Часть 1

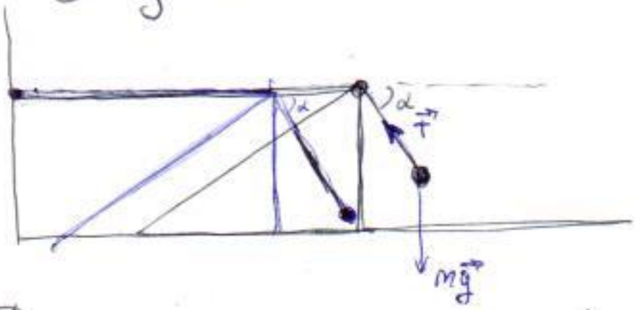
Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21200217**

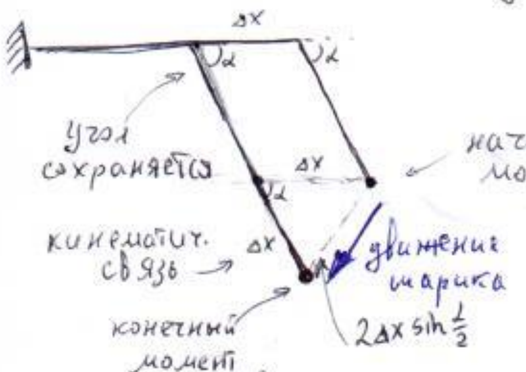
ID профиля: **827793**

Вариант 4

Задача 1. Чистовик



Докажем, что шарик движется по прямой:
Рассмотрим нить в два момента времени:



Значит для любого момента угол направления движения шарика к горизонту будет составлять $\frac{\pi-\alpha}{2}$, а значит шарик движется по прямой

Тогда ответ на I вопрос: $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi-\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \left(\frac{1+\cos\alpha}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1+\frac{8}{17}}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{25}{34}} = \frac{5}{\sqrt{34}}$$

$\left(\frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}\right)$

Рассмотрим шарик:

Запишем II ЗН:

$$\begin{cases} -T\sin\alpha + mg = ma\cos\frac{\alpha}{2} \\ T\cos\alpha = ma\sin\frac{\alpha}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{T}{m} = a\,\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}$$

$$g = a\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\alpha \cdot a \cdot \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}$$

$$g = a\cos\alpha\left(1 + \operatorname{tg}\alpha\,\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right) \Rightarrow a = \frac{g}{\cos\alpha}\cdot\frac{1}{1+\operatorname{tg}\alpha\,\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$$

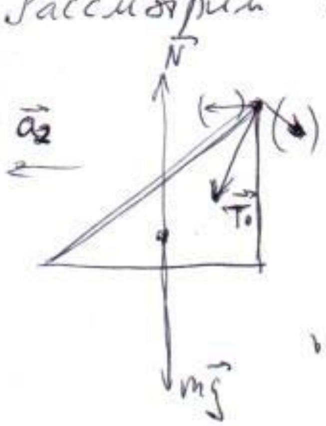
$$T = mg\,\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}\cdot\frac{1}{\cos\alpha}\cdot\frac{1}{1+\operatorname{tg}\alpha\,\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$$

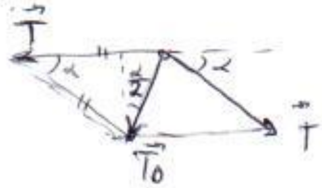
1

Задача 1 (продолжение)

Чистовик.

