Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21202058**

ID профиля: **284693**

Вариант 3

1.1) Чистовик Вариант 11-03

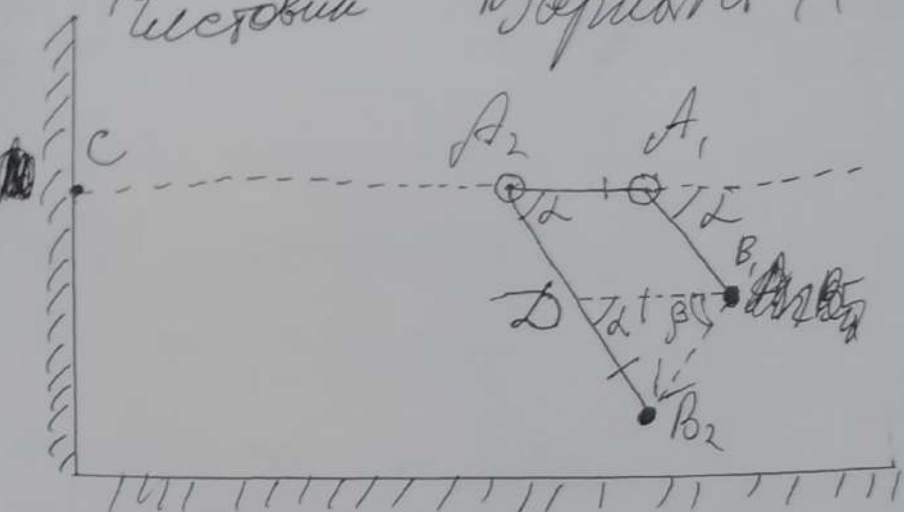


рис. 1

Пусть A_1 – начальное положение блока, B_1 – ~~груза~~ шара (для удобства клин не нарисован)

A_2 – положение блока через какое-то время, B_2 – положение шара через это же время

DB_1 – горизонталь из точки B_1 к B_2A_2 (т.е. $B_1D \parallel A_1A_2 \parallel$ столу)

По условию угол между нитью и горизонтом не меняется $\Rightarrow \angle DA_2A_1 = \alpha$

Тогда $B_1D = A_2A_1$.

В силу нерастяжимости нити $DB_2 = A_1A_2$

(начальная длина нити $= CA_1 + A_1B_1 = CA_2 + A_2A_1 + A_1B_1$, конечная длина нити $= CA_2 + A_2D + DB_2$, т.к. угол между нитью и горизонтом не меняется, то $A_2D = A_1B_1$

Имеем: Чистовик

$CA_2 + A_2A_1 + A_1B_1 = CA_2 + \cancel{\ }A_1B_1 + DB_2$

$A_2A_1 = DB_2$, (ч.т.д)

$B_1D \parallel A_1A_2 \Rightarrow \angle B_2DB_1 = \alpha$

$B_1D = DB_2 \Rightarrow \Delta B_1DB_2$ – равнобедренный

Ускорение шара направлено вдоль прямой B_1B_2

Угол между ускорением и горизонтом

$\angle DB_1B_2 = \beta$

ΔB_1DB_2 – равнобедренный $\Rightarrow \angle DB_2B_1 = \angle DB_1B_2 = \beta$

$\alpha + 2\beta = \cancel{\ } \pi$

$2\beta = \cancel{\ } \pi - \alpha$

$\beta = \frac{\pi - \alpha}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$

$\sin\beta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = \cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{5}{13}}{2}} =$

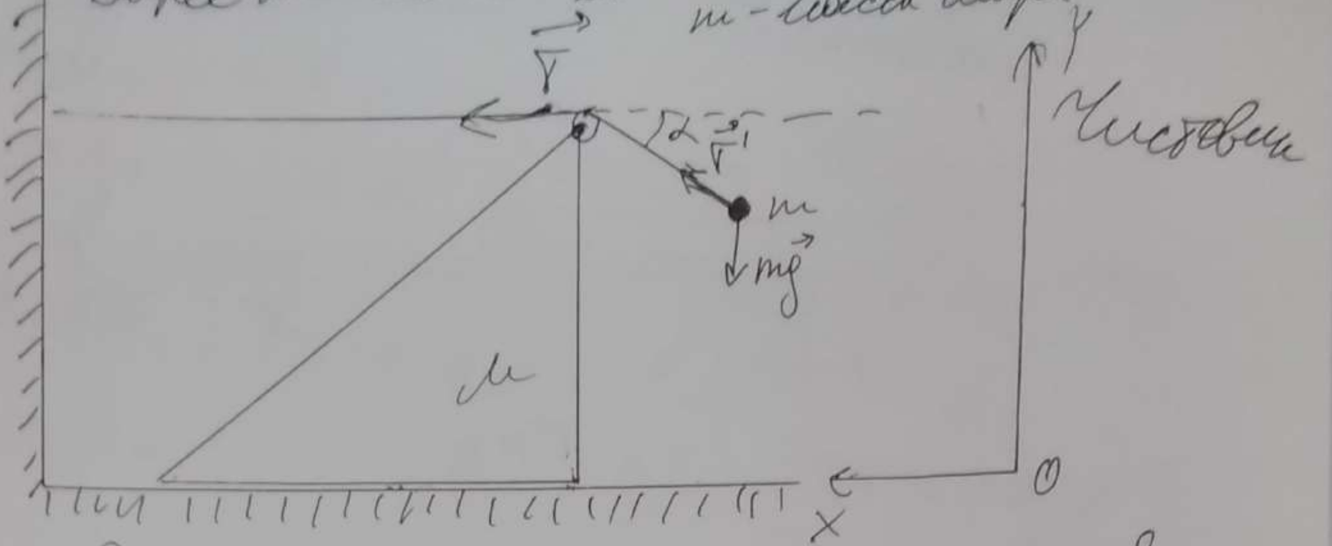
$= \sqrt{\frac{18}{13}:2} = \sqrt{\frac{18}{2\cdot 13}} = \sqrt{\frac{9}{13}}$ (знак „+" т.к. угол острый)

