Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21200505**

ID профиля: **334646**

Вариант 6

Чистовик

В 11-06

① Дано:

$\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$m,\ 2m$

H

$\cos\beta = \frac{12}{13}$

$\mu = 0$

1. $a = ?$
2. $a_{об} = ?$
3. $\tau = ?$

Решение:

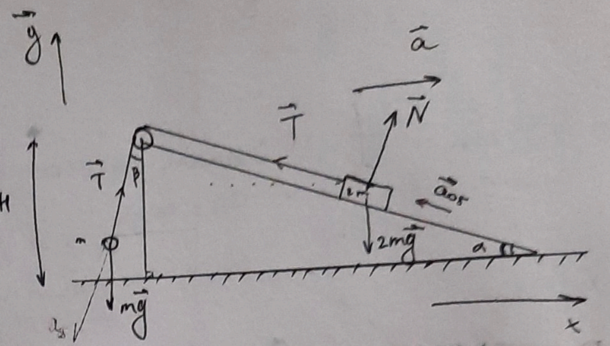
Введём ортогональную систему координат xoy (см. рис.)

Расставим силы, действ. на брусок и шарик:

T – сила натяжения нити

$\vec{a}_{об}$ – ускорение, с которым брусок движется в СО клина:

Ускорение бруска отн. земли $\vec{a}_a = \vec{a} + \vec{a}_{об}$



II з-н Ньютона на оси:

брусок: ox: $2m(a - a_{об}\cos\alpha) = -T\cos\alpha + N\sin\alpha$ (1)

oy: $2ma_{об}\sin\alpha = N\cos\alpha - 2mg + T\sin\alpha$ (2)

шарик: ox: $m(a - a_{об}\sin\beta) = T\sin\beta$ (3)

oy: $-m a_{об}\cos\beta = -mg + T\cos\beta$ (4)

Т.к. нить невесома и нерастяжима => она во всех точках натянута одинаково и ускорения шарика и бруска в СО клина одинаковы по модулю (кинемат. связи)

Из (1), (2), (3), (4) однозначно выражаются искомые величины, 4 ур-я, 4 неизвестных.

$$(3)\ \begin{cases} m(a - a_{об}\sin\beta) = T\sin\beta & |\cdot\cos\beta \\ m a_{об}\cos\beta = mg - T\cos\beta & |\cdot\sin\beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ma\cos\beta - ma_{об}\sin\beta\cos\beta = T\sin\beta\cos\beta \\ ma_{об}\cos\beta\sin\beta = mg\sin\beta - T\sin\beta\cos\beta \end{cases} \Big| +$$

(4)

$$ma\cos\beta - ma_{об}\cancel{\sin\beta\cos\beta} + ma_{об}\cancel{\cos\beta\sin\beta} = T\cancel{\sin\beta\cos\beta} + mg\sin\beta - T\cancel{\sin\beta\cos\beta}$$

$$\cancel{m}a\cos\beta = \cancel{m}g\sin\beta \Rightarrow a = g\frac{\sin\beta}{\cos\beta}$$

$$\boxed{a = g\,tg\,\beta} \quad (5)$$

Из О.Т.Т. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $\alpha \in (0; 90)$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$

$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \frac{5}{13} \Rightarrow tg\,\beta = \frac{5}{\cancel{13}} \cdot \frac{\cancel{13}}{12} = \frac{5}{12}$; $a = \frac{5}{12}g = \frac{25}{6}\ \frac{м}{с^2}$

$\downarrow (3)$

$$m\left(g\frac{5}{12} - a_{об}\sin\beta\right) = T\sin\beta$$

$$T = \frac{m\left(\frac{5}{12}g - a_{об}\sin\beta\right)}{\sin\beta}$$

$$T = \frac{mg}{\cos\beta} - ma_{об} \quad (6)$$

$(1)\cdot\cos\alpha - (2)\cdot\sin\alpha$:

$$2ma\cos\alpha - 2ma_{об} = 2mg\sin\alpha - T$$

$$2ma\cos\alpha - 2ma_{об} = 2mg\sin\alpha - \frac{mg}{\cos\beta} + ma_{об} \quad |:m$$

$$2a\cos\alpha - 2g\sin\alpha + \frac{g}{\cos\beta} = 3a_{об}$$

$$a_{об} = \frac{2a\cos\alpha - 2g\sin\alpha + \frac{g}{\cos\beta}}{3} = \frac{2\cdot g\,tg\beta\cdot\cos\alpha - 2g\sin\alpha + \frac{g}{\cos\beta}}{3} = \frac{g\left(\frac{11}{20}\right)}{3} = \frac{11}{6}\,\frac{м}{с^2}$$

