

Часть 1

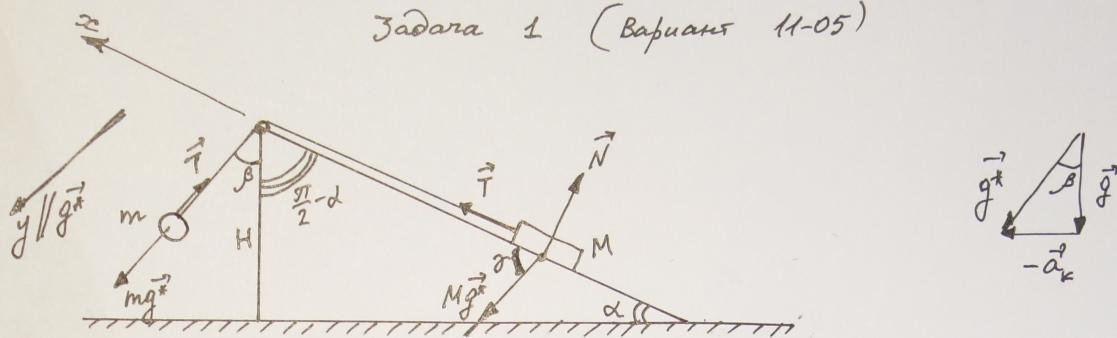
Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21202638**

ID профиля: **284421**

Вариант 5

Чистовик (лист 1 из 4)
 Задача 1 (Вариант 11-05)



1) Перейдём в НКСО клина. В этой с.о. на шарик и груз действует ^{лишняя} сила инерции $\vec{F} = -m\vec{a}_k$ (m - масса тела, \vec{a}_k - ускорение клина). Иначе говоря, можно считать, что изменилось ускорение свободного падения. Теперь оно равно $\vec{g}^* = \vec{g} - \vec{a}_k$.

Т.к. блок в с.о. клина неподвижен, то шарик массы m движется вдоль прямой, параллельной \vec{g}^* (сначала его скорость была нулевой, а потом ускорение было сонаправлено с \vec{g}^*). β - угол между нитью и вертикалью, т.е. между \vec{g}^* и \vec{g} .

Значит, $a_k = g \tan \beta = g \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{3g}{4}$. Примем ускорение клина направлено вправо. Для п.д.: $g^* = \frac{g}{\cos \beta}$

2) Сначала найдём $\cos \gamma$ и $\sin \gamma$ (γ - угол, указанный на рис. - угол между \vec{g}^* и пов-тью клина):

$$\gamma = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta \right) = \frac{\pi}{2} + \alpha - \beta; \quad \cos \gamma = \sin(\beta - \alpha) = \left. \begin{array}{l} \sin \alpha = \frac{5}{13}, \cos \alpha = \frac{12}{13}, \\ \sin \beta = \frac{3}{5}, \cos \beta = \frac{4}{5} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} - \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{16}{65}; \quad \sin \gamma = \cos(\beta - \alpha) = \frac{48 + 15}{65} = \frac{63}{65}. \quad \text{Т.к. } \cos \gamma > 0, \text{ то } \gamma < \frac{\pi}{2}.$$

Пусть T - сила натяжения нити. (одинакова для бруска и шарика в силу нерастяжимости нити и невесомости)

II з.н. для бруска: $M\vec{g}^* + \vec{T} + \vec{N} = M\vec{a}_u$; ($M = 13m$)

Ос: $Mg^* \cos \gamma + T = Ma_u$

$$a_u = g^* \cos \gamma + \frac{T}{M}$$

II з.н. для шарика: $m\vec{g}^* + \vec{T} = m\vec{a}_u$

Oy: $mg^* - T = ma_u$

$$a_u = g^* - \frac{T}{m}$$

Т.к. нить нерастянима, то ускорения бруска и шарика равны, т.е. $g^* \cos \gamma + \frac{T}{M} = g^* - \frac{T}{m} \Leftrightarrow T \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m} \right) = g^* (1 - \cos \gamma) \Rightarrow$

$$\Leftrightarrow T = \frac{Mm}{M+m} \cdot \frac{g}{\cos \beta} (1 - \cos \gamma)$$

