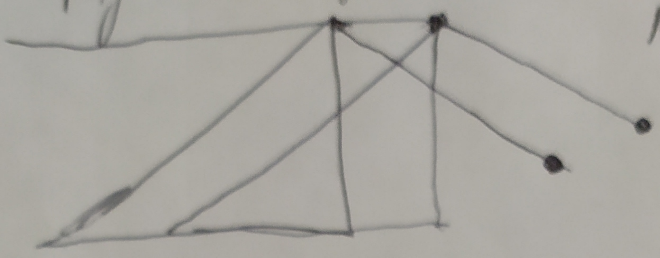
Ответ: $Q_1 = \frac{24}{25}\nu R T_0$, $T_k = \frac{T_0}{2}$, $A_{min} = -\frac{3}{8}\nu R T_0$

Черновик Вариант 11-03

$T - T\cos\alpha = Ma$ $\qquad \frac{8}{13}T = Ma_x$

$T\cos\alpha = ma_x$ $\qquad \frac{12}{13}$ $\qquad \frac{5}{13}T = ma_x$

$mg - T\sin\alpha = ma_y$



$mg - \frac{8}{13}T = ma_y$

$1 + \frac{9}{4} = \frac{1}{\cos^2\beta}$

$dQ = dU + \delta A$

$\cos\beta = \sqrt{\frac{4}{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

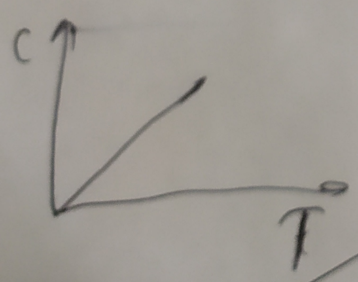
$3R$ d $\qquad pdV + Vdp = \nu R dT$

$\sin\beta = \frac{3}{\sqrt{13}}$

$\frac{3pV}{T_0}$ $\frac{pdV + Vdp}{\nu R} = \frac{3}{2}pdV + \frac{3}{2}Vdp + pdV$

$\frac{3}{\nu R T_0}\left(p^2V + V^2\frac{dp}{dV}\right)$

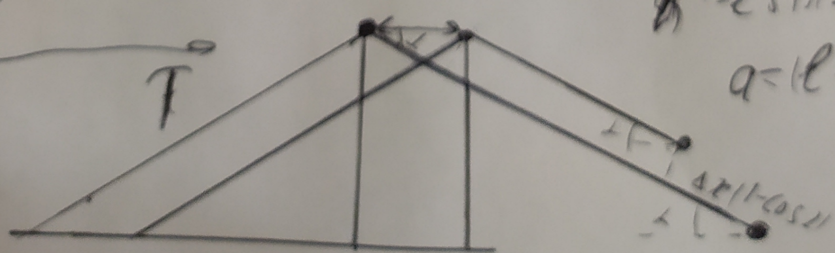
$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$



$\Delta = -l\sin\alpha + (l + \Delta x)\sin\alpha = \Delta x\sin\alpha$

$a = (l + \Delta x)\cos\alpha - \Delta x - l\cos\alpha =$

$= \Delta x(\cos\alpha - 1)$



$tg\beta = \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{\frac{12}{13}}{1 - \frac{5}{13}} = \frac{3}{2}$

21201016 (U182928 M1269558)

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21201016**

ID профиля: **182928**

Вариант 3

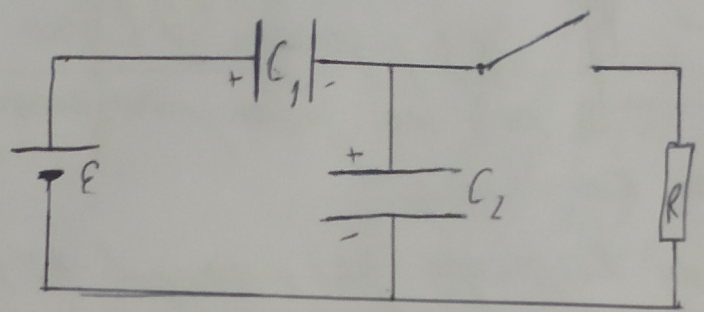
Чистовик 11-03

№3

Дано:
$C_2 = C$
$C_1 = 4C$
$I_0, \mathcal{E}, R$

$I_R - ?$
$Q - ?$
$U_R - ?$

Решение:

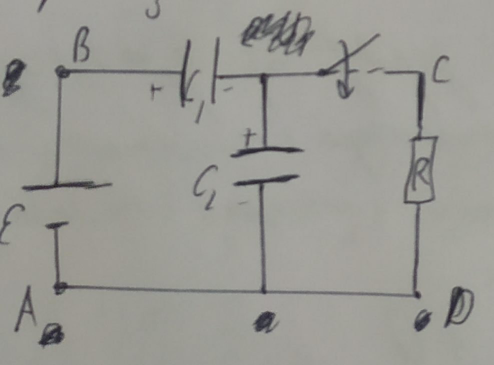


В начальном положении правая обкладка C_1 и верхняя обкладка C_2 образуют изолированную область, тогда заряды на конденсаторах в начале равны по модулю. Из 2 ~~закона~~ правила Кирхгофа:

$$\mathcal{E} = \frac{q_0}{C_1} + \frac{q_0}{C_2} = \frac{q_0}{4C} + \frac{q_0}{C}$$

$$\mathcal{E} = \frac{5q_0}{4C}$$

$$q_0 = \frac{4C\mathcal{E}}{5}$$

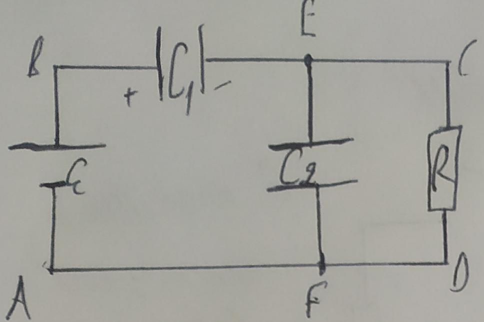


Сразу после замыкания ключа заряды на конденсаторах не изменятся. Тогда запишем 2 правило Кирхгофа для контура ABCDA:

$$\mathcal{E} = \frac{q_0}{C} + I_R R$$

$$I_R = \frac{\mathcal{E} - \frac{4C\mathcal{E}}{5C}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{5R}$$

Чистовик



В установившемся режиме конденсаторы заряжены и токи через резистор и в цепи не текут т.к. нет замкнутого контура не содержащего конденсатор.

По 2 правилу Кирхгофа для контуров ABCDA и ECDFE получаем:

$$\begin{cases} \mathcal{E} = \frac{q_1}{C_1} + IR \\ \frac{q_2}{C_2} = IR \end{cases}$$

т.к. $I = 0$

$q_1 = \mathcal{E} C_1 = 4C\mathcal{E}$

$q_2 = 0$

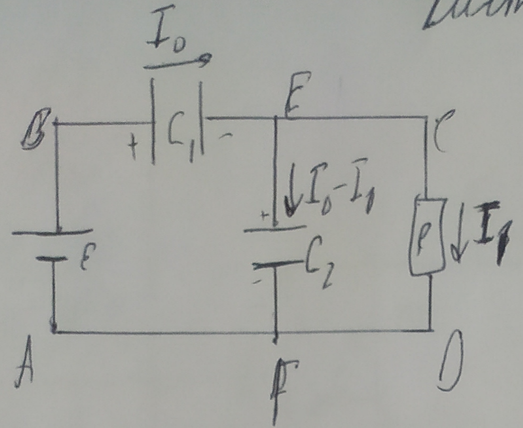
Через ~~конденсатор~~ источник протек заряд $\Delta q = q_1 - q_0$ (изменение заряда на левой обкладке конденсатора с емкостью C_1)