Рассмотрим клин:





$$T_0^2 = T^2 + T^2 - 2T^2\cos\alpha$$

$$T_0^2 = T^2(2(1-\cos\alpha))$$

$$T_0 = 2T\left(\frac{1-\cos\alpha}{2}\right)^{\frac12} = 2T\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$Ma_2 = T_0\sin\frac{\alpha}{2} = 2T\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$a_2 = \frac{T}{M}\cdot 2\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{m}{M}\cdot g\,\frac{2\sin^3\frac{\alpha}{2}}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{1}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$$

Отношение ускорений следует взять из кинематической связи: $\frac{a}{a_2} = \frac{2\Delta x\sin\frac{\alpha}{2}}{\Delta x} = 2\sin\frac{\alpha}{2}$

$$a_2 = \frac{a}{2\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{g}{2}\,\frac{1}{\cos\alpha\sin\frac{\alpha}{2}}\,\frac{1}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}} = \frac{g}{2}\,\frac{1}{\frac{8}{17}\cdot 0{,}51}\cdot\frac{1}{1+0{,}6\cdot 1{,}875} =$$

$$= g\cdot\frac{17}{2\cdot 8\cdot 0{,}51}\cdot\frac{1}{2{,}215} = g\,\frac{17}{18{,}0744} = 0{,}941\,g \approx 9{,}23\ \frac{м}{с^2}$$

$$\cancel{\frac{a}{a_2} = 2\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{g}{\cos\alpha}\cdot\frac{1}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}}$$

$$a = \frac{T}{m}\,\frac{\cos\alpha}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$a_2 = \frac{T}{M}\cdot 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{a}{a_2} = \frac{\cancel{T}}{m}\,\frac{\cos\alpha}{\sin\frac{\alpha}{2}}\,\frac{M}{\cancel{T}\cdot 2\sin^2\frac{\alpha}{2}} = 2\sin\frac{\alpha}{2}$$

2

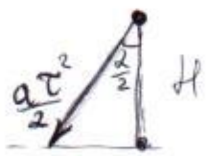
$$\frac{M}{m} = \frac{4\sin^4\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha} = \frac{4\cdot(0{,}514)^4}{8/17} = \frac{17}{2}\cdot 0{,}07 = 0{,}595$$

$$\frac{m}{M} = 1{,}68$$

Задача 1 (продолжение продолжения) Чистовик

$a = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cdot a_2$

Рассмотрим движение шарика до пола:



$$\cos\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{a\tau^2}{2}=H$$

$$\tau^2=\frac{2H}{a\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{2H}{\cos\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{1}{2\sin\frac{\alpha}{2}a_2}$$

$$\tau=\left(\frac{2H}{\sin\alpha\cdot a_2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\tau^2=\frac{2H}{\cos\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\cos\alpha}{g}\left(1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\tau^2=\frac{2H}{g}\frac{\cos\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}}\left(1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)\Rightarrow\tau=\left(\frac{2H}{g}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\cos\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}}\left(1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\tau=\left(\frac{2H}{g}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{8}{17}\cdot\frac{\sqrt{34}}{5}\left(1+1{,}875\cdot0{,}6\right)\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{8\sqrt{2}}{5\sqrt{17}}2{,}125\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{2H}{g}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{\sqrt{34}}{5}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{2H}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$\Rightarrow 1{,}08$

Ответ: 1) $\cos=\frac{5}{\sqrt{34}}$

2) $9{,}23\ \frac{м}{с^2}$

3) $1{,}68$

4) $1{,}08\left(\frac{2H}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$

3

H не дано численно, поэтому я оставил g

Задача 2. Чистовик.

ν_{He} – одноатомный

$C(T) = \frac{9}{5} R \frac{T}{T_0}$

$T_0 \to \frac{3}{4} T_0 \Rightarrow -Q_x - ?$ $\left(\overset{\shortparallel}{Q_1}\right)$

$\delta Q = dU + \delta A$

$C(T) = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$

$\frac{dQ}{dT} = \nu \frac{9}{5} \frac{R}{T_0} \cdot T \Rightarrow Q(T) = \nu \frac{9}{5} \frac{R}{T_0} \int T\, dT$