Откуда $a = g^* - \frac{T}{m} = \frac{g}{\cos \beta} \left(1 - \frac{M}{M+m} (1 - \cos \gamma) \right) = \frac{g}{\cos \beta} \left(1 - \frac{M}{M+m} (1 - \sin(\beta - \alpha)) \right) =$

$$= \frac{5g}{4} \left(1 - \frac{13}{28} \cdot \frac{63}{65} \right) = \frac{5g}{4} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3g}{8} > 0 \quad (\text{т.е. брусок и шарик действительно движутся вдоль введенных осей})$$

лист 1

Листовик (лист 2 из 4)

Задача 1 - продолжение

3) В с.о. клина ^{точки} стол, конечно движется, но, в целом, стол неподвижен (т.к. ускорение клина горизонтально).

Шарик движется вдоль оси y ; до стола ему нужно пройти расстояние $\frac{H}{\cos \beta}$; ускорения постоянно и равно $a = \frac{3g}{8}$.

Пусть τ - искомое время. Тогда $s = \frac{H}{\cos \beta} = \frac{a \tau^2}{2} =$
 $= \frac{3g}{16} \tau^2 \Rightarrow \tau^2 = \frac{16}{3g} \cdot \frac{H \cdot 5}{4} = \frac{5H}{3g} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{5H}{3g}}$

на).

Ответ: 1. $a_x = g \tan \beta = \frac{3g}{4}$;

2. $a = \frac{g}{\cos \beta} \left(1 - \frac{13}{14} (1 - \sin \beta) \right) = \frac{3g}{8}$;

3. $\tau = \sqrt{\frac{5H}{3g}}$.

?

=

$\frac{\pi}{2}$.

)

лист
2

Листовик (лист 3 из 4)

Задача 2 (Вариант 11-05)

1) Пусть $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 15^\circ$, r - радиус описанной δ условия окружности.

В точке 1 (из диаграммы): $p_1 = p_0 \cdot r \cos \alpha$,
 $V_1 = V_0 r \sin \alpha$; в точке 2: $p_2 = p_0 r \sin \beta$,
 $V_2 = V_0 r \cos \beta$.

Согласно общему газовому закону: $\frac{pV}{T} = \text{const}$,
 т.е. $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{p_0 r \cos \alpha \cdot V_0 r \sin \alpha}{p_0 r \sin \beta \cdot V_0 r \cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin \beta \cos \beta} = \frac{1}{2} \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{3} \approx 1,73$.

2). Пусть M - некоторая точка на диаграмме в процессе расширения газа. γ - угол между радиусом, проведенным в эту точку и горизонтальной осью. Согласно I началу термодинамики, для газа при малом изменении состояния вблизи точки M :
 $dQ = dA + dU$. Пусть p, V, T - x -ки газа в точке M .

При этом: $dA = p dV$;
 $dU = \frac{3}{2} p dV = \frac{3}{2} d(pV) = \frac{3}{2} (p dV + V dp)$.

Значит, $dQ = \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp$.

Температура газа в точке M равна 0 в том и только в том случае, когда $dQ = 0$, т.е. $\frac{5}{2} p dV = -\frac{3}{2} V dp \Leftrightarrow \frac{dp}{dV} = -\frac{5}{3} \frac{p}{V}$.

$\Leftrightarrow \frac{d(p/p_0)}{d(V/V_0)} = -\frac{5}{3} \frac{p/p_0}{V/V_0}$ (*).

$\frac{d(p/p_0)}{d(V/V_0)}$ есть тангенс угла δ наклона касательной к графику процесса расширения газа в точке M . Нетрудно видеть, что $\delta = 90^\circ + \gamma$ (поскольку касательная в точке M перпендикулярна радиусу OM , т.е. в $\triangle OMT$ (см. рис.): $\angle OMT = 90^\circ - \gamma$; $\delta = 180^\circ - \angle OMT = 90^\circ + \gamma$).