Ответ: $\sin\beta = \sqrt{\frac{9}{13}}$

Пункты 2) и далее см. на следующей стр.

2

2) Далее M – масса клина, m – масса шара



На клин действуют сила натяжения нити $\vec{T}$, сила тяжести $M\vec{g}$ и сила реакции опоры со стороны стола $\vec{N}$

Из условий следует, что клин двигается только горизонтально. По 2 закону Ньютона

$\vec{N} = -M\vec{g}$ (обе силы вертикальные) – OY

$\vec{T} = M\vec{a}$ ($\vec{a}$ – ускорение клина) – OX

(Оси введены так, как показано на рис.)

~~Так же~~ $T = Ma$ (скалярный вид)

На шар действуют силы $\vec{T}'$ и $m\vec{g}$. Т.к. нить ~~невесома~~ невесома и нерастяжима, то $T' = T$.

2 з.Н. в проекции на оси:

$T'_y = T\sin\alpha$ – проекция T' на OY $\quad mg - T'_y = ma'_y$

$T'_x = T\cos\alpha$ – проекция T' на OX $\quad T'_x = ma'_x$

$a'_y = a'\sin\beta$ – проекция ускорения шара на OY

$a'_x = a'\cos\beta$ – проекция ускорения шара на OX

a' – ускорение шара, угол β см. пункт 1)

$mg - T\sin\alpha = ma'\sin\beta$ (1) Чистовик

$T\cos\alpha = ma'\cos\beta$ (2)

Пусть за время t с начала движения вершина клина переместилась из A_1 в A_2, а шар из B_1 в B_2. Пусть $A_1A_2 = x$, а $B_1B_2 = y$

Из ΔB_1DB_2 $y^2 = B_1D^2 + B_2D^2 - 2B_1D \cdot B_2D\cos\alpha$

$y^2 = 2x^2 - 2x^2\cos\alpha$ $\quad \left[1 - \frac{5}{13} = \frac{13-5}{13} = \frac{8}{13}\right]$

$y^2 = 2x^2(1-\cos\alpha)$

$y^2 = 2x^2 \cdot \frac{8}{13}$

$y^2 = \frac{16}{13}x^2$

$y = \frac{4}{\sqrt{13}}x$

$\ddot{y} = \frac{4}{\sqrt{13}}\ddot{x}$ (t отсч. с начала движения

$\ddot{y} = a'$

$\ddot{x} = a$

$a' = \frac{4}{\sqrt{13}}a$

$a = \frac{\sqrt{13}}{4}a'$

(2): $T = ma'\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \rightarrow (1)$

$mg - ma'\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\sin\alpha = ma'\sin\beta$

$g = a'(\sin\beta + \cos\beta\,\mathrm{tg}\,\alpha)$

$a' = \frac{g}{\sin\beta + \cos\beta\,\mathrm{tg}\,\alpha}$

4

Чистовик

$\sin\beta = \sqrt{\frac{9}{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$

$\cos\beta = \sqrt{1-\frac{9}{13}} = \sqrt{\frac{4}{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$; $tg\alpha = \frac{5}{13} : \frac{12}{13} = \frac{5}{13} \cdot \frac{13}{12} = \frac{5}{12}$

$a' = \frac{g}{\sqrt{\frac{9}{13}} + \frac{5}{12}\cdot\frac{2}{\sqrt{13}}} = \frac{g}{\frac{\sqrt{9}+\frac{5}{6}}{\sqrt{13}}} = \frac{g\sqrt{13}}{\sqrt{9}+\frac{5}{6}}$ /1г

$a = \frac{13g}{\sqrt{9}+\frac{5}{6}} = 13g : \left(3+\frac{5}{6}\right) = 13g : \frac{23}{6} = \frac{13\cdot 6g}{23} =$

$= \frac{78}{23}g$

Ответ: $a = \frac{78}{23}g$.