Начальная скорость шарика $v_0 = 0$, ему надо преодолеть H с ускорением по y $a_{об}\cdot\cos\beta = \frac{11}{6}\cdot\frac{12}{13} = \frac{22}{13}\,\frac{м}{с^2}$

Ур-е его движения: $H = \frac{\frac{22}{13}\cdot\tau^2}{2}$

$$H = \frac{11}{13}\tau^2$$

$$\tau = \sqrt{\frac{13H}{11}}$$

Ответ: 1) $a = g\,tg\beta = \frac{25}{6}\,\frac{м}{с^2}$

2) $\frac{11}{6}\,\frac{м}{с^2} = \frac{11}{60}g$

3) $\sqrt{\frac{13H}{11}}$

Чистовик

Чистовик

② **Дано:**

$i = 5$

$C_v = \frac{5}{2}R$

окружность

$\alpha = 22{,}5^\circ$

$\beta = 15^\circ$

---

1. $\frac{T_1}{T_2} = ?$
2. $\gamma = ?$
3. $\frac{A_y}{A_p} = ?$

Решение:

1. T_1 – температура в сост. 1

T_2 – температура в сост. 2.

Пусть его ν моль, а радиус окружности – R

тогда V_1 – объем в сост. 1, P_1 – давление в сост. 1; V_2 – объем в сост. 2,

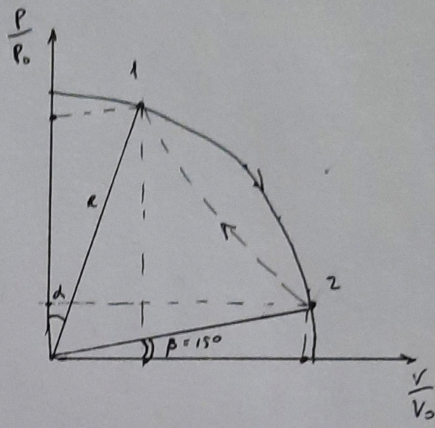
P_1 – давление в сост. 2.

$V_1 = R \cdot \sin\alpha\, V_0$

$P_1 = R\cos\alpha\, P_0$

$V_2 = R\cos\beta\, V_0$

$P_2 = R\sin\beta\, P_0$



Ур-е Менделеева – Клапейрона для 2х состояний:

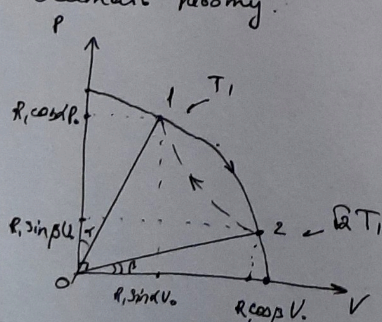
$$1:\quad P_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow R^2\sin\alpha\cos\alpha\, P_0V_0 = \nu RT_1 \quad (1)$$

$$2:\quad P_2V_2 = \nu RT_2 \rightarrow R^2\sin\beta\cos\beta\, P_0V_0 = \nu RT_2 \quad (2)$$

$$\frac{2\cdot(1)}{2\cdot(2)} \quad \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{2\sin\beta\cos\beta} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{2}{1} = \sqrt{2}$$

2. График в координатах PV будет выглядеть таким же образом, но визуально проще считать работу.



R_1 – радиус окружност

Работа газа за цикл – площадь под графиком

Т.к. сказано, что теплообмен в $2 \to 1$ пренебрежимо мал $\Rightarrow$ $2 \to 1$ процесс – адиабата.