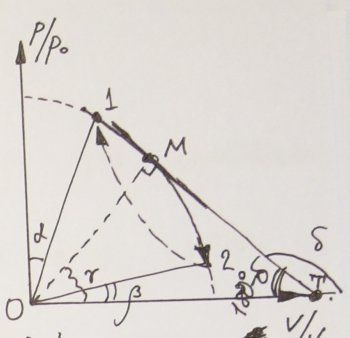
Значит, $\frac{d(p/p_0)}{d(V/V_0)} = \tan \delta = -\cot \gamma$; в то же время $\frac{p/p_0}{V/V_0} = \frac{r \sin \gamma}{r \cos \gamma} = \tan \gamma$.

Значит, (*): $-\cot \gamma = -\frac{5}{3} \tan \gamma \Rightarrow \tan^2 \gamma = \frac{3}{5} \Rightarrow \tan \gamma = \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Т.к. $\tan \gamma > \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ > \tan 15^\circ$ и $\tan \gamma < \sqrt{3} = \tan 60^\circ$, то точка M лежит на дуге 12.

3

См. продолжение на листе 4.



Листовик (лист 4 из 4)

Задача 2 (продолжение)

3) ~~Исходный закон сохранения $p(V)$ в виде функции при расширении газа~~

Работа A_1 газа при расширении равна:

$$A_1 = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{90^\circ-\alpha}^{\beta} (p_0 z \sin \tau) \cdot d(V_0 z \cos \tau) = p_0 V_0 z^2 \int_{90^\circ-\alpha}^{\beta} \sin \tau \cdot (-\sin \tau) d\tau =$$

т.к. $\cos 2\tau = 1 - 2\sin^2 \tau$

$$= p_0 V_0 z^2 \int_{90^\circ-\alpha}^{\beta} \frac{\cos 2\tau - 1}{2} d\tau = p_0 V_0 z^2 \cdot \left(\frac{1}{4} \int_{90^\circ-\alpha}^{\beta} \cos 2\tau d(2\tau) - \frac{1}{2} \int_{90^\circ-\alpha}^{\beta} d\tau \right) =$$

$$= p_0 V_0 z^2 \left(-\frac{1}{4} \sin 2\tau - \frac{1}{2} \tau \right) \Big|_{90^\circ-\alpha}^{\beta} = p_0 V_0 z^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (90^\circ - \alpha) - \frac{1}{2} \beta + \frac{1}{4} \sin(180^\circ - 2\alpha) - \frac{1}{4} \sin 2\beta \right) =$$

$$= p_0 V_0 z^2 \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{4} \right) =$$

далее буду записывать углы в радианах;
я бы делал так с начала решения, но все же изначально углы были даны в градусах

$$= p_0 V_0 z^2 \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8} + \frac{\sqrt{3}/2 - 1/2}{4} \right) = p_0 V_0 z^2 \cdot \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\sqrt{3}-1}{8} \right)$$

Вычислим работу газа в ~~процессе~~ процессе состояния 2 → 1:

$$Q = A_2 + \Delta U \Rightarrow A_2 = -\Delta U = -\frac{3}{2} \Delta(pV) = -\frac{3}{2} \cdot (p_2 V_2 - p_1 V_1) =$$

$$= \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} (p_0 z \sin \beta \cdot V_0 z \cos \beta - p_0 z \cos \alpha \cdot V_0 z \sin \alpha) =$$

$$= \frac{3}{2} p_0 V_0 z^2 \cdot \left(\frac{\sin 2\beta}{2} - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) = \frac{3}{2} p_0 V_0 z^2 \cdot \frac{1 - \sqrt{3}}{4} = p_0 V_0 z^2 \cdot \frac{3 - 3\sqrt{3}}{8}$$