3) $T = Ma$

$T = ma' \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$ (п.2)

$Ma = ma' \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$

$\frac{m}{M} a' \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = a$

$\frac{m}{M} = \frac{a}{a'} \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{5}{\cancel{13}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{5}{8}$

Ответ: $\frac{m}{M} = \frac{5}{8}$.

5

Чистовик

4) Проекция ускорения шара на ОY $a'_y = a' \sin\beta$

$a' = \frac{4}{\sqrt{13}} a = \frac{4}{\sqrt{13}} \frac{78}{23} g$; $a' \sin\beta = \frac{12 \cdot 78}{23} g \approx 40{,}7 g$

Из кинематики $a'_y \approx 40{,}7 g$

(T – время, ч/з которое шар достигнет стойки)

$\cancel{T = \frac{2H}{a_y'^2} \approx \frac{2H}{1656 g^2} \approx \frac{H}{828 g^2}}$

$H = \frac{a'_y T^2}{2}$

$2H = a'_y T^2$

$T = \sqrt{\frac{2H}{a'_y}} \approx \sqrt{\frac{H}{g}} \sqrt{\frac{2}{40{,}7}} \approx 0{,}22 \sqrt{\frac{H}{g}}$

Ответ: $T \approx 0{,}22 \sqrt{\frac{H}{g}}$

6

2) Т начала Т/2 Q ...

3 Чистовик

2) 1) Пусть температура гелия изменилась от значения T до значения $T+dT$, где dT мало по сравнению с T. Тогда, по определению ~~теплоемк~~ теплоёмкости, теплота, полученная газом $\delta Q = C(T)(T+dT-T)\nu = C(T)dT\nu = 3R\frac{T}{T_0}dT\cdot\nu$ (dT мало, поэтому теплоёмкость газа ~~в ходе процесса~~ ~~процесса~~ практически не изменилась)

Тогда полная теплота, полученная газом при изменении температуры от T_1 до T_2 $Q = \int_{T_1}^{T_2}\delta Q = \int_{T_1}^{T_2} 3R\frac{T}{T_0}\nu\, dT$

По условию задачи, $T_1 = T_0$, $T_2 = \frac{3}{5}T_0$

$$Q = \int_{T_0}^{3/5 T_0} 3R\frac{T}{T_0}\nu\, dT = -\int_{3/5 T_0}^{T_0} \nu\cdot 3R\frac{T}{T_0}dT = -\frac{3RT^2}{2T_0}\nu\Big|_{3/5 T_0}^{T_0} =$$

$$= -\frac{3R\nu}{2T_0}\left(T_0^2 - \left(\frac{3}{5}T_0\right)^2\right) = -\frac{3R\nu}{2T_0}\left(T_0^2 - \frac{9}{25}T_0^2\right) =$$

$$= -\frac{3R\nu}{2T_0}\cdot\frac{16T_0^2}{25} = -\frac{24RT_0\nu}{25}$$

Отданная газом теплота будет равна

$$Q_1 = -Q = \frac{24RT_0\nu}{25} > 0$$

7

Ответ: $Q_1 = \frac{24RT_0\nu}{25}$.

2) I начало т/д: $Q = \Delta U + A$, Q - теплота, полученная газом, ΔU - изменение его внутренней энергии, A - работа, совершённая газом.

Пусть газ охлаждают до ~~темп~~ температуры T_x. Тогда

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_x - T_0)$$ (гелий - одноатомный газ)

$$Q = \int_{T_0}^{T_x} 3R\frac{T}{T_0}\nu\, dT = \frac{3R\nu}{2T_0}(T_x^2 - T_0^2)$$ - из пункта 1.

Тогда

$$\cancel{\frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0} = \frac{3}{2}}$$

$$\frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0}(T_x^2 - T_0^2) = \frac{3}{2}\nu R(T_x - T_0) + A$$

$$A = \frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0}(T_x^2 - T_0^2) - \frac{3}{2}\nu R(T_x - T_0)$$

$$A = \frac{3\nu R}{2T_0}T_x^2 - \frac{3}{2}\nu R T_x - \frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0}T_0^2 + \frac{3}{2}\nu R T_0 =$$

Заметим, что функция $A(T_x)$ $= \frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0}T_x^2 - \frac{3}{2}\nu R T_x$ представляет собой параболу, ветви которой направлены вверх ($\frac{3\nu R}{2T_0} > 0$ всегда). Минимальное значение она достигает в точке вершины $T_в = \frac{3}{2}\nu R \Big/ 2\cdot\frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0} =$

$$= \frac{3}{2}\nu R \cdot \frac{T_0}{3\nu R} = \frac{T_0}{2}$$

8

Ответ: $T_в = \frac{T_0}{2}$.