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} = \frac{7}{5}$$

$$PV^\gamma = \text{const} \therefore P\cdot V^{\frac{7}{5}} = \text{const}$$

$$P = \text{const}\cdot V^{-\frac{7}{5}}$$

Работа при расширении – работа на участке $1 \to 2$

$$A_p = \frac{90-\alpha}{360}\cdot\pi R_1^2 - \frac{1}{4}R_1^2\sin 2\alpha\, P_0V_0 - \frac{\beta}{360}\pi R_1^2 + \frac{1}{4}R_1^2\sin 2\beta\, P_0V_0 = R_1^2\left(\frac{90-\alpha-\beta}{360}\pi + \frac{1}{4}P_0V_0(\sin 2\beta - \sin 2\alpha)\right)$$

(Из площадей секторов и треугольников)

Из т. 1: $\text{const} = R_1^{\frac{12}{5}}\cdot P_0\cdot V_0^{\frac{7}{5}}\cos\alpha(\sin\alpha)^{\frac{7}{5}}$

$$A_{21} = \int_{V_2}^{V_1}\text{const}\cdot V^{-\frac{7}{5}}dV = -\text{const}\cdot\frac{5}{7}\cdot V^{-\frac{2}{5}}\Big|_{V_2}^{V_1} = -\frac{5}{7}\text{const}\left(V_1^{-\frac{2}{5}} - V_2^{-\frac{2}{5}}\right) =$$

$$= -\frac{5}{7}\cdot R_1^{\frac{12}{5}}\cdot V_0^{\frac{7}{5}}\cos\alpha(\sin\alpha)^{\frac{7}{5}}\cdot(R_1\sin\alpha V_0)^{-\frac{2}{5}} + \frac{5}{7}R_1^{\frac{12}{5}}\cdot V_0^{\frac{7}{5}}\cdot\cos\alpha(\sin\alpha)^{\frac{7}{5}}\cdot(R_1\cos\beta V_0)^{-\frac{2}{5}} =$$

$$= -\frac{5}{7}R_1^2\cdot V_0\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha + \frac{5}{7}R_1^2\cdot V_0\cdot\cos\beta\cdot\sin\beta = \frac{5}{14}R_1^2V_0(\cos 2\beta - \cos 2\alpha)$$

Чистовик

Ответ: 1. $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt[2]{2} \approx 1{,}41$

Черновик

$2m(a - a_{об}\cos\alpha)\sin\alpha = -T\cos\alpha\sin\alpha + N\cos\alpha\sin\alpha$

$T = \frac{m(a - a_{об}\sin\beta)}{\sin\alpha}$

$(3)\to(2)$: $\cancel{2m a_{об}\sin\alpha = N\cos\alpha - 2mg + ma - ma_{об}\sin\beta}$

$\cancel{N = \frac{m(2a_{об}\sin\alpha + 2g - a + a_{об}\sin\beta)}{\cos\alpha}}$

(3) $m(a - a_{об}\sin\beta)\cos\beta = T\sin\beta\cos\beta$ | +

−(4) $m a_{об}\cos\beta\cdot\sin\beta = mg\sin\beta - T\sin\beta\cos\beta$

$ma\cos\beta - \cancel{ma_{об}\sin\beta\cos\beta} + \cancel{ma_{об}\sin\beta\cos\beta} = mg\sin\beta$

$a = g\,tg\beta$

$2ma\cos\alpha - 2ma_{об}\cos^2\alpha = -T\cos^2\alpha + N\cancel{\sin\alpha}\cos\alpha$

$-2ma_{об}\sin^2\alpha = -N\cancel{\sin\alpha}\cos\alpha + 2mg\sin\alpha - T\sin^2\alpha$

$2ma\cos\alpha - 2ma_{об}(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = -T(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) + 2mg\sin\alpha$

$2ma\cos\alpha - 2ma_{об} = 2mg\sin\alpha - T$

$$\frac{2\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{5} - 2\cdot\frac{3}{5} + \frac{13}{12}}{3} = \frac{8+13}{12} - \frac{6}{5} = \frac{21}{12} - \frac{6}{5} = \frac{7}{4} - \frac{6}{5} = \frac{35-24}{20} = \frac{11}{20}$$

$\frac{5\cdot 10}{12} = \frac{5\cdot 5}{6} = \frac{25}{6}\ \frac{м}{с}$

$p^2 + V^2 = R^2$

$p(V) = \sqrt{R^2 - V^2}$

$A = \int_{V_1}^{V_2}\sqrt{R^2 - V^2}\,dV$

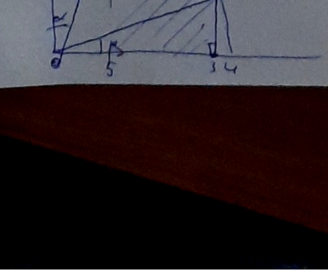
$R_1\cos\alpha\cdot p_0 = const\cdot(R_1\sin\alpha\, V_0)^{-\frac{7}{5}}$