Значит, $A_{цикла} = A_1 + A_2 = p_0 V_0 z^2 \left(\frac{\pi}{8} + \frac{2 - 2\sqrt{3}}{8} \right) =$

$$= p_0 V_0 z^2 \left(\frac{\pi}{8} + \frac{1 - \sqrt{3}}{4} \right)$$

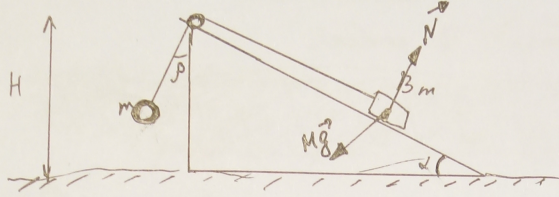
Значит, $\frac{A_{цикла}}{A_1} = \frac{\frac{\pi}{8} + \frac{1 - \sqrt{3}}{4}}{\frac{\pi}{8} + \frac{\sqrt{3} - 1}{8}} = \frac{\pi + 2 - 2\sqrt{3}}{\pi + \sqrt{3} - 1} \approx 0,43$

Процесс сжатия газа нельзя считать адиабатическим (поднимающаяся температура $pV^\gamma = const$); однако теплообмена не было, поэтому $dQ = 0$, а значит, момент времени $dA = -dU \Rightarrow A_2 = -\Delta U$.

- Ответ:
- $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{3} \approx 1,73$;
 - $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$;

- $\frac{A_{цикла}}{A_1} = \frac{\pi + 2 - 2\sqrt{3}}{\pi + \sqrt{3} - 1} \approx 0,43$.

Черновик

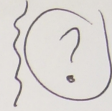


$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

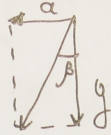
$$\sin \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\cos \beta = \frac{4}{5}$$

$$\sin \beta = \frac{3}{5}$$



$$\frac{p}{p \cdot r} = \frac{V}{V \cdot r}$$

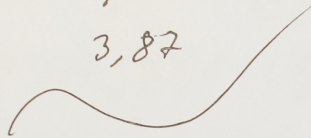


$$a = g \tan \beta = \left(\frac{3g}{4} \right)$$

Q =

1,68

3,87



Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21202638**

ID профиля: **284421**

Вариант 5

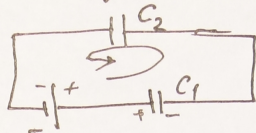
Чистовик (лист 1 из 4)
Задача 3 (вариант 11-05)

(т.к. последовательно катушка не подключен резистор)

1) Ток, текущий через катушку мгновенно уменьшается не может (см. правила коммутации). Поэтому напряжение на катушке будет равно напряжению на конденсаторе C_2 (т.к. напряжение на резисторе будет равно 0: $U_{C_2} = U_L + U_R = U_L$).

Кроме того, напряжения на конденсаторах мгновенно не изменяется, т.к. до замыкания ключа режим уже установился, а новый участок цепи в первое мгновение не оказывает влияния на старый ($i_{C_0} = 0$)

До замыкания ключа:



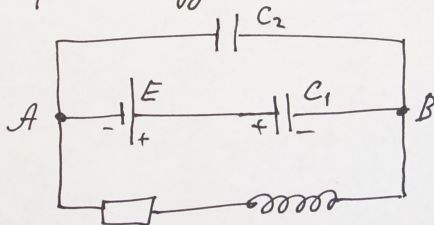
По II правилу Кирхгофа: $E = U_{C_1} + U_{C_2} \Rightarrow E = \frac{q_0}{C_1} + \frac{q_0}{C_2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow q_0 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E$ - заряд каждого из конденсаторов.