$Q(T) = \nu \frac{9}{10} \frac{R}{T_0} T^2 + Const$

$Q(T_0) = \frac{9}{10} \nu R T_0 + Q_0$

$Q\left(\frac{3}{4} T_0\right) = \frac{81}{160} \nu R T_0 + Q_0$

$-Q_x = Q_1 = Q(T_0) - Q\left(\frac{3}{4} T_0\right) = \frac{9}{10} \nu R T_0 \left(1 - \frac{9}{16}\right) = \frac{63}{160} \nu R T_0$

$\Delta Q_{02} = \frac{9}{10} \nu \frac{R}{T_0} (T_0 - T_2)(T_0 + T_2)$

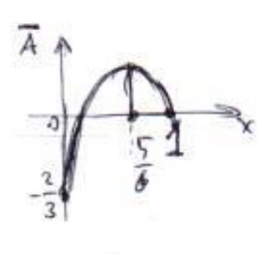
$\Delta U_{02} = \frac{3}{2} \nu R (T_0 - T_2)$

$A = \frac{3}{2} \nu R (T_0 - T_2)\left(\frac{3}{5} \frac{T_0 + T_2}{T_0} - 1\right) = \frac{9}{10} \nu R T_0 \left(1 - \frac{T_2}{T_0}\right)\left(1 + \frac{T_2}{T_0} - \frac{5}{3}\right) =$

$= \frac{9}{10} \nu R T_0 \left(1 - \frac{T_2}{T_0}\right)\left(\frac{T_2}{T_0} - \frac{2}{3}\right)$

$\frac{T_2}{T_0} \equiv x \Rightarrow (1 - x)\left(x - \frac{2}{3}\right) = -x^2 + \frac{5}{3} x - \frac{2}{3}$

$T_2 < T_0 \Rightarrow x < 1$ $\quad x = \frac{5}{6} \Rightarrow A$ – max



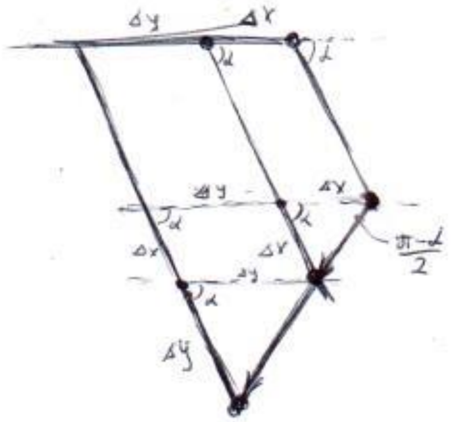
$\min(A) \Leftrightarrow \frac{T_2}{T_0} \to 0 \Rightarrow T_2 \to 0 \Rightarrow A = -\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} \nu R T_0 = -\frac{3}{5} \nu R T_0$

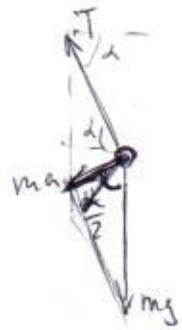
4

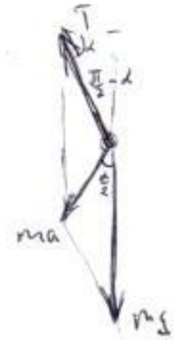
Ответ: $\frac{63}{160} \nu R T_0$; до абсолютного нуля; $-\frac{3}{5} \nu R T_0$

Черновик

$17+8=$







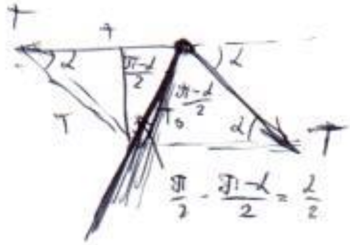
$$mg - T\sin\alpha = ma\cos\frac{\alpha}{2}$$