Чистовик

3) подставим $T_x = T_в = \frac{T_0}{2}$ в $A(T_x)$

$$A = \frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0}\left(\frac{T_0}{2}\right)^2 - \frac{3}{2}\nu R \cdot \frac{T_0}{2} - \cancel{\frac{3}{2}\nu R T_0} + \cancel{\frac{3}{2}\nu R T_0} =$$

$$= \frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0}\frac{T_0^2}{4} - \frac{3}{2}\nu R\frac{T_0}{2} = \frac{3}{2}\nu R\frac{T_0}{4} - \frac{3}{2}\nu R\frac{T_0}{2} = -\frac{3}{2}\nu R\frac{T_0}{4} =$$

$$= -\frac{3\nu R T_0}{8}$$

Ответ: $A = -\frac{3\nu R T_0}{8}$

9

Черновик

$Q = \Delta U + A$

$$\cancel{\frac{T_x^2}{T_0} - T_x - 2T_0 = 0}$$

$$\cancel{D = 1 + \frac{8T_0}{T_0} = 9 = 3^2}$$

$$\cancel{T_x = \frac{1+3}{2} \cdot T_0 = 2T_0}$$

$$\frac{T_x^2}{T_0} - T_x = 0$$

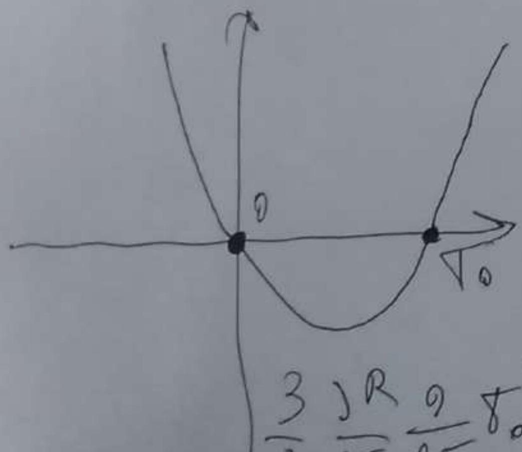
$$\cancel{\frac{T_x}{T_0}} = 1 \qquad \frac{3}{2}\nu R \cdot \frac{2}{5} T_0 = \frac{3}{5}\nu R T_0$$

$$\frac{T_x}{T_0} - 1 = 0$$

$$T_x = T_0$$

$$\frac{24\nu R T_0}{25} = \frac{3}{5}\nu R T_0 + A$$

$$A = \nu R T_0 \left(\frac{24}{25} - \frac{3}{5}\right) = \nu R T_0 \left(\frac{24-15}{25}\right)$$



$$= \frac{3}{2}\nu R T_0 \left(\frac{9}{25} - \frac{3}{5}\right)$$

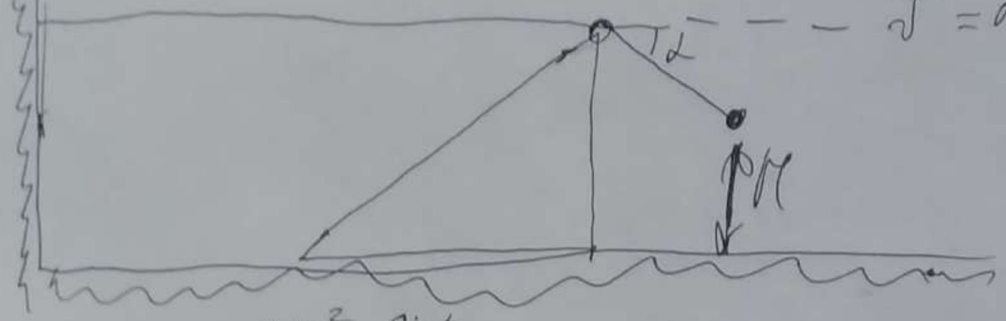
$$\frac{3}{2}\frac{\nu R}{T_0}\frac{9}{25}T_0^2 - \frac{3}{2}\nu R \cdot \frac{3}{5} T_0$$