Значит, $U_{C_2} = \frac{q_0}{C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} E$; $U_{C_2} = L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{C_1 E}{L(C_1 + C_2)}$

$\frac{E}{3L}$; для п.2. $U_{C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} E = \frac{2E}{3}$

2) Т.к. параллельно к

Т.к. последовательно с катушкой подключен резистор, то рано или поздно процесс установится. В установившемся режиме ток по проводам, подсоединенным к конденсаторам, не течёт ($I_{C_1} = I_{C_2} = 0$). Поэтому ток не будет течь и по ветви RL-ветви (иначе не выполняются I правило Кирхгофа для узлов A и B)



На основании вышесказанного: $I_L = 0$; $U_{C_2} = 0$; ~~$U_{C_1} = E$~~

$U_{C_1} = E$. Откуда $q_{C_1} = C_1 E = CE$. Заряд, протекший за всё это время (после зам. ключа) через источник равен $q_{C_1} - q_0 =$
 $= CE - \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E = \frac{CE}{3}$ (это заряд, протекший "через" конденсатор - по среднему проводу). При этом конденсатор зарядится,

Аист = $E \Delta q = \frac{CE^2}{3} > 0$. Согласно 2-му Закону сохранения

энергии:

$$A_{ист} = Q + \Delta U_{C_1} + \Delta U_{C_2} + \Delta U_L \Rightarrow \frac{CE^2}{3} = Q + \frac{CE^2 - \left(\frac{2E}{3}\right)^2 C}{2} - 2C \cdot \left(\frac{E}{3}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{CE^2}{3} - \frac{5CE^2}{18} + \frac{CE^2}{9} = \frac{4CE^2}{9} - \frac{5CE^2}{18} = \frac{CE^2}{6}$$

См. продолжение на след. листе

Чистовик (лист 2 из 4)

Задача 3 (продолжение)

3) По II правилу Кирхгофа в выделенном контуре:

$E = \frac{q_{c1}}{C_1} + \frac{q_{c2}}{C_2}$; продифференцируем по времени:

$$0 = \frac{I_{c1}}{C_1} + \frac{I_{c2}}{C_2} \Rightarrow I_{c2} = -I_{c1} \cdot \frac{C_2}{C_1} = -I_0 \cdot \frac{C_2}{C_1}; \text{ условные направления}$$

токов показаны на рисунке.

По I-му правилу Кирхгофа для узла B:

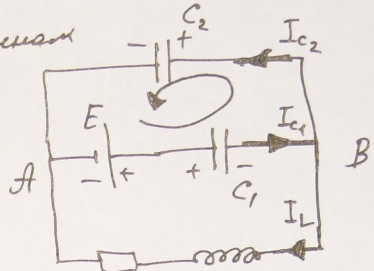
$$I_L = I_{c1} - I_{c2} = I_0 + I_0 \frac{C_2}{C_1} = \boxed{3I_0}$$

Абсолютное значение I_L не зависит от направления I_0 .

Ответ: 1. $\frac{di}{dt} = \frac{E}{3L}$

2. $Q = \frac{CE^2}{6}$

3. $I_L = 3I_0$.



Чистовик (лист 3 из 4)

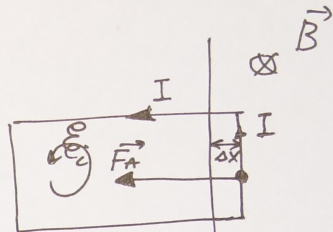
Задача 4 (вариант 11-05)

1. Когда рамка попадает в магнитное поле, в контуре возникает ЭДС индукции (вихревое электрическое поле); в рамке начинает течь ток; поэтому на стороны рамки начинает действовать сила Ампера.

Когда рамка только вошла в поле:

$$|\mathcal{E}_i| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| \frac{d \cdot \Delta x \cdot B}{dt} \right| = |B \dot{v} d| = B \dot{v} d$$

$$I = \frac{|\mathcal{E}_i|}{R} = \frac{B \dot{v} d}{R}; \quad \vec{F}_A = \vec{I} \times \vec{B} \cdot d; \quad |F_A| = B I d = \frac{B^2 \dot{v} d^2}{R}$$



Откуда, по II з.Н.: $\sum \vec{F} = m \vec{a}$; $|a| = \frac{|\sum \vec{F}|}{m} = \frac{B^2 \dot{v} d^2}{R}$, при этом \vec{a} направлено влево. В нач. момент времени $v = v_0$; $|a| = \frac{B^2 v_0 d^2}{R}$.