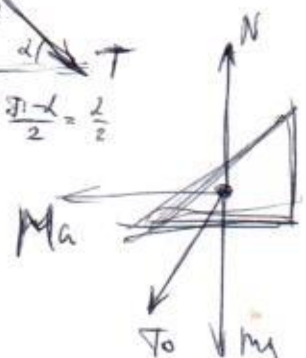
$$T\cos\alpha = ma\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$T = ma\,\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}$$

$$mg - ma\,\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}\sin\alpha = ma\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$mg = ma\cos\frac{\alpha}{2}\left(1 + \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\alpha\right)$$





$$T_0^2 = T_1^2 + T^2 - 2T^2\cos\alpha$$

$$T_0^2 = 2T^2(1-\cos\alpha)$$

$$T_0 = T\left(2(1-\cos\alpha)\right)^{\frac{1}{2}} = 2T\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

$$\frac{dQ}{dT} = \frac{9}{5}\frac{R}{T_0}T$$

$$Q = \frac{9}{5}\frac{R}{T_0}\int T\,dT = \frac{9}{10}\frac{R}{T_0}T^2 + C$$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

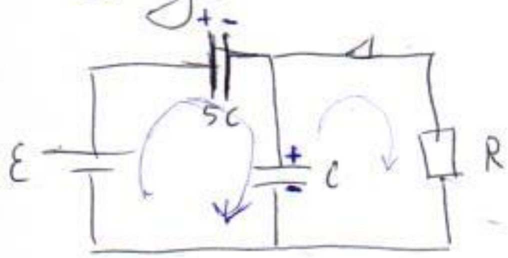
Шифр: **21200217**

ID профиля: **827793**

Вариант 4

Задача 3

Чистовик



До замыкания:

$$\varepsilon = \frac{q_1}{5C} + \frac{q_2}{C}$$

Т.к. сначала конденсаторы были незаряжены: $q_1 = q_2 = q_0$

$$\varepsilon = \frac{q_0}{C}\left(\frac{1}{5} + 1\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_0 = \frac{5}{6}\varepsilon C$$

После замыкания:

Заметим, что $-\dot{q} = I$

$$\begin{cases} \varepsilon = \dfrac{q_1}{5C} + \dfrac{q_2}{C} \\ 0 = -\dfrac{q_2}{C} + R(I_1 - I_2) \Rightarrow \dfrac{q_2}{RC} = \dot{q}_2 - \dot{q}_1 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$I_R = I_1 - I_2 = \frac{q_2}{RC}$$

$$I_R(0) = \frac{q_0}{RC} = \frac{5}{6}\frac{\varepsilon C}{RC} = \frac{5\varepsilon}{6R}$$

$$q_2 = \varepsilon C - \frac{q_1}{5} \Rightarrow \dot{q}_2 = -\frac{\dot{q}_1}{5}$$

$$\frac{\varepsilon C - \frac{q_1}{5}}{RC} = -\frac{\dot{q}_1}{5} - \dot{q}_1$$

$$\frac{\varepsilon}{R} = -\frac{6}{5}\dot{q}_1 + \frac{q_1}{5RC}$$

Установившийся режим: $\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow q_1 = 5\varepsilon C\ ;\ q_2 = 0$$

Тогда заряд, протекший через ЭДС: $\Delta q = q_1 - q_0 = 5\varepsilon C\left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{25}{6}\varepsilon C$

ЗСЭ:

$$\varepsilon \Delta q = \Delta U + Q$$

$$\varepsilon^2 C \cdot \frac{25}{6} = \varepsilon^2 C \frac{25}{12} + Q$$

$$Q = \varepsilon^2 C \cdot \frac{25}{12}$$

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = -\frac{\left(\frac{5}{6}\varepsilon C\right)^2}{2\cdot 5C} - \frac{\left(\frac{5}{6}\varepsilon C\right)^2}{2\cdot C} + \frac{(5\varepsilon C)^2}{2\cdot 5C} =$$

$$= \varepsilon^2 C\left(-\frac{5\cdot 5}{6\cdot 6\cdot 5\cdot 2} - \frac{5\cdot 5}{6\cdot 6\cdot 2} + \frac{5\cdot 5}{2\cdot 5}\right) =$$

$$= \varepsilon^2 C\,\frac{25}{36}\left(-\frac{1}{10} - \frac{1}{2} + \frac{36}{10}\right) = \varepsilon^2 C\cdot\frac{25}{12}$$

$$-\frac{1}{10} - \frac{5}{10} + \frac{36}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

1

Задача 3 (продолжение) Чистовик.