10

Черновик

$\Delta\vec{v} = \vec{a}\Delta t$

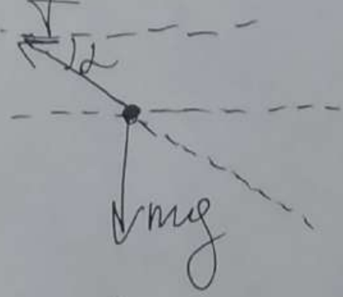
$\vec{v} = \vec{a}\Delta t$

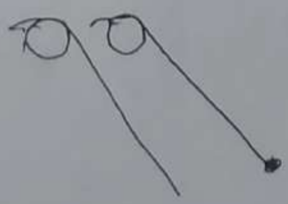


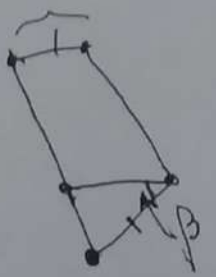
$\cos^2 - \sin^2$

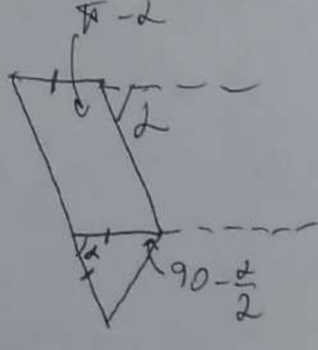
$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$









11

Часть 2

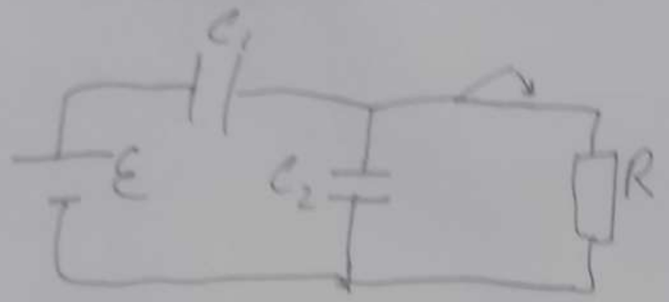
Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21202058**

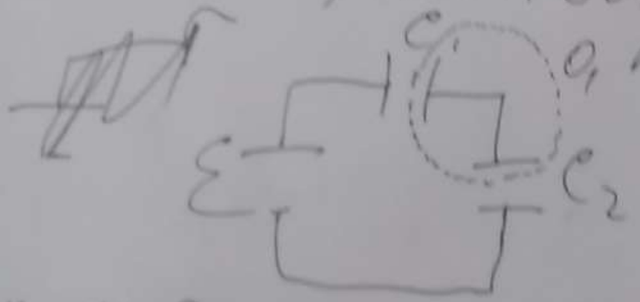
ID профиля: **284693**

Вариант 3

3) Чистовик



1) После замыкания ключа R и C_2 будут соединены параллельно: $U_R = U_{C2}$ — их напряжения равны.
По закону Ома для участка цепи $I_R = \frac{U_R}{R}$; $U_R = I_R R$
Сразу после замыкания ключа напряжение на C_1 и C_2 не успеет измениться, и будет таким же, как и до замыкания:



Т.к. ~~когда~~ C_1 и C_2 изначально были не заряжены, то для области O_1 (см. рис.) верен закон сохранения заряда $\Rightarrow q_1 = q_2$

$$C_1 U_{C1} = C_2 U_{C2} \qquad (1)$$

С другой стороны, т.к. соединение C_1 и C_2 последовательное, то $U_{C1} + U_{C2} = U_{общ.} = \varepsilon$

(в силу 2 правила Кирхгофа) Чистовик

$C_1 U_{C1} = C_2 U_{C2}$

$4C U_{C1} = C U_{C2}$

$4U_{C1} = U_{C2}$

$U_{C1} + 4 U_{C1} = \mathcal{E}$

$U_{C1} = \frac{\mathcal{E}}{5}$

$U_{C2} = 4U_{C1} = \frac{4}{5}\mathcal{E}$

$I_R R = \frac{4}{5}\mathcal{E}$

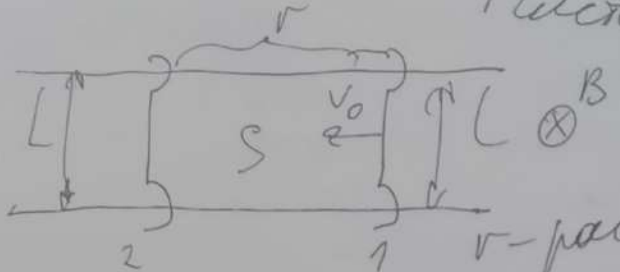
$I_R = \frac{4}{5}\frac{\mathcal{E}}{R}$

Ответ: $I_R = \frac{4}{5}\frac{\mathcal{E}}{R}$.

~~2) Пусть через за dt через C_1 пройдёт заряд dq_1. Тогда~~

2

4) Чистовик



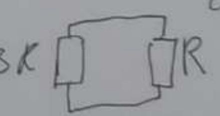
r – расстояние между двумя перемычками

1) Пусть F_1 – сила, действ. на 1 перемычку со стороны магнитного поля, F_2 – на вторую.