$R_1\cos\alpha\cdot p_0 = \frac{const}{(R_1\cdot\sin\alpha\cdot V_0)^{\frac{7}{5}}}$

$const = R_1^{\frac{12}{5}}\cdot p_0\cdot V_0^{\frac{7}{5}}\cdot\cos\alpha\,(\sin\alpha)^{\frac{7}{5}}$

$A = \int_{V_2}^{V_1} const\cdot V^{-\frac{7}{5}}\,dV = R_1 p_0 V_0^{\frac{7}{5}}\cdot\cos\alpha(\sin\alpha)^{\frac{7}{5}}\cdot\left(-\frac{5}{7}\right)\cdot V^{-\frac{12}{5}} =$

$= R_1^{\frac{12}{5}} p_0 V_0^{\frac{7}{5}}\cos\alpha(\sin\alpha)^{\frac{7}{5}}\cdot\frac{5}{7}\left(V_2^{-\frac{12}{5}} - V_1^{-\frac{12}{5}}\right) =$



$S_{104} = \frac{90-\alpha}{360}\cdot\pi R_1^2$

$S_{234} = S_{204} - S_{032} = \frac{\beta}{360}\pi R_1^2 - \frac{1}{2}R_1^2\sin\beta V_0\cos\beta p_0 = \frac{\beta}{360}\pi R_1^2 - \frac{1}{4}R_1^2\sin 2\beta p_0 V_0 =$

$S_{051} = \frac{1}{2}\cdot R_1^2\sin\alpha V_0\cdot\cos\alpha p_0 = \frac{1}{4}R_1^2\sin 2\alpha\, p_0 V_0$

$S_{1532} = \frac{90-\alpha}{360}\cdot\pi R_1^2 - \frac{1}{4}R_1^2\sin 2\alpha\, p_0 V_0 - \frac{\beta}{360}\pi R_1^2 + \frac{1}{4}R_1^2\sin 2\beta\, p_0 V_0$

Черновик

$$const = R_1 \cdot \cos\alpha \cdot P_0 \cdot \left(R_1 \sin\alpha\, V_0\right)^{\frac{7}{5}}_{V_1} = R_1^{\frac{12}{5}}\, P_0\, V_0^{\frac{7}{5}} \cos\alpha \cdot (\sin\alpha)^{\frac{7}{5}}$$

$$A = \int_{V_2}^{V_1} const \cdot V^{-\frac{7}{5}}\, dV = const \Big|_{V_2} - \frac{5}{7} \cdot V^{-\frac{2}{5}} = -const($$

$2\beta = 30^\circ$, $2\alpha = 45^\circ$

$\cos 2\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21200505**

ID профиля: **334646**

Вариант 6

B-11-06

Чистовик

③ Дано:

$C_1 = C$

$C_2 = 3C$

$\mathcal{E}, L$

R, I_0

1) $I' = ?$

2) $Q = ?$

3) U

Решение:

1. Конденсаторы не заряжены изначально $\Rightarrow$

До замыкания:

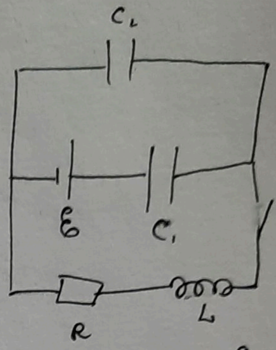
II правило Кирхгофа в уст. режиме:

$$\mathcal{E} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} \quad ; \quad q_1 = q_2 \ (\text{т.к. последовательно})$$

$$\mathcal{E} = q_1\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{3C}\right) = \frac{4q}{3C} \Rightarrow \frac{q}{C} = \frac{3\mathcal{E}}{4}$$

$$U_1 = \frac{3\mathcal{E}}{4} ; \quad U_2 = \frac{\mathcal{E}}{4} \leftarrow \text{на II конд.}$$

↑ на I конд.