$\dot{q}_2 = -I_0 \Rightarrow \dot{q}_2 = -\frac{\dot{q}_1}{5} = -I_0$

$\dot{q}_1 = 5 I_0$

$I_R = I_1 - I_2 = \dot{q}_2 - \dot{q}_1 = -6I_0$

Ответ: 1) $\frac{5\varepsilon}{6R}$

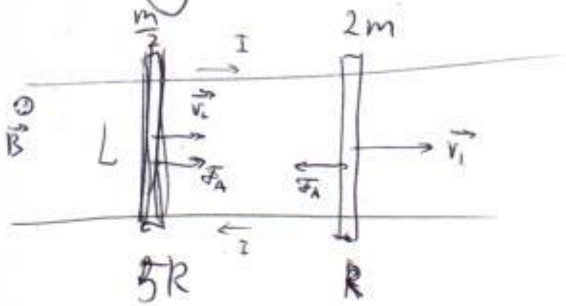
2) $\frac{25}{12}\varepsilon^2 C$

3) $6I_0$

2

Задача 4

Чистовик



$\Phi = xLB \Rightarrow \dot{\Phi} = v_{сбл} LB = (v_1 - v_2)LB = -\varepsilon$

$+\varepsilon = (v_2 - v_1)LB$

$5RI + RI = \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = 6RI \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{6R}$

$F_A = IBL = \varepsilon \frac{BL}{6R} = (v_2 - v_1)\frac{B^2L^2}{6R}$

$2m\dot{v}_1 = -(v_1 - v_2)\frac{B^2L^2}{6R} \quad (= F_A)$

$\frac{m}{2}\dot{v}_2 = (v_1 - v_2)\frac{B^2L^2}{6R} \quad (= -F_A)$

Примем $\frac{B^2L^2}{6Rm} = \frac{1}{\tau}$

$t = 0 \Rightarrow v_1 = v_0$
$v_2 = 0$
$\dot{v}_1 = -\frac{v_0}{2}\frac{B^2L^2}{6Rm} = -\frac{v_0}{2\tau}$

$\begin{cases} 2\dot{v}_1\tau = v_2 - v_1 \Rightarrow v_2 = v_1 + 2\tau\dot{v}_1 \Rightarrow \dot{v}_2 = \dot{v}_1 + 2\tau\ddot{v}_1 \\ \frac{\tau}{2}\dot{v}_2 = v_1 - v_2 \end{cases}$

$\frac{\tau}{2}\dot{v}_2 = \cancel{v_1} - \cancel{v_1} - 2\tau\dot{v}_1 \Rightarrow \frac{\cancel{\tau}}{2}\dot{v}_2 + 2\cancel{\tau}\dot{v}_1 = 0$

$\dot{v}_2 + 4\dot{v}_1 = 0$

$\dot{v}_1 + 2\tau\ddot{v}_1 + 4\dot{v}_1 = 0$

$5\dot{v}_1 + 2\tau\ddot{v}_1 = 0$

$5v_1 + 2\tau\dot{v}_1 = const \overset{t=0}{=} 5v_0 - 2\tau\frac{v_0}{2\tau} = 4v_0$

$5v_1 + 2\tau\dot{v}_1 = 4v_0$

Установившийся режим:

$\varepsilon = 0 \Rightarrow v_1 = v_2 \Rightarrow \dot{v}_1 = \dot{v}_2 = 0 \Rightarrow 5v_1 = 4v_0$

$v_2 = v_1 = \frac{4}{5}v_0$

$-\begin{array}{l} v_1 - v_2 = -2\dot{v}_1\tau \\ v_1 - v_2 = \frac{\tau}{2}\dot{v}_2 \end{array}$