В начальный момент времени $F_{10} = IBL$ – сила Ампера

За небольшой промежуток времени в этом контуре создастся ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$

$$|\mathcal{E}_i| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \left|B\frac{dS}{dt}\right| = \left|B\frac{d(Lr)}{dt}\right| = BL\left|\frac{dr}{dt}\right| = BLv_0$$



По закону Кирхгофа $\mathcal{E}_i = J\cdot R + J\cdot 3R$

$\mathcal{E}_i = 4JR$

$$J = \frac{\mathcal{E}_i}{4R} = \frac{BLv_0}{4R}$$

$$F_{10} = \frac{BLv_0}{4R}BL = B^2L^2\frac{v_0}{4R}$$

По 2 з. Н. $a_0 = \frac{B^2L^2v_0}{4R\cdot 2m} = \frac{B^2L^2v_0}{8Rm}$

3

Ответ: $a_0 = \frac{B^2L^2v_0}{8Rm}$.

Чистовик

4) Заметим, что силы, действ. со стороны магнитного поля на перемычки, сонаправлены. V_1 – скорость 1-ой перемычки

V_2 – скорость 2-ой перемычки (в какой-то момент)

В этот момент в контуре ЭДС

$$\mathcal{E} = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = BL\left|\frac{dr}{dt}\right| = BL|V_1 - V_2|$$

$(dr = v_1 dt - v_2 dt)$

Тогда по закону Кирхгофа $\mathcal{E} = JR + J\cdot 3R$

$$J = \frac{\mathcal{E}}{4R} = \frac{BL}{4R}|V_1 - V_2|$$

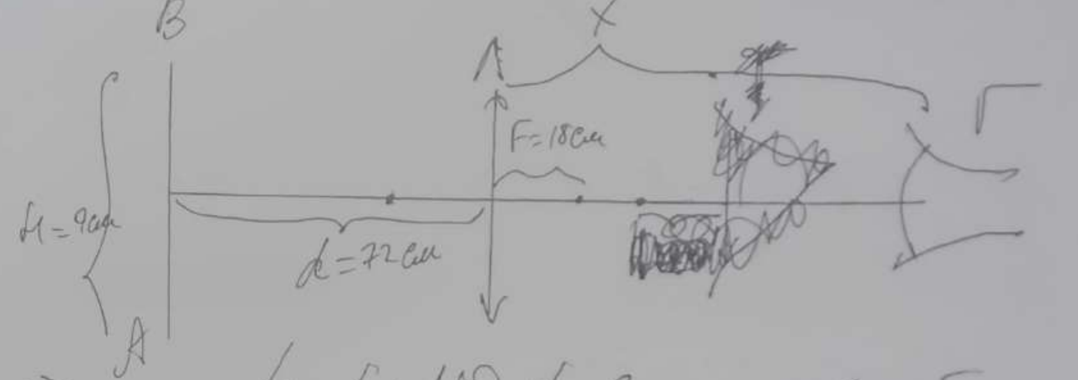
$$F_1 = JBL = \frac{B^2L^2}{4R}|V_1 - V_2|$$

$$F_2 = JBL = \frac{B^2L^2}{4R}|V_1 - V_2|$$

Через продолжительный промежуток времени скорости перемычек перестанут изменяться, $a_1 = a_2 = 0$, $F_1 = F_2 = 0$, $V_1 = V_2$ (через продолжительный промежуток)

4

5 Чистовик



~~Глаз можно представить как собирающую линзу. Т.к. её фокусное расстояние по условию равно F = 24 см, глаз на такое расстояние аккомодирован глаз~~

Пусть f – расстояние от линзы Л до изображения ~~картины~~. ~~По формуле~~ картины в ней. По ф-ле тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

$$df = Ff + dF$$

$$f(d-F) = dF$$

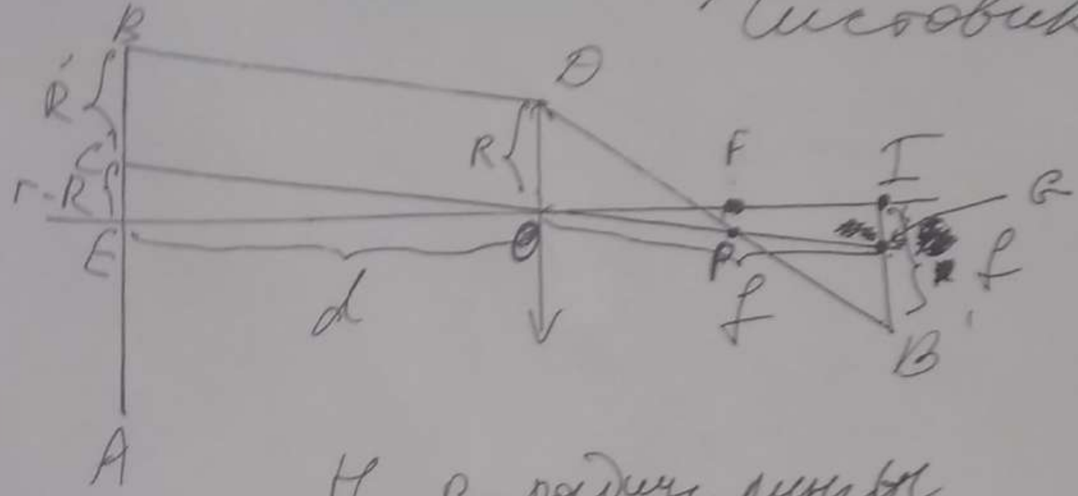
$$\cancel{f = \frac{d-F}{dF}} \quad f = \frac{dF}{d-F} = 24\text{ см}$$