$$C = \frac{q}{U} \Rightarrow U = \frac{q}{C}$$

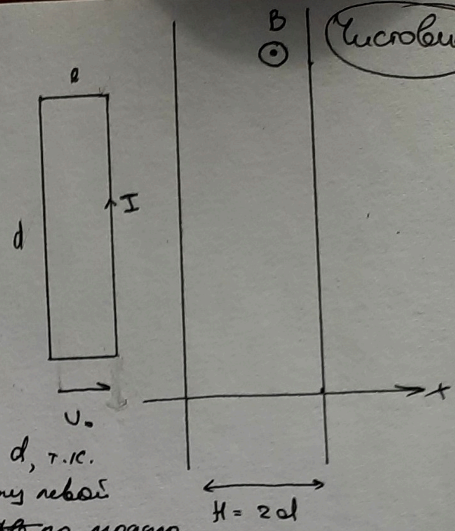
Сразу после замыкания ключа заряды не успевают перераспределиться $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ напряжение на конденсаторах не меняется; резистор и катушка подключены $\parallel$ к II конд. II правило Кирхгофа: (сразу после замыкания)

$$\mathcal{E} - LI' = U_1 + IR$$

$$\mathcal{E} - LI' = \frac{3\mathcal{E}}{4} + IR$$

$$\frac{\mathcal{E}}{4} = LI' + IR$$

Чистовик



④ Дано:

d

$\ell = \frac{d}{4}$

V_0

m

R

B

$H = 2d$

$\mu = 0$

1) $V = ?$

2) $V_1 = ?$

3) $V_2 = ?$

Решение:

Как только рамка попадает в магн. поле, в ней возникает $|\mathcal{E}_i| = \frac{\Delta (BS\cos(\hat{\vec{n};\vec{B}}))}{\Delta t} =$

$= \frac{\Delta S B}{\Delta t} = \frac{B d V \Delta t}{\Delta t} = BdV$ $\quad \cos\alpha = 1$

На движущийся проводник с током действует сила $F = BI\ell \sin\alpha$, $\sin\alpha = 1$

$F = BI\ell$

$\mathcal{E}_i = IR$

$\Downarrow$

$I = \frac{BdV}{R}$

Сила действует только на стороны рамки, равные d, т.к. на стороны равные ℓ по правилу левой руки действуют ~~разнонапр~~ ~~равные~~ равные по модулю, по противонаправленные силы, которые компенсируют друг друга.

$F = BId$

$\sum_{i=0}^{n} \vec{F}_i = m\vec{a}$ — II з-н Ньютона

Введём ось X, сонаправленную V_0. В нач. момент времени

$I_0 = \frac{BdV_0}{R}$; ток линейно зависит от скорости с коэф-том $\frac{Bd}{R}$

Сила в начальный момент $F_0 = BI_0 d = \frac{B^2 d^2 V_0}{R}$ $\quad a_0 = \frac{F_0}{m} = \frac{B^2 d^2 V_0}{mR}$ (из II з-на Ньютона на OX)

$F = \frac{B^2 d^2 V}{R}$ => ~~сила~~ сила лин. зависит от скорости

$mV' = \frac{B^2 d^2 V}{R}$ ← II з-н Ньютона

$\frac{dV}{dt} = \frac{B^2 d^2}{R} V \quad | \cdot dt : V$

$\int \frac{dV}{V} = \int \frac{B^2 d^2}{R} dt$

$\ln \frac{V_к}{V_н} = \frac{B^2 d^2}{R} t$

Чистовик

5 Дано:

D_1 – для дали

D_2 – для 25 см

$\frac{D_1}{D_2} = \frac{7}{3}$

1) $x = ?$

$D_1 = ?$

2) $D_3 = ?$

Решение:

1. ~~Запишем~~ Пусть D_0 – оптическая сила его глаза, а b – расстояние от зрачка до сетчатки

Для рассматривания предметов на 25 см:

$$D_2 + D_0 = \frac{1}{0{,}25} + \frac{1}{b} \quad (1)$$

т.к. линзы расположены вплотную

Для рассматривания в даль:

$$D_1 + D_0 = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}^{\to 0} \quad (2)$$

т.к. линзы расположены вплотную

$$D_1 = \frac{7}{3} D_2$$

$$D_2 = \frac{3}{7} D_1 = -\frac{9}{7} \text{ Дптр}$$

$\frac{1}{a} \to 0$, т.к. предмет далеко

(1) – (2): $D_2 - D_1 = \frac{1}{0{,}25}$

$$-\frac{4}{3} D_1 = 4$$

$$D_1 = -3 \text{ Дптр} \Rightarrow D_2 = -7 \text{ Дптр}$$

Перепишем (1) и (2) с учетом полученных результатов:

$$\cancel{-7 + D_0 = 4 + \frac{1}{b}}$$

$$\cancel{D_0 = 11 + \frac{1}{b}} \leftarrow \text{~~формула тонкой линзы~~}$$

$$\cancel{11 = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{11} \text{ м}}$$