$2(v_1 - v_2) = -\tau\left(2\dot{v}_1 - \frac{\dot{v}_2}{2}\right) = -\tau\left(\frac{3}{2}\dot{v}_1 + \frac{\dot{v}_1 - \dot{v}_2}{2}\right)$

$4(v_1 - v_2) + 3\tau\dot{v}_1 + \tau(v_1 - v_2)' = 0$

$4\Delta L + 3\tau v_1 + \tau(v_1 - v_2) = const = 0 + 3\tau v_0 + \tau v_0 = 4\tau v_0$

$t \to \infty \Rightarrow \cancel{4}X + 3\tau\cdot\frac{\cancel{4}}{5}v_0 + 0 = \cancel{4}\tau v_0 \Rightarrow X = \frac{2}{5}\tau v_0 = \frac{2}{5}\frac{6Rm}{B^2L^2}v_0$

(3)

Задача 4 (продолжение) Чистовик

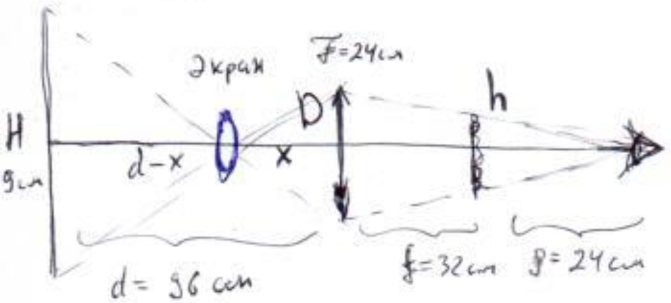
Ответ: 1) $|a_1| = \frac{V_0}{12}\,\frac{B^2L^2}{Rm}$ – противоположно $\vec{V_0}$

2) $\frac{4}{5}V_0$; $\frac{4}{5}V_0$

3) $\frac{12RmV_0}{5B^2L^2}$

4

Задача 5.



$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f} \Rightarrow f=\frac{d\cdot F}{d-F}=\frac{96\cdot 24}{72}=32 \text{ см}$$

Глаз смотрит на изображение $\Rightarrow \rho$(глаз, изобр.) $=$ 24см (g см)

Тогда ρ(глаз, линза) $= \rho$(глаз, изобр) $+ \rho$(изобр, линза) $=$ 56 см

$$h=\frac{1}{3}H=3 \text{ см}$$

$$\frac{D}{f+g}=\frac{h}{g} \Rightarrow D=\frac{f+g}{g}h=\frac{32+24}{24}\,3=7 \text{ см}$$

$$\frac{x}{D}=\frac{d-x}{H} \Rightarrow Hx=Dd-Dx$$

$$x(H+D)=Dd$$

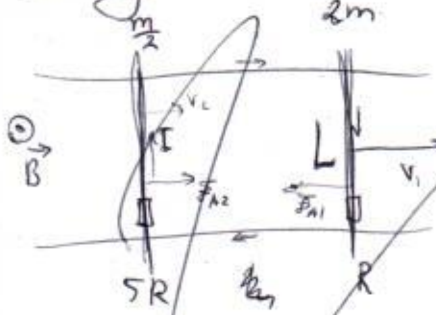
$$x=\frac{Dd}{H+D}=\frac{7\cdot 96}{7+9}=42 \text{ см}$$

Ответ: 1) 56 см
2) 7 см
3) 42 см

5

Задача 4.