Т.к. глаз аккомодирован на $y = 24$ см, то изображение находится на расстоянии $y = 24$ см от него. Поэтому, $y + f = x$; $x = 24 + 24 = 48$ см

Ответ: $x = 48$ см.

5

Чистовик



Пусть $r = \frac{H}{2}$. R – радиус линзы
O – оптический центр линзы
~~...~~ Построим изобр. точки B. Проведём луч BD, CO – побочная оптическая ось, CO ∥ BD. DB' пересечёт CO в точке P фокальной плоскости. Изображением точки B будет точка B' ~~пересече~~ ~~...~~, лежащая на DP и находящаяся на расстоянии f от линзы. Изображение G точки C строится аналогично. Пусть IB' ⊥ ГОО линзы. CE ⊥ ГОО линзы

$\Delta CEO \sim \Delta OGI$

$$\frac{r-R}{d} = \frac{IG}{f}$$

$$IG = \frac{f}{d}(r-R)$$

очевидно, ~~что~~ $IG \le h$ ($h = IB'$ по определению)

$$\cancel{\frac{f}{d}(r-R) \le h}$$

6

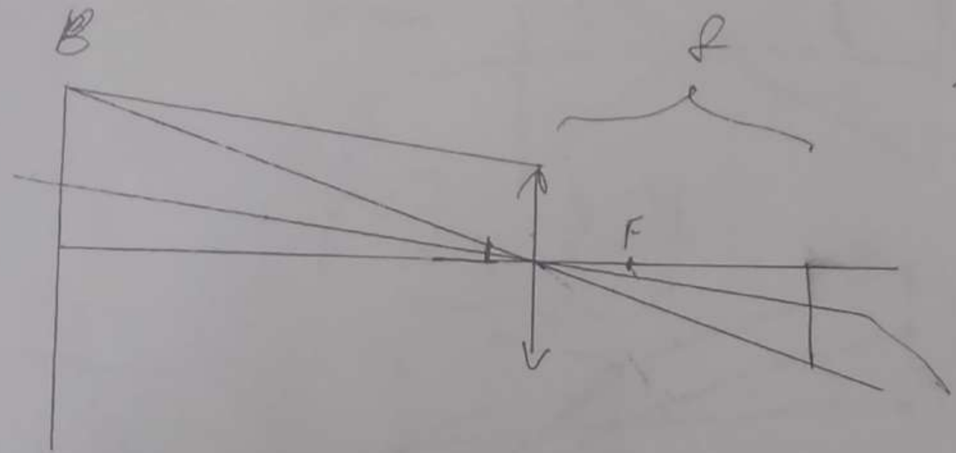
Черновик

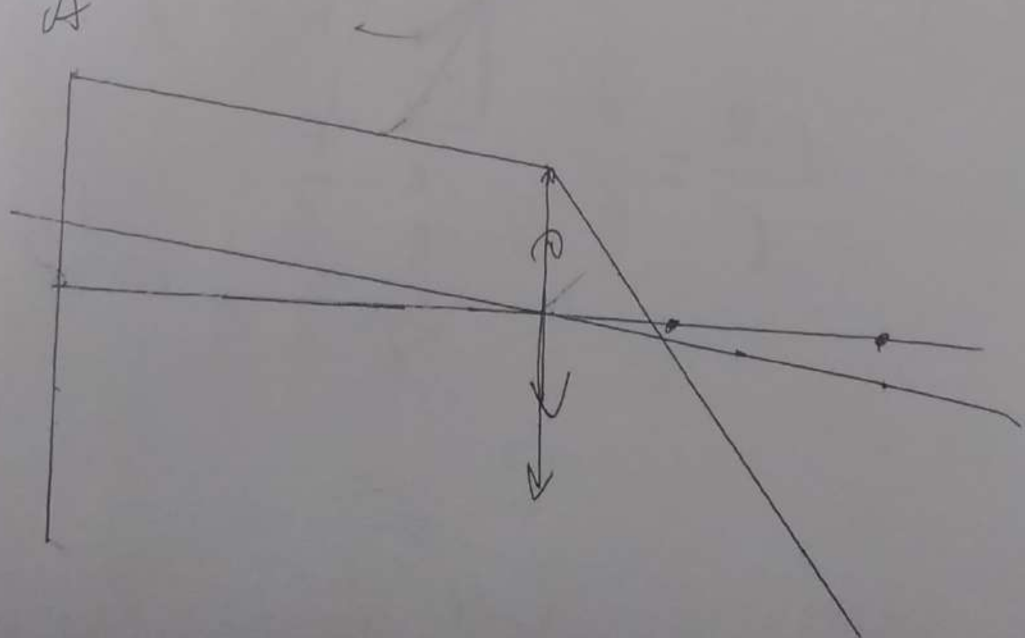
$\mathcal{E} = \frac{\Delta q}{C_1} + IR$