2. Стоит отметить, что силы Ампера, действующие на нижнее и верхнее ребра рамки, противоположны, т.к. токи, текущие по ним, противоположны, а их участки, находясь в поле, одинаковы.

Значит, пока правая сторона рамки не вышла из поля,

$$\left| \frac{dv}{dt} \right| = |a| = \frac{B^2 \dot{v} d^2}{R} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 \dot{v} d^2}{R} \Rightarrow R dv = -B^2 d^2 \dot{v} dt \Rightarrow R dv = -B^2 d^2 \frac{dS}{H}$$

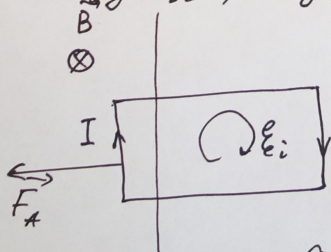
т.к. рамка тормозится

интегрируем от нач. момента v_0 входа правой стороны рамки из поля

$$\Rightarrow R \Delta v = -B^2 d^2 \frac{\Delta S}{H} \Rightarrow \Delta v = -\frac{B^2 d^2 H}{R}$$

$$V_1 = V_0 - \frac{B^2 d^2 H}{R} = V_0 - \frac{B^2 d^3}{3R}$$

~~Сила Ампера на левом и правой части рамки вне поля равна силе Ампера на тех же частях рамки, будут скомпенсированы.~~ ~~Когда же левое ребро выйдет в область поля, т.к. $v > H$, то сначала из поля выйдет правое ребро, а затем выйдут левое.~~



3. Пока левое ребро рамки не выйдет в поле, сила Ампера действовать не будет, т.к. не будет изменения магнитного потока, т.е. не будет тока.

При выходе левого ребра из рамки, опять появится

$$\mathcal{E}_i: |\mathcal{E}_i| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = B \dot{v} d; \quad I = \frac{B \dot{v} d}{R}; \quad |F_A| = \frac{B^2 \dot{v} d^2}{R}$$

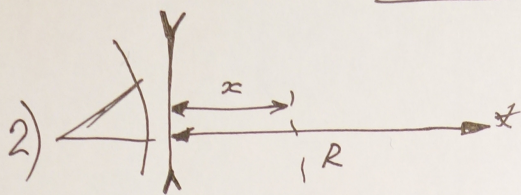
$$-R dv = B^2 d^2 \dot{v} dt \Rightarrow$$

Рамка опять будет тормозиться; $a = \frac{B^2 \dot{v} d^2}{R}$; $R dv = -B^2 d^2 dS \Rightarrow \Delta v = -\frac{B^2 d^2 H}{R}$ (правильно)

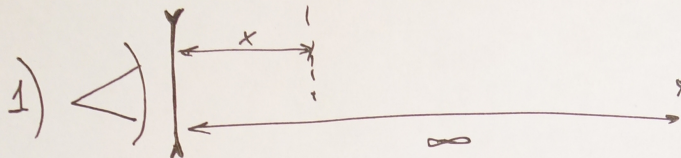
Поэтому $V_2 = V_1 - \frac{B^2 d^2 H}{R} = V_0 - \frac{2B^2 d^3}{3R}$

Ответ: 1. $a = \frac{B^2 v_0 d^2}{R}$ (влево); 2. $V_1 = V_0 - \frac{B^2 d^3}{3R}$; 3. $V_2 = V_0 - \frac{2B^2 d^3}{3R}$.

Листовин (лист 4 из 4)
Задача 5 (вариант 11-05)



1) Пусть $R = 25$ см - указанное
 в условии задано расстояние от
 текста до глаза.



Т.к. человек близорукий, то для
 рассмотрения далеких предметов
 ему нужна очки с рассеивающей
 линзой. По формуле тонкой
 линзы для двух случаев

(рассмотрение далеких предметов и чтение текста):
 Т.к. у человека нулевой предел accommodation, то для корректного рассмотрения
 1. Рассмотрение далеких предметов: предметов, ему нужно, чтобы
 их минимальное изображение
 в линзе было на расст.
 x от глаза.