Запишем ЗСЭ для начального и конечного состояний:

$$\mathcal{E}\Delta q = \frac{q_1^2}{2C_1} + \frac{q_2^2}{2C_2} - \frac{q_0^2}{2C_1} - \frac{q_0^2}{2C_2} + Q$$

$$Q = \mathcal{E}\left(4C\mathcal{E} - \frac{4C\mathcal{E}}{5}\right) - \frac{16C^2\mathcal{E}^2}{2\cdot 4C} - 0 + \frac{16C^2\mathcal{E}^2}{25\cdot 2}\left(\frac{1}{4C} + \frac{1}{C}\right) =$$

$$= \frac{16}{5}C\mathcal{E}^2 - 2C\mathcal{E}^2 + \frac{8C\mathcal{E}^2}{25}\cdot\frac{5}{4} = \frac{16C\mathcal{E}^2}{5} + \frac{2}{5}C\mathcal{E}^2 - 2C\mathcal{E}^2 = \frac{8}{5}C\mathcal{E}^2$$



Из контура ABEFA:

$$\mathcal{E}=U_1+U_2=const$$

$$\cancel{d(U_1+U_2)=0} \quad \frac{d}{dt}(U_1+U_2)=0$$

$$\cancel{dU_1+dU_2=0}$$

$$\cancel{\frac{dU_1}{dt}+\frac{dU_2}{dt}=0} \quad \frac{dU_1}{dt}+\frac{dU_2}{dt}=0$$

Для конденсатора справедливо, что:

$$q=CU$$

$$I=\frac{dq}{dt}=\frac{d(CU)}{dt}=C\frac{dU}{dt}$$

Тогда из рисунка и выбранных токов получаем:

$$\begin{cases} I_0=\dfrac{C_1 dU_1}{dt} \\ I_0-I_1=\dfrac{C_2 dU_2}{dt} \end{cases}$$

$$\frac{I_0}{C_1}+\frac{I_0-I_1}{C_2}=\frac{dU_1}{dt}+\frac{dU_2}{dt}$$

$$\frac{I_0}{4C}+\frac{I_0-I_1}{C}=0$$

$$5I_0-4I_1=0$$

$$I_1=\frac{5}{4}I_0 \Rightarrow U_R=I_1R=\frac{5}{4}I_0R$$

Ответ: $I_R=\frac{\mathcal{E}}{5R}$, $Q=\frac{8}{5}C\mathcal{E}^2$, $U_R=\frac{5}{4}I_0R$.

3

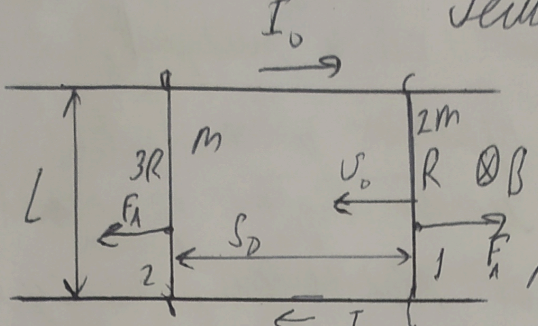
Чистовик 11-03

№4

Дано:
B, L, m
υ_0, R, S_0

a_0 - ?
υ - ?
S - ?

Решение:



Т.к. перемычка двигается в магнитном поле перпендикулярно ему, то в контуре возникает ЭДС индукции равная:

$$|\varepsilon_i| = \frac{dBS}{dt} = B\frac{dLS_0}{dt} = BL\frac{dS_0}{dt} = BL\upsilon_0$$

Найдем ток в начальный момент времени.

$$\varepsilon_i = I_0(3R+R)$$

$$I_0 = \frac{BL\upsilon_0}{4R}$$ ток течет против часовой стрелки так что стремится препятствовать уменьшению потока.