Черновик



$\Phi = xLB$

$\dot{\Phi} = \cancel{vBL} = -\mathcal{E} = (v_1 - v_2)BL$

$F_A = IBL$

$5RI + RI = \mathcal{E} \Rightarrow 6R\cdot I = (v_1 - v_2)BL$

$2m\dot{v}_1 = -IBL$ $\qquad I = \frac{BL}{6R}(v_1 - v_2)$

$\frac{m}{2}\dot{v}_2 = IBL$ $\qquad F_A = \frac{B^2L^2}{6R}(v_1 - v_2)$

$\dot{v}_1 = +\frac{B^2L^2}{12mR}(v_1 - v_2) \Rightarrow +v_1 - \dot{v}_1\frac{12mR}{B^2L^2} = v_2$

$\dot{v}_2 = -\frac{B^2L^2}{3mR}(v_1 - v_2)$ $\qquad \dot{v}_2 = \dot{v}_1 - \ddot{v}_1\frac{12mR}{B^2L^2}$

1) $t = 0 \Rightarrow \begin{matrix} v_1 = v_0 \\ v_2 = 0 \end{matrix} \Rightarrow \dot{v}_1 = +\frac{B^2L^2v_0}{12mR}$

2) В установившемся режиме $\mathcal{E} = 0 \Rightarrow v_1 = v_2 \Rightarrow \dot{v}_1 = \dot{v}_2 = 0$

$\dot{v}_1 - \ddot{v}_1\frac{12mR}{B^2L^2} = \cancel{-\frac{B^2L^2}{3mR}v_1} + \cancel{\frac{B^2L^2}{3mR}v_1} - \frac{\cancel{B^2L^2}}{\cancel{3mR}}\frac{\cancel{12mR}}{\cancel{B^2L^2}}\dot{v}_1$

$5\dot{v}_1 - \frac{12mR}{B^2L^2}\ddot{v}_1 = 0$

$5v_1 - \frac{12mR}{B^2L^2}\dot{v}_1 = const = 5v_0 + \frac{12mR}{B^2L^2}\frac{B^2L^2v_0}{12mR} = 6v_0$

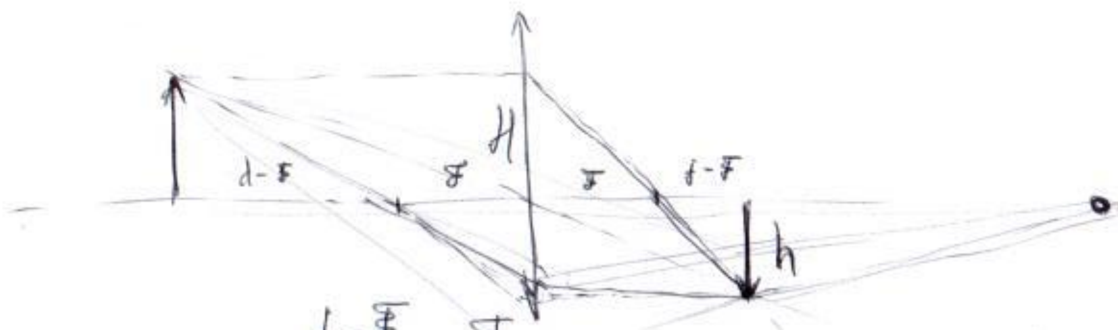
$\dot{v}_1 = 0 \Rightarrow 5v_1 = 6v_0$

$v_1 = \frac{5}{6}v_0$

$$\mathcal{E} = \frac{q_1}{5C} + R(I_1 - I_2)$$

$$\mathcal{E} = \frac{\cancel{5}\,\mathcal{E}\, d}{6\,\cancel{5C}} + R(I_1 - I_2) \qquad I_1 - I_2 = \frac{q_2}{RC} = \frac{5\,\mathcal{E}\,\cancel{C}}{6R\cancel{C}}$$

$$R(I_1 - I_2) = \frac{5}{6}\mathcal{E}$$



$$\frac{f-F}{F} = \frac{F}{d-F}$$

$$(f-F)(d-F) = F^2$$

$$fd - fF - dF + \cancel{F^2} = \cancel{F^2}$$

$$fd = F(f+d)$$

$$\frac{1}{F} = \frac{f+d}{fd} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{H}{F} = \frac{h}{f-F}$$

$$h = \frac{f-F}{F} H$$

$$\frac{32-24}{24} = \frac{8}{24}$$

Черновик