$I = \Delta q / \Delta t$ $Q = I^2 R \cdot t$

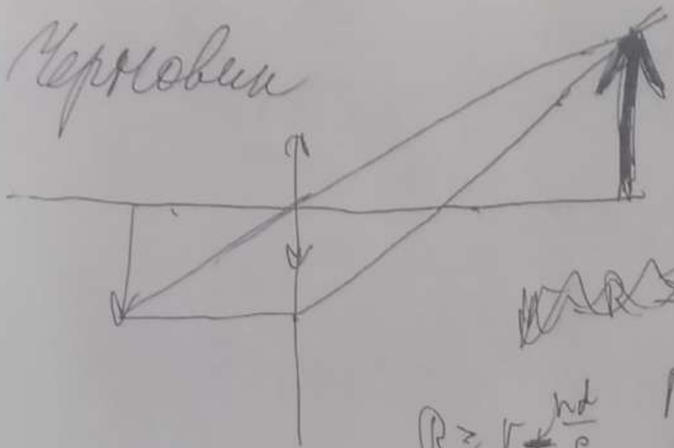
$\mathcal{E} = \frac{\Delta q}{C_1} + \frac{\Delta q}{C_2}$

$\mathcal{E} = \frac{I_{e1} t}{C_1} + IR$



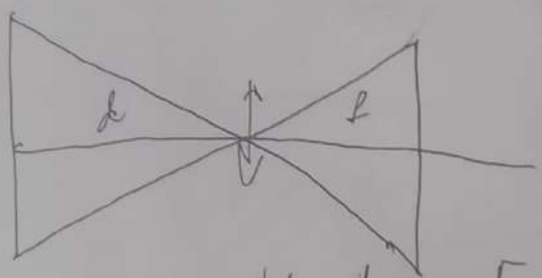


Черновик

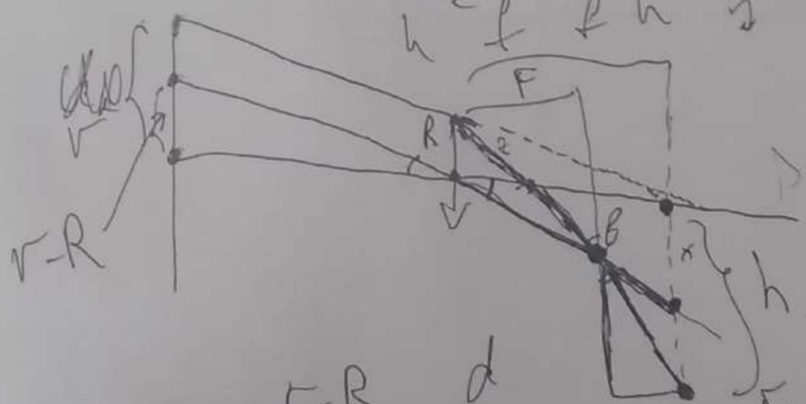


$$R \ge r + \frac{hd}{f} \qquad r - R \le \frac{hd}{f}$$

$$\frac{R}{2} = \frac{h}{f-F}$$



$$\frac{H}{h} = \frac{d}{f} \qquad f \qquad \frac{r}{h} = \frac{d}{f}$$



$$\frac{d}{f} = \frac{r-R}{x}$$

$$x = \frac{f}{d}(r-R) \le h$$

$$\frac{r-R}{b} = \frac{d}{F} \qquad \frac{x}{b} = \frac{F}{f}$$

b

$$\cancel{\frac{x}{r-R}} = \frac{d}{f} \qquad x = r-R\,\frac{d}{f}$$

$$\frac{R}{h-x} =$$

Черновик

$r - R \le \frac{hd}{f}$

$R \ge r - \frac{hd}{f}$

$2R \ge 2r - \frac{2hd}{f}$

~~$D_м = $~~

$D_м = H - \frac{2hd}{f}$

Из подобия треугольников

$\frac{h}{f} = \frac{r}{d}$; $h = \frac{fr}{d}$