Запишем 2 закон Ньютона:

$$BI_0L = 2ma_0$$

$$a_0 = \frac{BI_0L}{2m} = \frac{B^2L^2\upsilon_0}{8mR}$$ вправо

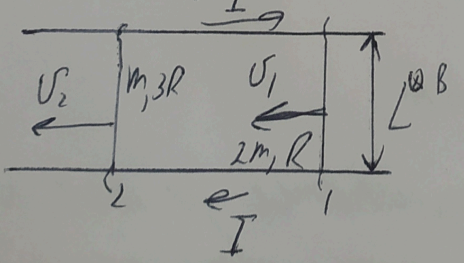
Ток в схеме будет изменяться до тех пор, пока поток через площадь между перемычками не перестанет меняться $\Phi = BS = const \Rightarrow S = const \Rightarrow$ тогда когда расстояние между перемычками перестанет меняться, т.е. будут двигаться с одинаковыми скоростями в одном направлении

Рассмотрим ~~...~~ 1 и 2 перемычку как систему, тогда на такую систему действуют две внешние горизонтальные силы (силы Ампера F_A). А т.к. они в любой момент времени равны $F_A = BIl$ и противоположно направлены, что можно видеть применяя правило левой руки для каждой перемычки, то суммарная сила действующая на систему вдоль рельсов равна 0, следовательно импульс вдоль этого направления сохраняется. Запишем ЗСИ с учетом что конечные скорости равны:

$$2mv_0 = mv + 2mv$$

$$v = \frac{2}{3}v_0$$

Запишем 2 закон Ньютона и 2 правило Кирхгофа для произвольного момента времени.



$$\begin{cases} Bv_1L - Bv_2L = I(R+3R) \\ -BIL = m\frac{dv_1}{dt} \\ BIL = m\frac{dv_2}{dt} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I = \frac{BL(v_1 - v_2)}{4R} \\ BIL = -\frac{m\,dv_1}{dt} \\ BIL = \frac{m\,dv_2}{dt} \end{cases}$$

Участник 11-03

$$I = \frac{BL(v_1 - v_2)}{4R}$$

$$2BIL = m\left(\frac{dv_2}{dt} - \frac{dv_1}{dt}\right)$$

$$2\,\frac{B^2L^2}{4R}(v_1 - v_2) = m\,\frac{d(v_2 - v_1)}{dt}$$

$(v_1 - v_2)$ → относительная скорость

$$\int_0^{\Delta S} \frac{B^2L^2}{2R}(-dS) = \int_{-v_0}^{0} m\,d(v_2 - v_1)$$

$$\Delta S = -\frac{2mR}{B^2l^2}$$

$$S = S_0 + \Delta S = S_0 - \frac{2mR}{B^2l^2}$$

Ответ: $a_0 = \dfrac{B^2L^2v_0}{8mR}$, $v = \dfrac{2}{3}v_0$, $S = S_0 - \dfrac{2mR}{B^2l^2}$

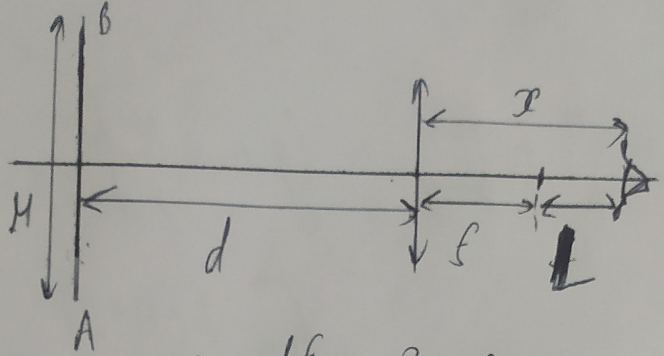
Чистовик 11-03

№5

Дано:
$F = 18$ см
$H = 9$ см
$d = 72$ см
$L = 24$ см

$x - ?$
$D_м - ?$
$l - ?$

Решение:



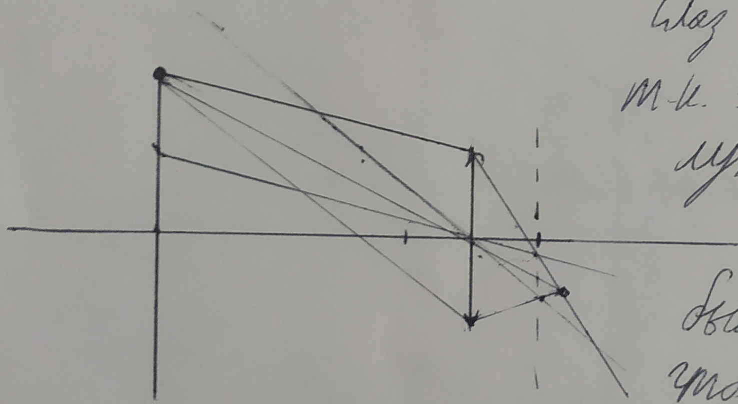
Запишем формулу тонкой линзы и найдем f.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

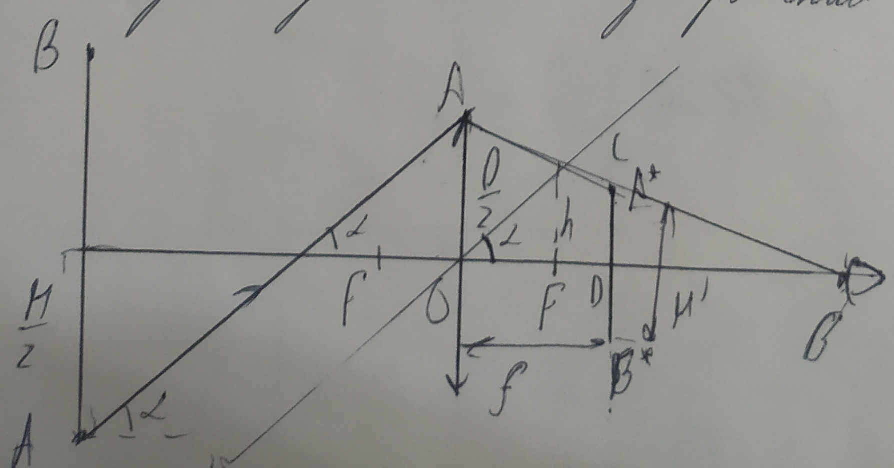
$$f = \frac{dF}{d-F} = \frac{72 \cdot 18}{72-18} \text{ см} = 24 \text{ см}$$

Тогда: $x = f + L = \frac{dF}{d-F} + L = \left(\frac{72 \cdot 18}{72-18} + 24\right) \text{ см} =$

$= \left(\frac{72 \cdot 18}{54} + 24\right) \text{ см} = 48 \text{ см}$



Глаз воспринимает изображение, т.к. ~~это~~ расходящийся пучок лучей идет из каждой его точки. Чтобы изображение было видно целиком нужно чтобы хотя бы один луч из каждой точки изображения попадал в глаз



$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{1}{3}$$

21201016 (U182928 M1269559)

Чистовик 1#03

Диаметр изображения $H_1 = FH = 3$ см

Крайний луч идет из края картины.

Из рисунка:

$tg\alpha = \frac{H+D}{2d} = \frac{h}{F}$

$h = \frac{F(H+D)}{2d}$

$\Delta OAB \sim \Delta DCB$

$\frac{D}{2x} = \frac{H'}{2(x-f)}$

$\frac{D}{x} = \frac{H'}{x-f}$

$D = \frac{x}{x-f} H' = \frac{48}{48-24} \cdot 3$ см $= 6$ см

$tg\alpha = \frac{H+D}{2d} = \frac{h}{f}$

$h = \frac{F(H+D)}{2d}$

$\frac{D}{2x} = \frac{H'}{2(x-f)} = \frac{h}{x-F} = \frac{F(H+D)}{2}$

Ответ: $x = 48$ см

8

Черновик

$\mathcal{E} = \frac{q_1}{C_1} + I_1 R$ $\frac{q_2}{C_2}$ $\mathcal{E} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$