$$\cancel{D_0 - \frac{1}{b} = 11} \quad (1)$$

2. $\cancel{D_0 + D_3 = \frac{1}{0{,}5} + \frac{1}{b}}$

$$\cancel{D_0 + D_3 = 2 + \frac{1}{b}}$$

$$\cancel{D_0 - \frac{1}{b} = 2 - D_3} \leftarrow (1)$$

$$\cancel{11 = 2 - D_3}$$

$$\cancel{D_3 = -9 \text{ Дптр}}$$

~~D_3 –~~ для работы на расст. 50 см

$$-\frac{9}{7} + D_0 = 4 + \frac{1}{b}$$

$$D_0 = \frac{37}{7} + \frac{1}{b} \leftarrow \text{формула т. линзы}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{37}{7} \Rightarrow x = \frac{7}{37} \text{ м} \approx 19 \text{ см}$$

$$\Downarrow \quad D_0 - \frac{1}{b} = \frac{37}{7}$$

2. D_3 – ~~...~~ опт. сила, для работы на расст. 50 см.

$$D_3 + D_0 = \frac{1}{0{,}5} + \frac{1}{b}$$

$$D_0 - \frac{1}{b} = 2 - D_3$$

$$2 - D_3 = \frac{37}{7}$$

$$D_3 = 2 - \frac{37}{7} \approx -3{,}29 \text{ Дптр}$$

Ответ: 1. ≈ 19 см; -3 Дптр

2. $-3{,}29$ Дптр

~~Чистовик~~

Черновик

⑤ Дано:

$F_0 \approx 0$

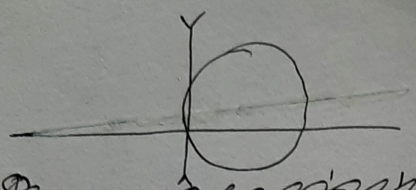
$a = 0{,}25$ м

$\frac{D_1}{D_2} = \frac{7}{3}$

---

1. $x = ?$
   $D_1 = ?$
2. $D_3 = ?$

Решение:



$D_1 < 0$ – для расст. предметов с 25 см

$D_2 < 0$ – для расст. вдаль

D_0 – у самого глаза

$D_1 = \frac{7}{3} D_2$

Сложение линз $D_{общ} = D_1 + D_0$ или $D_1 + D_2$, т.к. линзы расп. вплотную

Формула тонкой линзы для случая 25 см и смотрения в даль:

$$D_2 + D_0 = \frac{1}{0{,}25} + \frac{1}{b} \quad (1)$$

$$D_1 + D_0 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (2)$$

b – расстояние от линзы до сетчатки

$\frac{1}{a} \to 0$, т.к. большое расст. до предметов

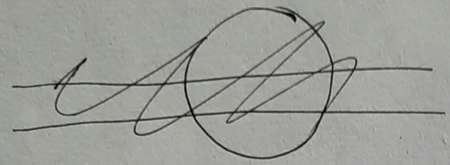
$$\cancel{D_2 - D_1 = 0{,}25}$$

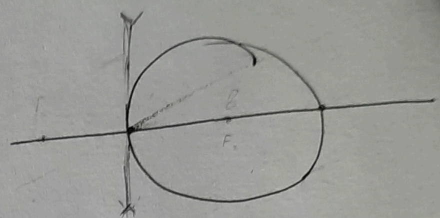
$$\cancel{-\frac{4}{3} D_1 = 0{,}25}$$

$$\cancel{-\frac{4}{3} D_1 = \frac{1}{4}}$$

$$\cancel{D_1 = -\frac{3}{16} \quad D = 0{,}1875}$$

Черновик





за $\Delta t \to 0$:

$$\ln v_к - \ln v_н = \frac{B^2 d^2}{R} t$$

т.к. D_1 – для чтения с 25 см < 0

D_0 – у глаза

$$D_1 + D_0 = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{b}$$

$$D_2 + D_0 = \cancel{\frac{1}{a}}^{\,0} + \frac{1}{b}$$

D_2 – для дали < 0

b – от линзы до сетчатки

$\frac{1}{a} \to 0$, т.к. даль

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{3}{7}$$

~~D_1 – D_2 –~~ D_1 – удал. предм.

D_2 – 25 см

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{7}{3} \Rightarrow D_1 = \frac{7}{3} D_2$$

-3 $D_{пр} \Rightarrow$