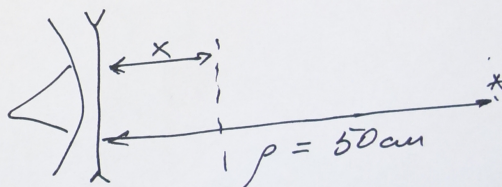
$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{x} = D_1 \Rightarrow D_1 = -\frac{1}{x}$$

2. Чтение текста:

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{x} = D_2 \Rightarrow D_2 = \frac{x-R}{Rx}$$

Т.е. $\frac{D_1}{D_2} = \frac{-\frac{1}{x}}{\frac{x-R}{Rx}} = \frac{R}{R-x} = 2 \Rightarrow R = 2R - 2x \Rightarrow x = \frac{R}{2} = 12,5$ см.

2) Возвращаем исходную оптическую
 силу по формуле тонкой
 линзы (пусть $\rho = 50$ см - данное
 в условии расстояние):



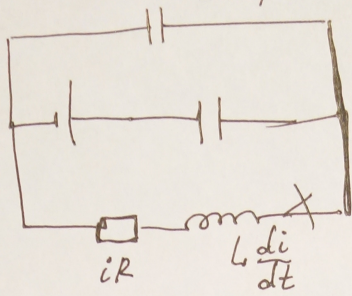
$$\frac{1}{\rho} - \frac{1}{x} = D \Rightarrow D = -\frac{1}{0,125\text{ м}} + \frac{1}{0,5\text{ м}} = -8\text{ дптр} - 2\text{ дптр} = -10\text{ дптр}$$

Ответ: 1. $x = 12,5$ см,

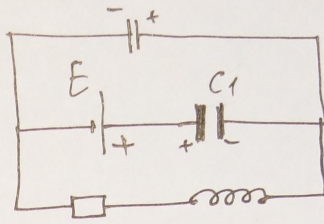
2. $D = -10$ дптр.

лист

Церкових

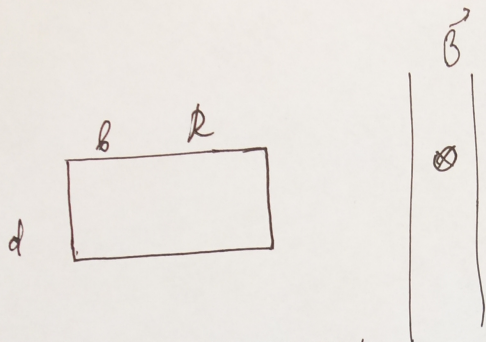


$$E - \frac{q_0}{C} =$$

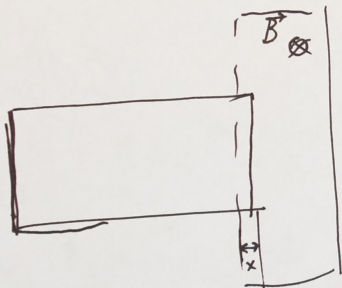


$$E - \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$$

$$-\frac{\dot{q}_1}{C_1} = \frac{\dot{q}_2}{C_2}$$



$$F = B l v$$

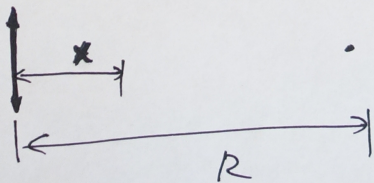


$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{d \times B}{t} = -d v B$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{v B d}{R}$$

vB

$$a = \frac{F_A}{m} = \frac{B i d}{m} = \frac{v B^2 d^2}{m R}$$



$$\frac{1}{R} - \frac{1}{x} = \mathcal{D}_1$$

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{x} = \mathcal{D}_2$$

$$\frac{\mathcal{D}_1}{\mathcal{D}_2} = \frac{\frac{x-R}{Rx}}{-\frac{1}{x}} = \frac{R-x}{R} = 2$$

$$\frac{R}{R-x} = 2$$

$$R = 2R - 2x$$

$$x = \frac{R}{2}$$