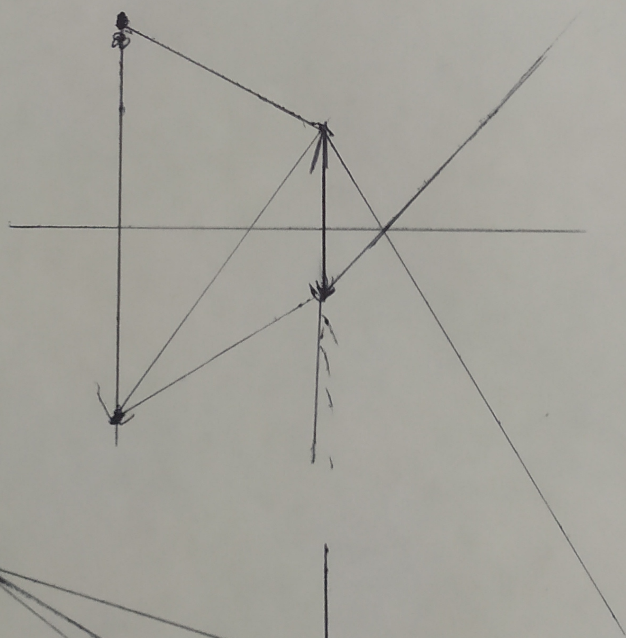
$\frac{I_0}{C} = -\frac{dI_1}{dt} R$ $\mathcal{E} - \frac{q_1}{C_1} = I_1 R$

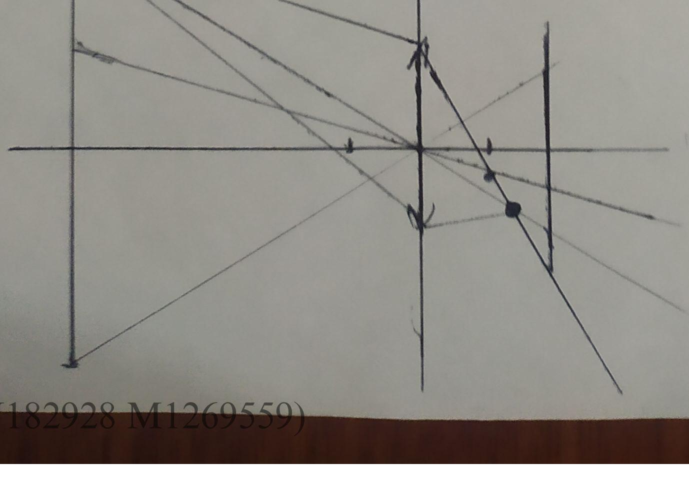
$q = CU$

$I_0 = CU'$ $I_0 = C\frac{dU_1}{dt}$ $4I_1 -$

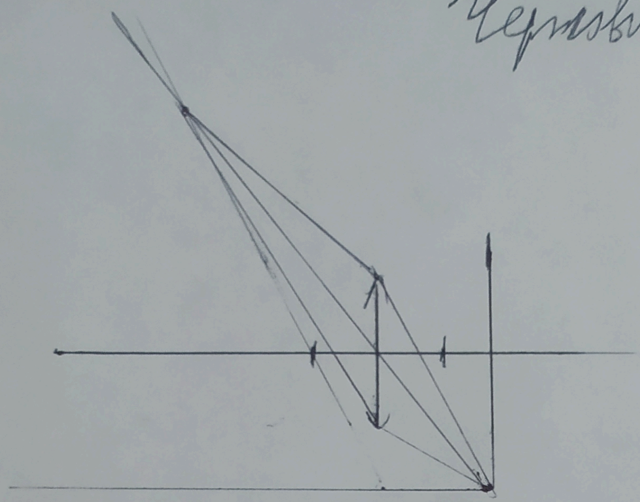
$\mathcal{E} =$ $I_0 - I_1 = 4C\frac{dU_2}{dt}$ $\frac{I_0}{4C} + \frac{I_1 - I_0}{C}$

$2I_0 \Leftarrow I$





Черновик



21201016 (U182928 M1269559)